

Caso Integrador Carrefour:

Clase 08

Investigación Operativa UTN FRBA 2020

Curso: I4051

Elaborado por: Rodrigo Maranzana

Docente: Martín Palazzo

Caso Carrefour: Enunciado

Introducción (1/5)

Carrefour planea cambiar sus múltiples filas de espera en área de cajas por una fila única.

Para la recolección de datos y prueba se seleccionó la sucursal Vicente López. Antes del cambio de sistema contaba con **20 cajas operativas**; cada una con una fila propia, a la cual los clientes decidían ingresar.

Se trabaja en tres turnos de 4 horas cada uno, todos los días de la semana.

Caso Carrefour: Enunciado

Recolección de datos (2/5)

Se hicieron mediciones en horas representativas de llegadas de clientes, resultando en un **dataset A** que contiene la hora de llegada de cada cliente.

El área de estudio de métodos y tiempos relevó datos de servicio de cuatro cajas representativas. El resultado fue un **dataset B** con tiempos de servicio de cada caja.

Caso Carrefour: Enunciado

Gestión de costos (3/5)

Actualmente las cajas pertenecen a un centro de costos único: que recibe información de otros centros de costos específicos:

Centro de costos CAJA

_____ *De: Centro de costos RRHH*

_____ * Costo total por empleado (beneficios, sueldo bruto, cargas, seguros,...): **\$/mes 98.420**

_____ *De: Centro de costos Gastos Generales*

_____ * Consumo de papelería, varios: **\$/mes 5.530**

_____ *De: Centro de costos Limpieza y Mantenimiento*

_____ * Mantenimiento de cinta transportadora: **\$/mes 1.680**

_____ * Limpieza y reparaciones varias de área de trabajo: **\$/mes \$530**

Caso Carrefour: Enunciado

Procesos y postventa (4/5)

El costo de oportunidad se estima en 38\$/cliente.

La estimación surge de la suposición de pérdida de ventas diarias por tener el sistema cargado.

Por lo tanto, el número se obtiene de la correlación entre la cantidad de personas en el sistema y un coeficiente que mide la desaceleración en ventas.

Caso Carrefour: Enunciado

Alternativas de mejora propuestas (5/5)

Alternativa #1: Agregar “N” cajas adicionales. Esto conlleva la siguiente inversión por caja:

- _ Preparación total del espacio: **\$ 82.300**
- _ Equipos y tecnología de caja: **\$ 250.500**
- _ Actualización de procesos, calidad del sector: **\$ 25.600**

La inversión se amortiza en 10 años.

El espacio del que se dispone permite agregar hasta 5 cajas adicionales.

Caso Carrefour: Enunciado

Alternativas de mejora propuestas (5/5)

Alternativa #2: Cambiar el Sistema de cajas a una fila única que distribuya clientes de manera homogénea. Para lograrlo se necesita:

_Inversión de **\$ 75.600** en actualización del espacio de trabajo y procesos con una amortización de 10 años.

_Roles adicionales: **cuatro personas** encargadas de organizar y distribuir a los clientes en cada caja. El gasto adicional por mes impacta en dos centros de costos:

- \$/mes 80.300 adicionales por cada rol en centro de costos RRHH.
- Un aumento del 10% en Centro de costos gastos generales.

Ajuste de llegadas

Dataset A: horas de llegadas.

Suponiendo que los datos se distribuyen exponencialmente.

- 1) Calcular tiempo entre arribos.
- 2) Calcular solución analítica Máxima Verosimilitud para distribución exponencial:

