Resueltos Guia de Ejercicios 2020

Investigación Operativa UTN FRBA
Curso Miercoles Noche I4051

Ayudante: Milagros Bochor
Docente: Martin Palazzo

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires

Resumen El siguiente documento se ha desarrollado con el fin de preparar la sección práctica de la materia Investigación Operativa de la carrera de Ingeniería Industrial.

Práctica Filas de espera. Ejercicio 01..

Un promedio de 10 automóviles por hora llegan a un cajero.
Suponga que el tiempo promedio de servicio por cada cliente es de 4 minutos.

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.

2. ¿Cual es la probabilidad de encontrar el cajero vacío?

3. ¿Cual es número promedio de automóviles que se encontraría en la fila? Considerar que si un automóvil está siendo atendido en el cajero no se encuentra en la fila.

4. ¿Cual es el tiempo promedio total que un cliente se encuentra esperando?

5. ¿Cuántos clientes promedio atenderá el cajero por hora?

Resolución

1) ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.

Para poder modelizar la fila de espera debemos entender el sistema analizar. Este va a estar compuesto por arribos con una determinada tasa de llegada, una fila de espera con una determinada disciplina y un servicio con su tasa de salida .Los supuestos que tomamos son:

- Arribos y despachos bajo distribución de probabilidad Poisson/Exponencial.
- No existe la estacionalidad en los arribos.
- La política de servicio es FIFO (Disciplina de cola)
- Fuente de clientes es infinita, así como la fila
- No existe fenómeno de “impaciencia”.

Con todos estos supuestos, estamos entonces frente a un modelo de arquitectura M/M/1/ ∞. Esto significa que es un servidor con llegadas de Poisson, tiempos de servicio exponenciales, 1 solo canal y capacidad infinita.

Comenzamos analizando los datos:

Tasa de llegadas = λ = 10 autos / hora

Tasa de salidas = μ = 4 min / auto

Recordar que las tasas deben tener las mismas unidades, por lo que, debemos cambiar la tasa de llegadas (expresada en minutos por auto) a autos por hora. Obtenemos entonces:

Tasa de salidas = μ = 15 autos / hora

Nótese que la capacidad de servicio es mayor que la de llegada. Con los datos de las tasas ya estamos en condiciones de aplicar las fórmulas del modelo correspondiente para resolver los siguientes puntos. Es importante comprender la diferencia entre las métricas que se enfocan en la fila (subíndice q) y las métricas que se refieren al sistema (subíndice s).

2) . ¿Cual es la probabilidad de encontrar el cajero vacío?

La probabilidad de encontrar el cajero vacío, es lo mismo que encontrar la probabilidad de que el cajero esté ocupado . Entendiendo que la suma de la probabilidad de encontrar el cajero vacío más la probabilidad de encontrar el cajero ocupado debe dar 1. La métrica que necesitamos es el factor de utilización del sistema ρ.

$\rho = \lambda / \mu$

$\rho =$ 10 autos/hora /(15 autos /hora)

Factor de ocupación$= \rho = 2/3 = 0.67$

Probabilidad cajero vacío $= \rho o = 1 - \rho = 1/3 = 0.33$

3) ¿Cual es número promedio de automóviles que se encontraría en la fila? Considerar que si un automóvil está siendo atendido en el cajero no se encuentra en la fila.

Nos están preguntando sobre "cantidad" de autos que habrá en la fila:

$Lq = \lambda . Wq$

Por lo que debemos saber cual es el tiempo promedio de espera en la fila (Wq) para multiplicarlo por la tasa de llegadas de autos (λ).

$Wq = \lambda /(\mu (\mu - \lambda))$

Podemos calcularlo, o directamente reemplazar todo en la formula de Lq:

$Lq = \lambda ^2/(\mu (\mu - \lambda)) = \rho ^2/(1 - \rho)$

$Lq = (2/3)^2/(1- (1/3))$

$Lq = 4/3$ autos

4) ¿ Cual es el tiempo promedio total que un cliente se encuentra esperando?

En este punto, hay que interpretar que la palabra "esperando" se refiere al tiempo que el auto esta en la fila. Este dato lo deberíamos tener del punto anterior, si no, lo volvemos a calcular:

$Wq = 1/(\mu (1 - \rho))$

$Wq = 1 /(15 (1-0.67))$

$Wq=1/5$ hs/auto= 12 min/auto

5) ¿Cuántos clientes promedio atenderá el cajero por hora?

Una forma de pensarlo es que la cantidad promedio que atenderá el cajero por hora será la cantidad de autos que habrá en el cajero por la tasa de salida del servicio. Para esto, primero hay que calcular la cantidad de autos que habrá en el cajero, entendiendo que es la resta entre la cantidad de autos que hay en el sistema menos cantidad de autos en la cola.

$Lc=Ls - Lq=\lambda /((\mu - \lambda)) - Lq$

$Lc = 2 - 4/3$

$Lc = 2/3$ autos

Nótese que este número coincide con el factor de ocupación. Ahora lo multiplicamos por la tasa de salida de servicio y obtenemos cantidad promedio que atenderá el cajero por hora:

$Lc . \mu=10$ autos/hora

Otra forma de pensarlo es, entendiendo el nivel de ocupacion del sistema. Si el cajero siempre estuviera ocupado, atendería un promedio de $\mu=15$ clientes por hora. Pero como vimos ateriormente, el cajero se encuentra ocupado $2/3$ del tiempo . Por lo tanto, podemos multiplicar la probabilidad de que el sistema se encuentre ocupado (factor de ocupación) por la tasa de salida de servicio y obtenemos la cantidad promedio de autos que atendera el cajero en una hora.

$\rho . \mu=2/3 . 15$ autos/hora= 10 autos/hora