

Guia de Ejercicios 2021

Investigación Operativa UTN FRBA

Autor y curado de contenido: Martín Palazzo

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires

Resumen El siguiente documento se ha desarrollado con el fin de preparar la sección práctica de la materia Investigación Operativa de la carrera de Ingeniería Industrial.

Índice general

Guia de Ejercicios 2021	1
1. Repaso Probabilidad, Estadística, Grafos y Matrices	3
1.1. Ejercicios de Probabilidad	3
Ejercicio 01	3
Ejercicio 02	3
Ejercicio 03	3
Ejercicio 04	3
1.2. Ejercicios de Distribución Normal	3
Ejercicio 01	4
Ejercicio 02	4
Ejercicio 03	4
Ejercicio 04	4
1.3. Ejercicios Distribución Poisson	4
Ejercicio 01	4
Ejercicio 02	4
1.4. Ejercicios Matrices	5
Ejercicio 01	5
Ejercicio 02	5
Ejercicio 03	5
1.5. Práctica Grafos	5
Ejercicio 01	5
Ejercicio 02	5
Ejercicio 03	6
Ejercicio 04	6
2. Práctica Simulación	6

Ejercicio 01	6
Ejercicio 02	6
Ejercicio 03	6
Ejercicio 04	7
Ejercicio 05	7
3. Práctica Cadenas de Markov	7
Ejercicio 01	7
Ejercicio 02	7
Ejercicio 03	7
Ejercicio 04	8
Ejercicio 05	8
Ejercicio 06	9
Ejercicio 07	9
4. Práctica Filas de Espera	9
Ejercicio 01	9
Ejercicio 02	9
Ejercicio 03	10
Ejercicio 04	10
Ejercicio 05	10
Ejercicio 06	10
5. Práctica Redes de Proyecto por Camino Crítico	11
Ejercicio 01	11
Ejercicio 02	11
Ejercicio 03	12
Ejercicio 04	13
6. Práctica Programación Lineal	14
Ejercicio 01	14
Ejercicio 02	14
Ejercicio 03	14
Ejercicio 04	14
Ejercicio 05	14
Ejercicio 06	15
Ejercicio 07	15
Ejercicio 08	15
Ejercicio 09	16
Ejercicio 10	16
Ejercicio 11	16
Ejercicio 12	17
Ejercicio 13	17
Ejercicio 14	17
7. Práctica Transporte y Asignación	17
Ejercicio 01 - Transporte	17
Ejercicio 02 - Asignación	18
8. Inventarios	18
Ejercicio 01	18

Ejercicio 02	18
Ejercicio 03	19

1. Repaso Probabilidad, Estadística, Grafos y Matrices

1.1. Ejercicios de Probabilidad

Ejercicio 01 Sean A y B dos sucesos aleatorios e independientes calcule:

$$p(A) = 3/8$$

$$p(B) = 1/2$$

1. $p(A \cup B)$
2. $p(\overline{A})$
3. $p(\overline{B})$
4. $p(\overline{A} \cap \overline{B})$
5. $p(\overline{A} \cup \overline{B})$
6. $p(A \cap \overline{B})$

Ejercicio 02 Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:

1. La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento.
2. La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento.

Ejercicio 03 Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:

1. Salga 6 en todos.
2. Los puntos obtenidos sumen 7.

Ejercicio 04 La probabilidad de que un hombre viva 20 años es $\frac{1}{4}$ y la de que su mujer viva 20 años es $\frac{1}{3}$. Se pide calcular la probabilidad:

1. De que ambos vivan 20 años.
2. De que el hombre viva 20 años y la mujer no.
3. De que ambos mueran antes de los 20 años.

1.2. Ejercicios de Distribución Normal

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (1)$$

Ejercicio 01 Si X es una variable aleatoria de una distribución $N(\mu, \sigma)$, hallar: $p(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$ utilizando la distribución normal estándar.

Ejercicio 02 En una distribución normal de media 4 y desviación típica 2, calcular el valor de 'a' para que: $p(4 - a \leq X \leq 4 + a) = 0,5934$

Ejercicio 03 En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de junio sigue una distribución normal, con media 23 grados y desviación estándar 5 grados. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21 y 27 grados.