$$\beta_{MLE} = \frac{1}{n} \sum_i X_i$$

- 3) Calcular: $\lambda = 1/\beta$

Caso Carrefour: Dataset A

| Cliente | t llegada (hr) | Cliente | t llegada (hr) | Cliente | t llegada (hr) | Cliente | t llegada (hr) |
|---------|----------------|---------|----------------|---------|----------------|---------|----------------|
| 0 | 0.003901 | 12 | 0.023536 | 24 | 0.055728 | 36 | 0.086168 |
| 1 | 0.004268 | 13 | 0.024878 | 25 | 0.062244 | 37 | 0.090282 |
| 2 | 0.004272 | 14 | 0.026227 | 26 | 0.062387 | 38 | 0.093318 |
| 3 | 0.006435 | 15 | 0.026962 | 27 | 0.062389 | 39 | 0.095437 |
| 4 | 0.007569 | 16 | 0.029923 | 28 | 0.065519 | 40 | 0.097116 |
| 5 | 0.009741 | 17 | 0.034442 | 29 | 0.068953 | 41 | 0.097832 |
| 6 | 0.009818 | 18 | 0.034868 | 30 | 0.07154 | 42 | 0.100418 |
| 7 | 0.016306 | 19 | 0.035042 | 31 | 0.07299 | 43 | 0.100751 |
| 8 | 0.017514 | 20 | 0.036729 | 32 | 0.074813 | 44 | 0.10267 |
| 9 | 0.018026 | 21 | 0.039295 | 33 | 0.077081 | 45 | 0.102803 |
| 10 | 0.019699 | 22 | 0.043612 | 34 | 0.083548 | 46 | 0.103896 |
| 11 | 0.023112 | 23 | 0.04885 | 35 | 0.085569 | 47 | 0.105236 |

Caso Carrefour: Dataset A

| Tiempo entre arribos | Cliente | t llegada (hr) | Cliente | t llegada (hr) | Cliente | t llegada (hr) | Cliente | t llegada (hr) |
|----------------------------|---------|-------------------|---------|-------------------|---------|-------------------|---------|----------------|
| | 0 | 0.020098 | 12 | 0.01621 | 24 | 0.039626 | 36 | 0.026926 |
| | 1 | 0.090122 | 13 | 0.174387 | 25 | 0.00244 | 37 | 0.035578 |
| | 2 | 0.012716 | 14 | 0.047995 | 26 | 0.023686 | 38 | 0.10779 |
| | 3 | 0.048911 | 15 | 0.013073 | 27 | 0.044251 | 39 | 0.051545 |
| | 4 | 0.033713 | 16 | 0.022798 | 28 | 0.048729 | 40 | 0.012529 |
| | 5 | 0.020321 | 17 | 0.032228 | 29 | 0.201396 | 41 | 0.093021 |
| | 6 | 0.001145 | 18 | 0.034437 | 30 | 0.05535 | 42 | 0.035499 |
| | 7 | 0.031287 | 19 | 0.010819 | 31 | 0.023669 | 43 | 0.017428 |
| | 8 | 0.065304 | 20 | 0.025859 | 32 | 0.01401 | 44 | 0.076011 |
| | 9 | 0.065948 | 21 | 0.042871 | 33 | 0.013241 | 45 | 0.048612 |
| | 10 | 0.041741 | 22 | 0.030325 | 34 | 0.005174 | 46 | 0.028123 |
| | 11 | 0.001567 | 23 | 0.014252 | 35 | 0.073669 | 47 | 0.030165 |

Ajuste de llegadas

Calcular solución analítica Máxima Verosimilitud para distribución exponencial:

$$\beta = 0,0022987 \text{ horas/cliente}$$

$$\text{Calcular: } \lambda = 1/\beta = \mathbf{435,02 \text{ clientes/hora}}$$

Caso Carrefour: Dataset B

| Medición | Caja 1 | Caja 3 | Caja 8 | Caja 15 |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0.060362 | 0.286528 | 0.084048 | 0.002561 |
| 2 | 0.003269 | 0.006604 | 0.090437 | 0.078915 |
| 3 | 0.208016 | 0.039035 | 0.066531 | 0.411156 |
| 4 | 0.048318 | 0.067948 | 0.039585 | 0.021027 |
| 5 | 0.036399 | 0.012377 | 0.096102 | 0.002801 |
| 6 | 0.00575 | 0.023642 | 0.032269 | 0.021211 |
| 7 | 0.004595 | 0.039604 | 0.040963 | 0.067528 |
| 8 | 0.013923 | 0.093162 | 0.001389 | 0.000812 |
| 9 | 0.035173 | 0.017828 | 0.033295 | 0.003119 |
| 10 | 0.010986 | 0.030917 | 0.090451 | 0.022024 |
| 11 | 0.011174 | 0.021203 | 0.046138 | 0.062849 |
| 12 | 0.001271 | 0.011912 | 0.01223 | 0.086316 |

Ajuste de servicio

Dataset B: tiempos de servicio (“= entre arribos”).

El procedimiento es similar que para el **dataset A**.

