Práctica Filas de Espera
Ejercicio 01

Investigación Operativa UTN FRBA 2020
Curso: I4051
Docente: Martín Palazzo
Equipo: Rodrigo Maranzana, Milagros Bochor, Gabriel Boso, Juan Piro

Práctica Filas de espera: Ejercicio 01.

Un promedio de 10 automóviles por hora llegan a un cajero.
Suponga que el tiempo promedio de servicio por cada cliente es de 4 minutos.

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.
2. ¿Cual es la probabilidad de encontrar el cajero vacío?
3. ¿Cual es número promedio de automóviles que se encontraría en la fila? Considerar que si un automóvil está siendo atendido en el cajero no se encuentra en la fila.
4. ¿Cual es el tiempo promedio total que un cliente se encuentra esperando?
5. ¿Cuántos clientes promedio atenderá el cajero por hora?

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.

μ = Tasa de salida de automóviles

λ = Tasa de llegadas de automóviles

<u>Supuestos</u>

- Arribos y despachos bajo distribución de probabilidad Poisson/Exponencial.
- No existe la estacionalidad en los arribos.
- La política de servicio es FIFO (Disciplina de cola)
- No existe fenómeno de “impaciencia”.
- Suponemos que la fuente de clientes es infinita, así como la fila.

Según la notación de Kendall, elegimos un sistema **M/M/1/ ∞**

Llegadas distribución Poisson ,tiempos de servicio exponenciales, 1 solo canal, capacidad infinita de unidades en el sistema

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.

M = 1

Arribos Poisson, despacho Poisson.

Capacidad del sistema: infinito

Fuente de clientes: infinito

RECORDAR!
PARAMETRO DE POISSON: CANTIDAD DE EVENTOS QUE PUEDEN OCURRIR EN UN TIEMPO DETERMINADO

$$U = \rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \qquad P_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \qquad P_n = \rho^n P_0$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \qquad W = \frac{1}{\mu - \lambda} = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

$$L_q = \lambda W_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho^2}{1-\rho} \qquad L = \lambda W = L_q + \rho = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.

Tasa de llegadas de automóviles

1 canal o servicio

Un promedio de 10 automóviles por hora llegan a un cajero. Suponga que el tiempo promedio de servicio por cada cliente es de 4 minutos.

Tasa de salida de automóviles

λ = 10 autos / hora

μ = 4 min / auto

λ = 10 autos / hora

μ = 15 autos / hora

LAS TASAS SIEMPRE TIENEN QUE TENER LAS MISMAS UNIDADES

2. ¿Cual es la probabilidad de encontrar el cajero vacío?

Es lo mismo que pensar cual es la probabilidad de encontrar el cajero ocupado. La métrica que necesitamos es el **factor de utilización de sistema ρ.**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\rho = \frac{10 \text{ autos/hora}}{15\, autos\ /hora}$$

$$\rho = \frac{2}{3} = 0.67$$

$$\boxed{\rho_o = 1 - \rho = \frac{1}{3} = 0.33}$$

FACTOR DE UTILIZACION NO TIENE UNIDADES

3. ¿Cual es número promedio de automóviles que se encontraría en la fila? Considerar que si un automóvil está siendo atendido en el cajero no se encuentra en la fila.

Nos están preguntando sobre "cantidad" de autos que habrá en la fila:

$$Lq = \lambda \,.\, Wq$$

Por lo que debemos saber cual es el tiempo promedio de espera en la fila (Wq):

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu\,(\mu-\lambda)}$$

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu\,(\mu-\lambda)} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)}$$

$$Lq = \frac{(2/3)^2}{1-(1/3)}$$

$$\boxed{Lq = 4/3 \quad \text{autos}}$$

4. ¿Cual es el tiempo promedio total que un cliente se encuentra esperando?

En este punto, hay que interpretar que la palabra "esperando" se refiere al tiempo que el auto esta en la fila. Este dato lo deberíamos tener del punto anterior, si no, lo volvemos a calcular:

$$Wq = \frac{1}{\mu\,(1-\rho)}$$

$$Wq = \frac{1}{15\,(1-0.67)}$$

$$\boxed{Wq = \frac{1}{5}\frac{hs}{auto} = 12\ min/auto}$$

5. ¿Cuántos clientes promedio atenderá el cajero por hora?

Primero hay que calcular la cantidad de autos que habrá en el cajero, entendiendo que es la resta entre la cantidad de autos que hay en el sistema menos cantidad de autos en la cola. Lueg multiplicarlo por la tasa de salida del servicio.

$$\text{Lc}= Ls - Lq = \frac{\lambda}{(\mu-\lambda)} - Lq$$

$$\text{Lc} = 2 - 4/3$$

$$\text{Lc} = 2/3$$

$$\boxed{Lc \,.\, \mu = 10\ autos/hora}$$

Otra forma de pensarlo es, la probabilidad de que el sistema se encuentre ocupado (factor de ocupación) por la tasa de salida de servicio :

$$\boxed{\rho \,.\, \mu = \frac{2}{3} \,.\, 15\,\frac{autos}{hora} = 10\,\frac{autos}{hora}}$$