Ejercicio 04 La media de los pesos de 500 estudiantes de un colegio es 70 kg y la desviación estándar 3 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, hallar cuántos estudiantes pesan:

1. Entre 60 y 75 Kg
2. Más de 90 Kgs
3. Menos de 64 Kgs
4. 64 Kgs
5. 64 Kgs o Menos

1.3. Ejercicios Distribución Poisson

Recordar que la distribución Poisson tiene un parámetro λ (media por unidad de tiempo, área, longitud)

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (2)$$

Ejercicio 01 Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día bajo una distribución de probabilidad exponencial, determine las probabilidades de que reciba:

1. cuatro cheques sin fondo en un día dado
2. 10 cheques sin fondos en cualquiera de dos días consecutivos

Ejercicio 02 En la inspección de hojalata producida por un proceso electrolítico continuo, se identifican 0.2 imperfecciones en promedio por minuto. Determine las probabilidades de identificar

1. una imperfección en 3 minutos.
2. al menos dos imperfecciones en 5 minutos.
3. hasta una imperfección en 15 minutos.

1.4. Ejercicios Matrices

Ejercicio 01

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. $A + B$
2. $A - B$
3. $A * B$
4. $B * A$
5. A^T

Ejercicio 02 Demostrar que: $(A^2) - A - 2I = 0$, siendo:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 03 ¿Por qué matriz X hay que premultiplicar la matriz A para que resulte la matriz B?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

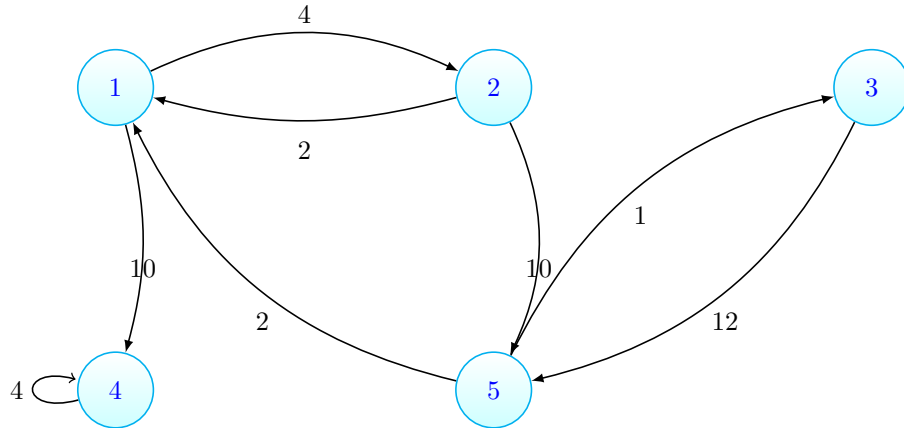
$$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

1.5. Práctica Grafos

Ejercicio 01 Construir un grafo no orientado de 5 nodos en los que cada uno tenga los siguientes grados: 1,2,2,1,4. (grado de un nodo = cantidad de arcos que llegan/salen del mismo). Construir la matriz de adyacencia del grafo.

Ejercicio 02 ¿Cuántos arcos tiene un grafo no orientado si sus nodos tienen los siguientes grados: 4,3,3,2,2? Dibujarlo. Construir la matriz de adyacencia del grafo.

Ejercicio 03 Dibujar la matriz de adyacencia del siguiente grafo representando el peso de cada arco



Ejercicio 04 Para armar una red, tenemos 6 computadoras y 9 cables de conexión. Queremos que cada computadora se conecte con otras 3. ¿Existe alguna forma de conectarlos? ¿Es única?

2. Práctica Simulación

Ejercicio 01 Considere una dinámica con dos dados de 6 caras cada uno. La dinámica consiste en varias iteraciones donde en cada una el resultado es la suma de lo que salió en cada dado. a) ¿Qué variables aleatorias están en juego? b) ¿Cuál es el estado del sistema? ¿Que rango de valores puede tomar el estado del sistema? c) Grafique el histograma de frecuencias de resultados luego de 10 iteraciones. a) Grafique la evolución del estado del sistema luego de 10 iteraciones. d) Grafique el histograma de frecuencias de resultados luego de 20 iteraciones. e) ¿Cómo cree que sería el histograma de frecuencias de resultados luego de 10.000 iteraciones?

Ejercicio 02 Un analista de recursos humanos decide modelizar las asistencia diaria de un equipo de 5 empleados contando la probabilidad de que X cantidad de personas asistan en un día de trabajo. Luego de un periodo de observación concluye que la probabilidad de que asista 1 persona es de 0.1, de que asistan 2 es 0.15, de que asistan 3 es 0.25, de que asistan 4 es 0.35 y de que asistan 5 es 0.15. Simular la asistencia de personal luego de 10 días utilizando el método de la transformada inversa.