1) Calcular solución analítica Máxima Verosimilitud para distribución exponencial:

$$\beta_{MLE} = \frac{1}{n} \sum_i X_i$$

2) Calcular: $\mu = 1/\beta$

¿Cómo manejo estadísticamente distintas fuentes de medición (cajas representativas)?

¿Hago el promedio de cada una?

*MLE: Maximum Likelihood Estimator

Ajuste de servicio

Dataset B: ¿Cómo manejo distintas fuentes de medición (cajas)?

- **Teorema central del límite:**

La distribución de parámetros p_i de distintas muestras es **Normal**

- **El resultado de máxima verosimilitud de la Normal es:**

$$\mu_{MLE} = \frac{1}{n} \sum_i p_i$$

Justificación para promediar!

$$\sigma_{MLE} = \sqrt{\frac{\sum_i (p_i - \mu)^2}{n}}$$

*MLE: Maximum Likelihood Estimator.

OJO!! En este caso estoy usando la letra μ para describir el parámetro de la media Normal.

Ajuste de servicio

Calcular solución analítica Máxima Verosimilitud para distribución exponencial:

$$\mu_{caja\ 1} = 27.72170075 \text{ clientes/hora}$$

$$\mu_{caja\ 3} = 25.7923063 \text{ clientes/hora}$$

$$\mu_{caja\ 8} = 22.00861832 \text{ clientes/hora}$$

$$\mu_{caja\ 15} = 21.30578266 \text{ clientes/hora}$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_i \mu_{caja\ i} = \frac{\mu_{caja\ 1} + \mu_{caja\ 3} + \mu_{caja\ 8} + \mu_{caja\ 15}}{4} = \mathbf{24.21 \text{ clientes/hora}}$$

Datos Sistema Control

Sistema $N \times M/M/1$, siendo N la cantidad de cajas.

Tasa de arribos $\lambda = 435,02$ clientes/hora

Tasa de despachos (cada caja) $\mu = 24,21$ clientes/hora

Inversión = \$/hora 0

Costos de operación =

CC RRHH: \$/mes 98.420

CC Gastos Generales: \$/mes 5.530

CC Limpieza y Mantenimiento: \$/mes (1.680 + \$530)

Costo total de operación = \$/mes 106.160 = $\text{\$/ (hora*caja) } 294.89$ (12 hrs/día, 30 días/mes)

Datos Alternativa #1

Sistema $N \times M/M/1$, siendo N la cantidad de cajas.

Tasa de arribos $\lambda = 435,02$ clientes/hora

Tasa de despachos (cada caja) $\mu = 24,21$ clientes/hora

Inversión = \$ 82.300 + \$ 250.500 + \$ 25.600 = \$ 358.400

Inversión amortizada = \$/año 35.840

= **\$/ (hora*caja) 8.30** (12 hrs/día, 360 días/año, 10 años)

Costos de operación =

CC RRHH: \$/mes 98.420

CC Gastos Generales: \$/mes 5.530

CC Limpieza y Mantenimiento: \$/mes (1.680 + \$530)

Costo total de operación = \$/mes 106.160

= **\$/ (hora*caja) 294.89** (12 hrs/día, 30 días/mes)

Datos Alternativa #2

Sistema M/M/N, siendo N la cantidad de cajas.

Tasa de arribos $\lambda = 435,02$ clientes/hora

Tasa de despachos (cada caja) $\mu = 24,21$ clientes/hora

Inversión = \$ 75.600

Inversión amortizada = \$/año 7.560

= **\$(hora*caja) 1,75** (12 hrs/día, 360 días/año, 10 años)

Datos Alternativa #2

Costos de operación por caja=

CC RRHH: \$/mes 98.420 * 1,10 = \$/mes 108.262

CC Gastos Generales: \$/mes 5.530

CC Limpieza y Mantenimiento: \$/mes (1.680 + \$530)

Costo de operación por caja = \$/mes 116.002

= \$/(hora*caja) 322,23 (12 hrs/día, 30 días/mes)

Costo operación adicional para CC RRHH = \$/(mes*rol) 80.300 * 4 roles

= \$/mes 321.200

= \$/(hora) 892,22 (12 hrs/día, 30 días/mes)