Ejercicio 03 Considere una habitación de capacidad infinita donde entran pallets bajo una distribución Poisson con parámetro $\lambda = 2$ /hora. Simular la

cantidad de pallets que habría en la habitación al finalizar cada hora luego de 5 horas considerando que la habitación inicialmente se encuentra vacía. También en paralelo simule la cantidad de arribos que habría en el lapso de una hora. Para simular puede utilizar como herramienta el cálculo del tiempo entre arribos de los pallets con una distribución exponencial. Definir el estado del sistema, graficarlo en función del tiempo y detallar en una tabla la simulación.

Ejercicio 04 Considere la misma habitación del ejercicio 02 de capacidad infinita. También considere ahora que de la habitación salen pallets a una tasa $\mu = 3/\text{hora}$ bajo una distribución Poisson. Simular el sistema luego de 4 horas. Definir el estado del sistema, graficarlo en función del tiempo y detallar en una tabla la simulación contemplando los arribos y los despachos.

Ejercicio 05 Considere la misma habitación del ejercicio 03 ahora de capacidad total 5 pallets. También considere ahora que de la habitación salen pallets a una tasa $\mu = 3/\text{hora}$ bajo una distribución Poisson. Simular el sistema luego de 4 horas. ¿Sucede en algún momento que el sistema llega a su capacidad total? Definir el estado del sistema, graficarlo en función del tiempo y detallar en una tabla la simulación contemplando los arribos y despachos.

3. Práctica Cadenas de Markov

Ejercicio 01 En un pueblo, al 90 % de los días soleados le siguen días soleados, y al 80 % de los días nublados le siguen días nublados. Con esta información modelar el clima del pueblo como una cadena de Markov.

Ejercicio 02 El ascensor de un edificio con bajo y dos pisos realiza viajes de uno a otro piso. El piso en el que finaliza el viaje n -ésimo del ascensor sigue una cadena de Markov. Se sabe que la mitad de los viajes que parten del bajo se dirigen a cada uno de los otros dos pisos, mientras que si un viaje comienza en el primer piso, sólo el 25 % de las veces finaliza en el segundo. Por último, si un trayecto comienza en el segundo piso, siempre finaliza en el bajo. Se pide:

1. Calcular la matriz de probabilidades de transición de la cadena
2. Dibujar el grafo asociado
3. ¿Cuál es la probabilidad de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos?

Ejercicio 03 Un agente comercial realiza su trabajo en tres ciudades A, B y C. Para evitar desplazamientos innecesarios está todo el día en la misma ciudad y allí pernocta, desplazándose a otra ciudad al día siguiente, si no tiene suficiente trabajo. Después de estar trabajando un día en C, la probabilidad de tener que seguir trabajando en ella al día siguiente es 0,4, la de tener que viajar a B es 0,4 y

la de tener que ir a A es 0,2. Si el viajante duerme un día en B, con probabilidad de un 20 % tendrá que seguir trabajando en la misma ciudad al día siguiente, en el 60 % de los casos viajará a C, mientras que irá a A con probabilidad 0,2. Por último si el agente comercial trabaja todo un día en A, permanecerá en esa misma ciudad, al día siguiente, con una probabilidad 0,1, irá a B con una probabilidad de 0,3 y a C con una probabilidad de 0,6.

1. Si hoy el viajante está en C, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga que trabajar en C al cabo de cuatro días?
2. ¿Cuáles son los porcentajes de días en los que el agente comercial está en cada una de las tres ciudades?

Ejercicio 04 Suponga que toda la industria de refresco produce dos colas: Coca Cola y Pepsi Cola. Cuando una persona ha comprado Coca Cola hay una probabilidad de 90 % de que siga comprándola la vez siguiente. Si una persona compró Pepsi, hay 80 % de que repita la vez siguiente. Se pide:

1. Si una persona actualmente es comprador de Pepsi. ¿Cuál es la probabilidad de que compre Coca Cola pasadas dos compras a partir de hoy?
2. Si en la actualidad una persona es comprador de Coca Cola. ¿Cuál es la probabilidad de que compre Coca Cola pasadas tres compras a partir de ahora?
3. Supongamos que el 60 % de toda la gente toma hoy Coca Cola y el 40 % Pepsi. A tres compras a partir de ahora, ¿Qué fracción de los compradores estará tomando Coca Cola.
4. Determinar el estado estacionario.

Ejercicio 05 La cervecería más importante del mundo (Guinness) ha contratado a un analista de investigación de operaciones para analizar su posición en el mercado. Están preocupados en especial por su mayor competidor (Heineken). El analista piensa que el cambio de marca se puede modelar como una cadena de Markov incluyendo tres estados, los estados G y H representan a los clientes que beben cerveza producida por las mencionadas cervecерías y el estado I representa todas las demás marcas. Los datos se toman cada mes y el analista ha construido la siguiente matriz de transición de los datos históricos.

$$B = \begin{bmatrix} - & G & H & I \\ G & 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ H & 0,2 & 0,75 & 0,05 \\ I & 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{bmatrix}$$

¿Cuáles son los porcentajes de mercado en el estado estable para las dos cervecерías grandes?

Ejercicio 06 En una comunidad hay 3 supermercados (S1, S2, S3) existe la movilidad de un cliente de uno a otro. El 1 de septiembre, 14 de los clientes va al S1, $1/3$ al S2 y $5/12$ al S3 de un total de 10.000 personas. Cada mes el S1 retiene el 90% de sus clientes y pierde el 10% que se va al S2. Se averiguó que el S2 solo retiene el 5% y pierde el 85% que va a S1 y el resto se va a S3, el S3 retiene solo el 40%, pierde el 50% que va al S1 y el 10% va al S2.

1. Establecer la matriz de transición
2. ¿Cuál es la proporción de clientes para los supermercados el 1 de noviembre?
3. Hallar el vector de probabilidad estable.

Ejercicio 07 Los consumidores de café en el área de Pontevedra usan tres marcas A, B, C. En marzo de 2016 se hizo una encuesta en lo que entrevistó a las 8450 personas que compran café y los resultados fueron:

Compra actual	Compra en el siguiente mes			TOTALES
	Marca A	Marca B	Marca C	
Marca A = 1690	507	845	338	1690
Marca B = 3380	676	2028	676	3380
Marca C = 3380	845	845	1690	3380
TOTALES	2028	3718	2704	8450

1. Si las compras se hacen mensualmente, ¿cuál será la distribución del mercado de café en Pontevedra en el mes de junio?
2. A la larga, ¿cómo se distribuirán los clientes de café?
3. En junio, cual es la proporción de clientes leales a sus marcas de café?

4. Práctica Filas de Espera

Ejercicio 01 Un promedio de 10 automóviles por hora llegan a un cajero. Suponga que el tiempo promedio de servicio por cada cliente es de 4 minutos.

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos.
2. ¿Cual es la probabilidad de encontrar el cajero vacío?
3. ¿Cual es número promedio de automóviles que se encontraría en la fila? Considerar que si un automóvil está siendo atendido en el cajero no se encuentra en la fila.
4. ¿Cual es el tiempo promedio total que un cliente se encuentra esperando?
5. ¿Cuántos clientes promedio atenderá el cajero por hora?

Ejercicio 02 Un centro de distribución dispone de 3 canales de atención. Los camiones llegan al Centro con tasa de 1 por minuto. El tiempo de servicio es de 2 minutos por camión.

1. ¿Que tipo de modelo de filas de espera utilizaría? Indicar supuestos

2. Determine el Factor de Tráfico e indique su significado
3. Cantidad promedio de clientes en la fila
4. Cantidad promedio de clientes en el sistema
5. Tiempo promedio de espera en la fila
6. Tiempo promedio de espera en el sistema
7. Determinar el costo total de funcionamiento del sistema ¿es el óptimo?

Ejercicio 03 Una empresa de reparación de computadoras recibe una media de 10 solicitudes de reparación al día, que se distribuyen según Poisson. Se supone que la velocidad de reparación del técnico es de 14 órdenes por día y el tiempo de reparación es exponencial. Cada unidad de reparación cuesta 100 pesos por semana y se estima que el costo de tener computadoras no reparadas es de 200 pesos por unidad.

1. Indique supuestos
2. Determine el costo económico de mantener el sistema con $M=1$
3. Determine si sería mas económico tener 2 personas

Ejercicio 04 En una central telefónica llegan en promedio 120 llamadas por hora. Hallar la probabilidad de que en un intervalo de 2 minutos lleguen:

1. Exactamente 1 llamada.
2. Por lo menos cinco llamadas.
3. Menos de tres llamadas.
4. Ninguna llamada.

Ejercicio 05 Un negocio tiene un servicio especial de operaciones de compra de divisas, al cual llega un cliente cada 15 minutos. Solo hay un puesto de espera. Si está ocupado, todo cliente que llega se retira. El tiempo de atención es de 6 minutos por cliente.