Costo de operación total = Costo por caja x N + Costo adicional

Resumen de datos

| Proyecto | Sistema de filas | Cajas (N) | Tasa λ | Tasa μ | Costo Ope. (Cm) | Costo Ope. Adicional (Ca) | Inversión amortizada (Ci) | Costo Opo. (e) |
|----------|------------------|-----------|----------------|---------------|-----------------|---------------------------|---------------------------|----------------|
| | | | clientes/hora | clientes/hora | \$/ (hora*caja) | \$/ (hora) | \$/ (hora*caja) | \$/cliente |
| Control | N x M/M/1 | 20 | 435,02 | 24,21 | 294,89 | 0,00 | 0,00 | 38 |
| Alt. #1 | N x M/M/1 | 21 – 25 | 435,02 | 24,21 | 294,89 | 0,00 | 8,30 | 38 |
| Alt. #2 | M/M/N | 20 | 435,02 | 24,21 | 322,23 | 892,22 | 1,75 | 38 |

Parámetros de filas Control y Alternativa #1

$$M/M/1/\infty$$

Arribos y despachos Poisson, capacidad de espera infinita, fuente de clientes infinita, $M = 1$ (un solo canal)

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$L_q = \lambda.W_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L = \lambda.W_s = L_q + \rho = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

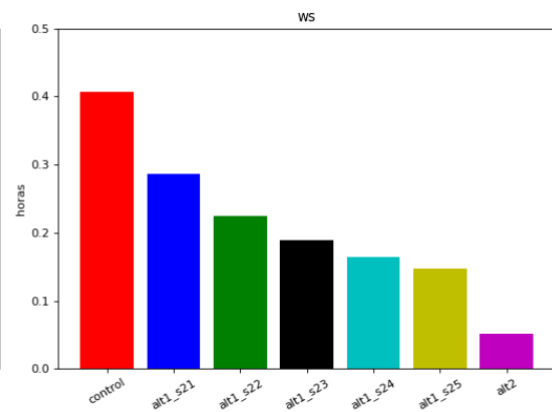
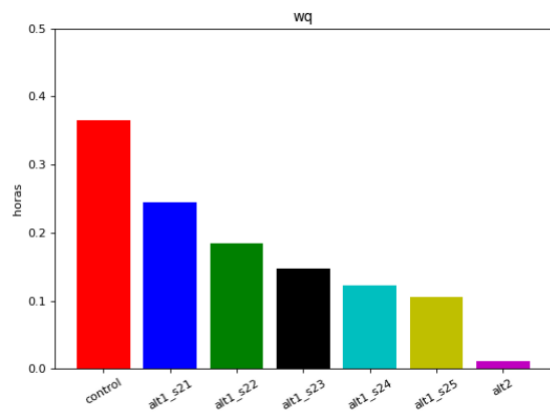
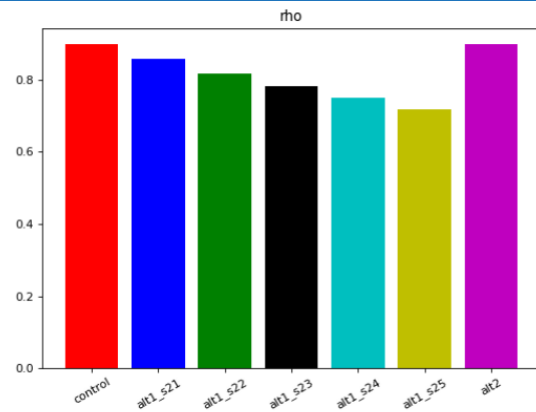
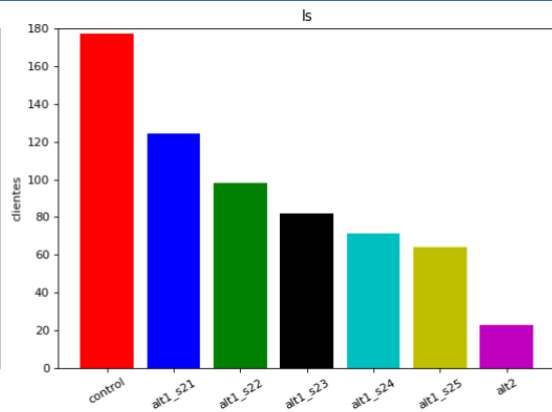
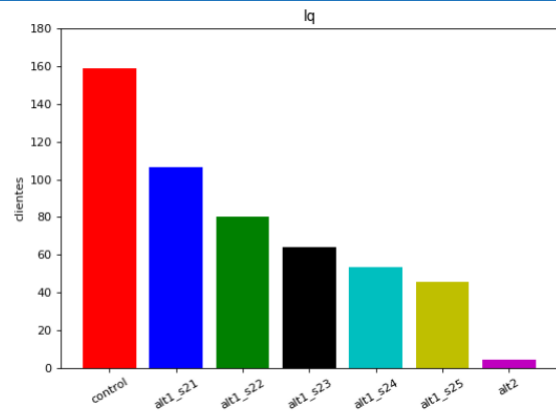
Parámetros de filas Alternativa #2