1. Asuma y defina los supuestos del sistema.
2. Determine los estados posibles del sistema.
3. Determine la matriz W de transición del sistema.

Ejercicio 06 Frente a la ventanilla de renovación de pasaporte se presentan promedio 70 personas por día (jornada de 10 horas). Se atiende en promedio a 10 personas por hora. Determinar:

1. Longitud media de la fila frente a la ventanilla.
2. La probabilidad de que exista una fila de más de dos personas.
3. La probabilidad de tener que esperar.
4. Tiempo medio de espera antes de ser atendido.
5. Tiempo medio de permanencia en el servicio.

5. Práctica Redes de Proyecto por Camino Crítico

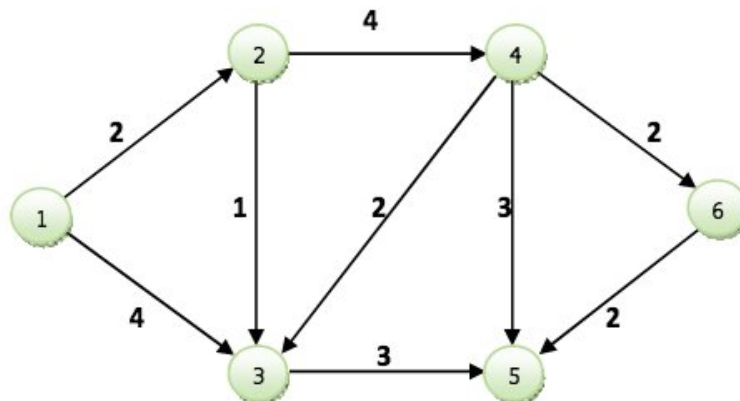
Ejercicio 01 Dada la siguiente matriz donde las filas representan sucesos iniciales de cada tarea, las columnas sucesos finales de cada tarea y el valor de cada celda la duración de la tarea:

-	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3	3						
2			4	F					
3				2	3				
4						3	4		
5							2	4	
6									4
7									6
8									4
9									

Cuadro 1. Tabla de duración de tareas

1. Generar el grafo que incluye las tareas y sucesos.
2. Calcular la Fecha Temprana y Tardía de cada tarea.
3. Calcular el Margen de flotación de cada tarea.
4. Determinar la duración del proyecto.
5. Determinar qué tareas son consideradas críticas y el porqué.
6. ¿En qué casos usaría la metodología de Camino Crítico vs la metodología PERT?

Ejercicio 02 Dada la siguiente red de actividades y el tiempo asociado a cada una de ellas, determine la duración mínima del proyecto y el camino crítico del mismo, detallando las actividades que lo integran.



Ejercicio 03 La Compañía constructora PREFAB ha identificado nueve actividades que tiene lugar durante la construcción de una casa. Las cuales se enumeran a continuación:

ID	TAREA	DESCRIPCIÓN	PRECEDENTE	TN
1	EST	EREGIR LA ESTRUCTURA	2	5
2	CIM	HACER LOS CIMIENTOS		3
3	VITE	PONER LAS VIGAS TECHO	1	2
4	RETE	REVESTIR EL TECHO	3	3
5	ELEC	CABLEADO ELECTRICO	1	4
6	EXT	TABLAS PAREDES EXTERIORES	7	4
7	VENT	COLOCAR LAS VENTANAS	1	2
8	INT	TABLAS PAREDES INTERIORES	5 ; 7	3
9	PINT	PINTURA EXT. E INT.	4 ; 6 ; 8	2

- Dibuje la matriz de precedencia del proyecto
- Dibuje la red del proyecto
- Calcule las fechas Inicio Temprano e Inicio Tardío de cada actividad (o la fecha Temprana y Tardía de cada evento/nodo), así como los Margen Total y Margen Libre de las actividades. Identifique el Camino Crítico.
- Diagrame la Red del Camino Crítico. Graficando las actividades a fecha temprana y a fecha tardía.
- Tomando como base la utilización de recursos de la tabla siguiente construya el Diagrama Calendario para las Fechas Tempranas y Tardías. Teniendo en cuenta que Costo Normal es un valor fijo para cada actividad que incluye MOD y MP donde el 60 % representa a la MP y el resto es la MOD. La tasa de interés es del 1 % diario.

ID	TAREA	TN	TF	CN	CF	Costo/Día
1	EST	5	4	100	150	
2	CIM	3	3	50	50	
3	VITE	2	2	80	80	
4	RETE	3	2	80	85	
5	ELEC	4	2	60	80	
6	EXT	4	2	100	150	
7	VENT	2	2	30	30	
8	INT	3	2	180	240	
9	PINT	2	2	500	500	

- Basándose en los datos adjuntos sobre costo normal y acelerado de las tareas calcule el incremento de costo por día utilizando la fórmula: $Inc\text{rem} = \frac{Cf - Cn}{Tn - Tf}$ Siendo: TN: Tiempo Normal; TF: Tiempo Final Acelerado; CN: Costo normal; CF: Costo final Acelerado

Ejercicio 04 Considerando los requerimientos de la siguiente tabla con las estimaciones de la duración de las tareas, estime la probabilidad aproximada de terminar el proyecto en el tiempo requerido de 22 semanas.

Actividad	Tarea	Precedencia	to	tn	tp
A	Seleccionar local	-	1	3	5
B	Plan	-	3	4,5	9
C	Requerimientos del personal	B	2	3	4
D	Diseño	A, B	2	4	6
E	Construcción	D	4	7	16
F	Selección del personal	C	1	1,5	5
G	Contratación	F	2,5	3,5	7,5
H	Mudanza	F	1	2	3
I	Disposiciones Financieras	B	4	5	6
J	Entrenamiento del personal	G, K	1,5	3	4,5
K	Asegurar Entrenamiento	F	1	3	5

6. Práctica Programación Lineal

Ejercicio 01 Para cada una de las siguientes restricciones, dibuje una gráfica individual para mostrar las soluciones no negativas que las satisfacen.

- $x_1 + 3x_2 \leq 12$
- $4x_1 + 3x_2 \leq 12$
- $4x_1 + x_2 \leq 8$
- Ahora combine estas restricciones en una sola gráfica para mostrar la región factible del conjunto completo de restricciones funcionales más las de no negatividad.

Ejercicio 02 Considere la siguiente función objetivo de un modelo de programación lineal: Maximizar

$$z = 2x_1 + 3x_2 \quad (3)$$

Dibuje en una gráfica las rectas correspondientes a la función objetivo de $Z = 6$, $Z = 12$, $Z = 18$.

Ejercicio 03 Utilice el método gráfico para resolver el problema con la función objetivo: Maximizar $Z = 2x_1 + x_2$, sujeta a las restricciones:

- $x_2 \leq 10$
- $3x_1 + x_2 \leq 44$
- $x_1 + x_2 \leq 18$
- $2x_1 + 5x_2 \leq 60$
- $0 \leq x_1, 0 \leq x_2$

Ejercicio 04 Utilice el método gráfico para resolver el problema Max $Z = 10x_1 + 20x_2$ que está sujeta a las siguientes restricciones:

- $5x_1 + 3x_2 \leq 45$
- $x_1 + x_2 \leq 12$
- $-x_1 + 2x_2 \leq 15$
- $0 \leq x_1, 0 \leq x_2$

Ejercicio 05 Utilice el método gráfico para resolver el problema sujeta a las siguientes restricciones:

- $x_1 \leq 3$
- $x_2 \leq 6$
- $6x_1 + 4x_2 \leq 36$
- $0 \leq x_1, 0 \leq x_2$

correspondiente a la función objetivo: Max $Z = 8X_1 + 3X_2$

Ejercicio 06 Utilice el método gráfico para resolver el problema sujeta a las siguientes restricciones:

- $-2x_1 + x_2 \leq 2$
- $x_1 - x_2 \leq 2$
- $x_1 + x_2 \leq 5$
- $0 \leq x_1, 0 \leq x_2$

correspondiente a la función objetivo: $\text{Max } Z = 5X_1 + 2X_2$

Ejercicio 07 La compañía WorldLight produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricos. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto debe fabricar para maximizar la ganancia. Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. La compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricos. Cada unidad del producto 1 da una ganancia de 1 peso y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una ganancia de 2 pesos. Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no genera ganancia, por lo que fabricar más de esa cantidad está fuera de consideración.