M/M/N/∞ , N Canales (*en fórmulas como M*)

$$\rho = \frac{\lambda}{M\mu} \quad P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{M-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!}\right] + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{M!(1-\rho)}} \quad L_q = \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \rho}{M!(1-\rho)^2}$$
$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad L_s = L_q + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \quad W_s = W_q + \left(\frac{1}{\mu}\right)$$

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0}{n!}, 0 < n \leq M \quad P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0}{M! \left(M^{(n-M)}\right)}, n > M$$

Parámetros de filas



Cálculo de costos

M/M/N

$$Copo = \lambda * W * e$$

$$Cope = N * C_m + N * C_i + Ca$$

↓
funcionamiento

↓
Inversión

adicional

$$C_{tot} = Copo + Cope$$

N x M/M/1

$$Copo = N * \lambda * W * e$$

$$Cope = N * C_m + N * C_i + Ca$$

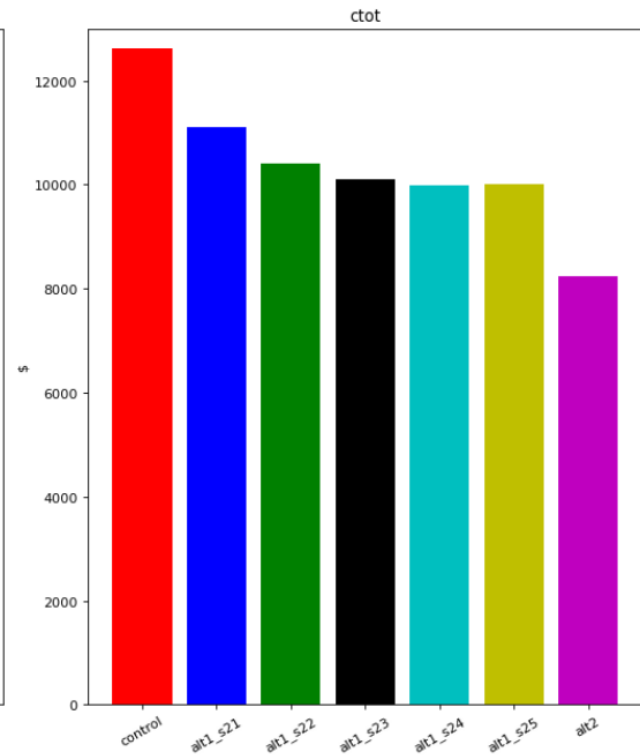
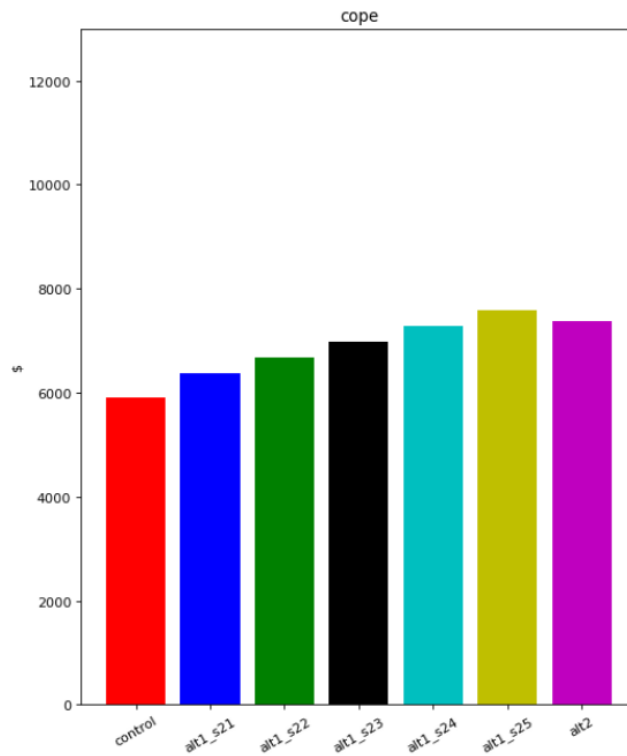
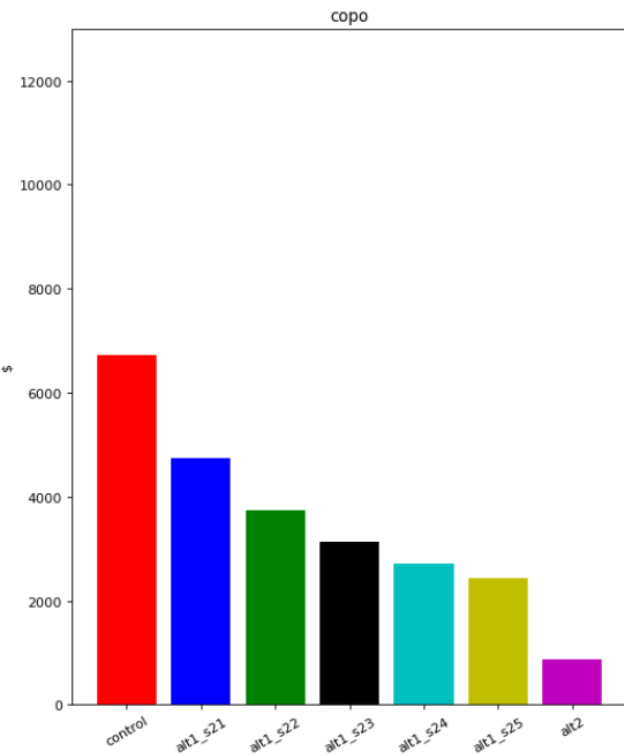
↓
funcionamiento

↓
Inversión

adicional

$$C_{tot} = Copo + Cope$$

Cálculo de costos



Caso Carrefour: Conclusiones

La **alternativa #2** fue seleccionada,

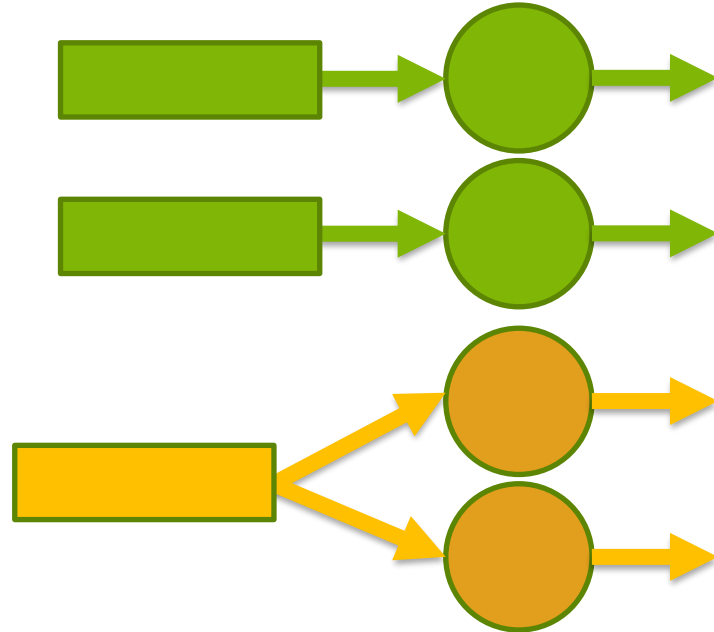
- Resultó la de **menor costo total**, pero **mayor costo operativo**.
- Llevó a 0 la media de la fila

El modelo está simplificado:

- Se puede extender con un modelo $M/M/N/K$
- Se debe considerar estacionalidad: **análisis de series de tiempo**

Caso Carrefour: realidad

Testeado primero en España y Argentina antes de 2012
Decisión de estandarizarla globalmente en 2016