1. Formule un modelo de programación lineal.
2. Utilice el método gráfico para resolver este modelo. ¿Cuál es la ganancia total que resulta?

Ejercicio 08 La compañía de seguros Primo está en proceso de introducir dos nuevas líneas de productos: seguro de riesgo especial e hipotecas. La ganancia esperada es de 5 pesos por el seguro de riesgo especial y de 2 pesos por unidad de hipoteca. La administración desea establecer las cuotas de venta de las nuevas líneas para maximizar la ganancia total esperada. Los requerimientos de trabajo son los siguientes:

Departamento	Horas de trabajo por unidad		Horas de trabajo disponibles
	Riesgo especial	Hipoteca	
Suscripciones	3	2	2 400
Administración	0	1	800
Reclamaciones	2	0	1 200

1. Formule un modelo de programación lineal.
2. Use el método gráfico para resolver el modelo.
3. Verifique el valor exacto de su solución óptima del inciso 2) con la solución algebraica de las dos ecuaciones simultáneas relevantes.

Ejercicio 09 Weenies and Buns es una planta procesadora de alimentos que fabrica hot dogs y pan para hot dogs. Muelen su propia harina a una tasa máxima de 200 Kgs por semana. Cada pan requiere 0.1 Kgs. Tienen un contrato con Pigland, Inc., que especifica la entrega de 800 Kgs de productos de puerco cada lunes. Cada hot dog requiere $1/4$ de libra de producto de puerco. Se cuenta con suficiente cantidad del resto de los ingredientes de ambos productos. Por último, la mano de obra consiste en 5 empleados de tiempo completo (40 horas por semana). Cada hot dog requiere 3 minutos de trabajo y cada pan 2 minutos de este insumo. Cada hot dog proporciona una ganancia de 0,80 pesos y cada pan 0,30 pesos. Weenies and Buns desea saber cuántos hot dogs y cuántos panes debe producir cada semana para lograr la ganancia más alta posible.

1. Formule un modelo de programación lineal para este problema.
2. Use el método gráfico para resolver el modelo.

Ejercicio 10 Un fraccionador de Whisky importa el licor en tres distintas graduaciones: A, B y C. Mediante la mezcla de estos de acuerdo a sus fórmulas obtiene los Whiskies de calidades comerciales Escocés, Kilt y Tartan. Las citadas fórmulas especifican las siguientes relaciones entre los elementos a mezclar:

Marca	Especificación	Precio Venta
Escocés	60 A, 70 C	680
Kilt	15 A, 30 B, 60 C	570
Tartán	20 B, 50 C	450

Se conocen asimismo las disponibilidades y precios de los licores A, B, C que se indican en el siguiente cuadro:

Tipo	Disponibilidad
A	2000
B	2500
C	2400

Determine cuál es la cantidad que debe ordenar de las graduaciones A, B y C para maximizar la venta de sus marcas.

Ejercicio 11 Resolver por el método gráfico y simplex el siguiente caso particular: Soluciones Alternativas.

- $6X_1 + 12X_2 \leq 48000$
- $12X_1 + 6X_2 \leq 42000$
- $9X_1 + 9X_2 \leq 36000$

con la función objetivo $\text{Max } Z = 4X_1 + 4X_2$. Observar particularidades de la solución.

Ejercicio 12 Resolver por el método gráfico y simplex el siguiente caso particular: Problemas degenerados

- $6X_1 + 16X_2 \leq 48000$
- $12X_1 + 6X_2 \leq 42000$
- $9X_1 + 9X_2 \leq 31500$

con la función objetivo $\text{Max } Z = 4X_1 + 3X_2$. Observar particularidades de la solución.

Ejercicio 13 Resolver por el método gráfico y simplex el siguiente caso particular: Problemas Incompatible

- $6X_1 + 12X_2 \leq 48000$
- $12X_1 + 6X_2 \leq 42000$
- $9X_1 + 9X_2 \leq 36000$

con la función objetivo $\text{Max } Z = 4X_1 + 3X_2$. Observar particularidades de la solución.

Ejercicio 14 Resolver por el método gráfico y simplex el siguiente caso particular: Problemas No Acotados

- $-X_1 + X_2 \leq 2$
- $X_1 - X_2 \geq 2$

con la función objetivo $\text{Max } Z = X_1 + X_2$. Observar particularidades de la solución.

7. Práctica Transporte y Asignación

Ejercicio 01 - Transporte Suponga que Brasil, Argentina y Uruguay producen todo el trigo, cebada y avena en el mundo. La demanda mundial de trigo requiere que se dediquen 125 millones de acres a la producción de este cereal. De igual manera, se necesitan 60 millones de acres para cebada y 70 millones de acres para avena. La cantidad total de tierra disponible en Brasil, Argentina y Uruguay es 80, 110 y 70 millones de acres. El número de horas de mano de obra necesarias para producir un acre de trigo en los respectivos países es 18, 13 y 16 horas. La producción de un acre de cebada requiere 15, 12 y 12 horas de mano de obra y la producción de un acre de avena requiere 12, 10 y 16 horas de mano de obra en Brasil, Argentina y Uruguay. El costo de mano de obra por hora en cada país es 9 pesos, 7 pesos y 10 pesos para la producción de trigo, 8 pesos, 9 pesos y

8,50 pesos para la de cebada y 7 pesos, 8 pesos y 6,50 pesos para la de avena. El problema es asignar la tierra de cada país de manera que se cumpla con los requerimientos de alimentación en el mundo y se minimice el costo total de mano de obra.

1. Formule este problema como un problema de transporte construyendo la tabla de parámetros apropiada.
2. Obtenga una solución óptima para este problema.

Ejercicio 02 - Asignación La empresa SUPERGLASS S.A. está desarrollando sus planes de producción para los nuevos productos del año próximo. Por esta razón, se está considerando la compra de 3 máquinas nuevas de diferentes tipos. Existen cuatro sitios disponibles dentro del taller en donde se podría instalar una máquina. Algunos de ellos son más adecuados que otros para ciertas máquinas en particular por su cercanía a los centros de trabajo que tendrían un flujo intenso de trabajo hacia y desde estas máquinas. (No habrá flujo de trabajos entre máquinas). Por lo tanto, el objetivo es asignar las nuevas máquinas a los lugares disponibles de manera que minimice el costo estimado por unidad de tiempo del manejo de los materiales en cuestión, con cada una de las máquinas en los sitios respectivos. Obtener una solución para este problema si la tabla de costos es la siguiente:

		Localidad			
		1	2	3	4
Máquina	1	13	16	12	11
	2	15	21	13	20
	3	5	7	10	6

8. Inventarios

Ejercicio 01 Una empresa distribuye un producto: Ventas: 10 Kg. por semana, en forma constante. Costo de orden: 10 pesos por pedido. Tasa de inmovilización de capital: 25 % por año. Costo operativo de mantenimiento: despreciable. Precio de compra: 100 pesos/kg. Considerando 50 semanas por año, determinar:

1. El tamaño económico de compra (lote óptimo).
2. El intervalo de tiempo entre pedidos.
3. el costo total esperado anual, graficar
4. El nivel de reorden, si se sabe que el plazo de entrega es de 0,5 semanas.

Ejercicio 02 La empresa “El Rauchense” Dispone de los siguientes datos para la administración del artículo terminado código X-752:

- Costo mensual de seguros: 11 pesos/unidad

- Costo de alquiler: 15 pesos/m³ por mes
- Costo administrativo de procesamiento de un pedido: 1000 pesos
- Costo de inspección de un lote: 3000 pesos
- Volumen ocupado por cada unidad: 2 m³
- Costo directo del ítem terminado: 40 pesos/unidad
- Tasa de interés del 10 % mensual
- Demanda anual: 12000 unidades
- Stock de seguridad equivalente a 5 días de demanda
- Lead Time de fabricación: 2 días
- Disponibilidad máxima del almacén para dicho artículo es de 1900 m³

Determinar:

1. El tamaño del lote óptimo de producción y su respectivo costo total esperado. Graficar costo.
2. El stock de reorden. Asumir 20 días laborables por mes
3. El costo total esperado si se dispusiera solamente de 1300 m³ para el almacenamiento de este artículo.

Ejercicio 03 Se cuenta con dos artículos A y B, cuya gestión de inventarios se quiere optimizar. Los datos correspondientes a cada uno se presentan en la siguiente tabla. El depósito cuenta con una superficie utilizable para almacenaje de 90 m².

Artículo	D (unid)	K (\$)	B (\$/unid)	Seguro (%)	S ⁻¹ (unid/m ²)
A	1500	500	150	2	10
B	2000	500	100	4	15

Determinar si la restricción de superficie limita el lote óptimo de compra. En ese caso, calcular los óptimos restringidos.