N x M/M/1 vs M/M/N: Justificación matemática

Prueba $W_{S_{M/M/N}} \leq W_{S_{N \times M/M/1}}$

Resolvemos $W_{S_{M/M/N}}(T_{salida}) = W_{S_{N \times M/M/1}}(T_{salida})$

→ Siendo $T_{salida} = 1/\mu$

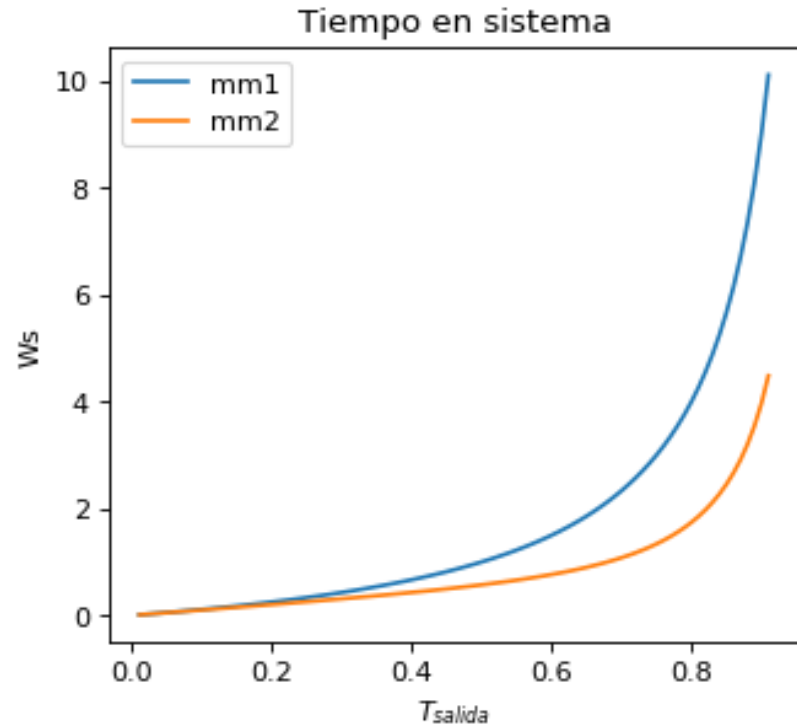
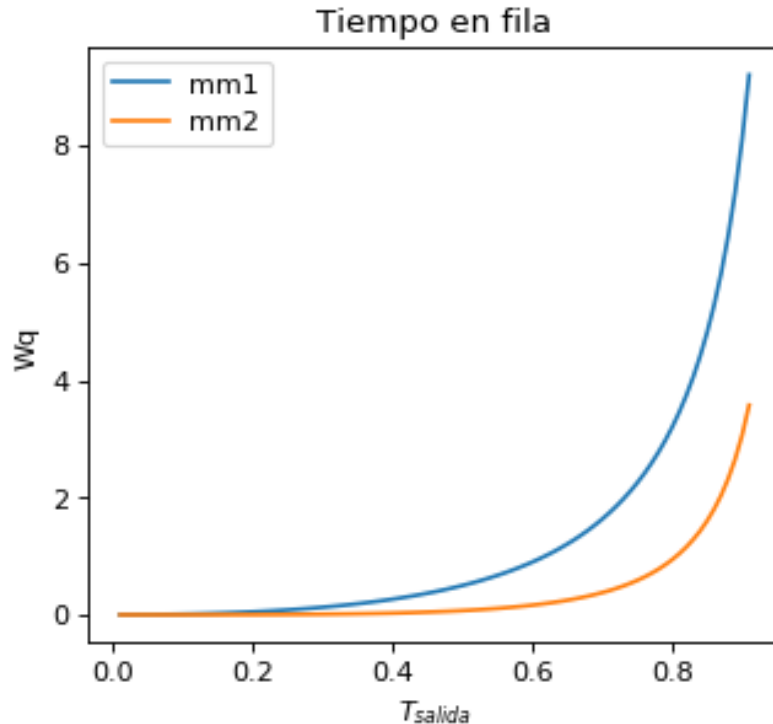
Averiguar T_{salida} de intersección.

$\therefore T_{salida} \rightarrow 0$ y es único,
 $W_s(T_{salida})$ es una función monótona creciente.

Se comprueba la hipótesis.

N x M/M/1 vs M/M/N: Justificación matemática

Ejemplo 2 x M/M/1 vs M/M/2



Mythbusters Episodio 5, Temporada 13

Testean empíricamente que:

“**N** x M/M/1 **MEJOR que** 1 x M/M/**N**”



¿Quién tiene razón?

“A veces, la psicología en las filas de espera es más importante que la estadística propia de esperar.”

Richard Larson <<Dr. Queue>> Profesor del MIT, Investigador.

- * **Psicología de filas**
- * **“Justicia” en filas**
- * **Ajuste cualitativo de modelos estadísticos**

