

$$D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$\bullet x \vee y = \text{mcm}(x, y)$$

$$\bullet x \wedge y = \text{mcd}(x, y)$$

Demstrar que los divisores de 40 NO es un álgebra de Boole

• ASOCIATIVA:

$$x = 2$$

$$y = 5$$

$$z = 20$$

$$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$$

$$\text{mcm}(x, \text{mcm}(y, z)) = \text{mcm}(\text{mcm}(x, y), z);$$

$$\text{mcm}(2, \text{mcm}(5, 20)) = \text{mcm}(\text{mcm}(2, 5), 20);$$

$$\text{mcm}(2, 20) = \text{mcm}(10, 20); \underline{20 = 20}$$

se cumple
la asociativa
con OR

$$x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$$

$$\text{mcd}(x, \text{mcd}(y, z)) = \text{mcd}(\text{mcd}(x, y), z);$$

$$\text{mcd}(2, \text{mcd}(5, 20)) = \text{mcd}(\text{mcd}(2, 5), 20);$$

$$\text{mcd}(2, 5) = \text{mcd}(1, 20); \underline{1 = 1}$$

se cumple la
asociativa con
AND

DISTRIBUTIVA:

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

$$x = 2$$

$$y = 5$$

$$z = 20$$

$$\text{mcd}(x, \text{mcm}(y, z)) = \text{mcm}(\text{mcd}(x, y), \text{mcd}(x, z));$$

$$\text{mcd}(2, \text{mcm}(5, 20)) = \text{mcm}(\text{mcd}(2, 5), \text{mcd}(2, 20));$$

$$\text{mcd}(2, 20) = \text{mcm}(1, 2); \underline{\underline{2 = 2}}$$

si cumple
distributiva

EXISTENCIA DE ELEMENTO NEUTRO

\vee mcm	1	2	4	5	8	10	20	40	\wedge mcd	1	2	4	5	8	10	20	40
1	1	2	4	5	8	10	20	40	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	4	10	8	10	20	40	2	2	2	1	2	2	2	2	2
4	4	4	4	20	8	20	20	40	4	4	4	1	4	2	4	4	4
5	5	10	20	5	40	10	20	40	5	5	1	1	5	1	5	5	5
8	8	8	8	40	8	40	40	40	8	8	4	1	8	2	4	8	8
10	10	10	20	10	40	10	20	40	10	10	2	5	2	10	10	10	10
20	20	20	20	20	40	20	20	40	20	20	4	5	4	10	20	20	20
40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	8	5	8	10	20	40	40

$$x \vee \text{neutro} = x, \text{ neutro} = 1$$

$$x \wedge \text{neutro}' = x, \text{ neutro}' = 40$$

existen
elementos
neutro

• Para cada $x \in D(40)$, $\exists \bar{x} \in D(40)$ tal que

$$x \vee \bar{x} = 40 \quad \text{mcm}(x, \bar{x}) = 40$$

$$x \wedge \bar{x} = 1 \quad \text{mcd}(x, \bar{x}) = 1$$

No cumple esta propiedad, por lo que
 $D(40)$ NO es un álgebra de Boole

No todas las x
cuentan con un 40
en la tabla si no tenemos
en cuenta la última
columna. Ejemplos
rodeados en azul.
Sucede lo mismo con
el 1 en la tabla \wedge

\vee		1	2	3	5	6	10	15	30
mcm		1	2	3	5	6	10	15	30
1		1	2	3	5	6	10	15	30
2		2	2	6	10	6	10	30	30
3		3	6	3	30	6	30	15	30
5		5	10	30	5	30	10	15	30
6		6	6	6	30	6	30	30	30
10		10	10	30	10	30	10	30	30
15		15	30	15	15	30	30	15	30
30		30	30	30	30	30	30	30	30

\wedge		1	2	3	5	6	10	15	30
mcd		1	2	3	5	6	10	15	30
1		1	1	1	1	1	1	1	1
2		1	2	1	1	2	2	1	2
3		1	1	3	1	3	1	3	3
5		1	1	1	5	1	5	5	5
6		1	2	3	1	6	2	3	6
10		1	2	1	5	2	10	5	10
15		1	1	3	5	3	5	15	15
30		1	2	3	5	6	10	15	30

$$x \vee \text{neutro} = x \rightarrow \text{neutro} = 1$$

$$x \wedge \text{neutro}' = x \rightarrow \text{neutro}' = 30$$

$\forall x \in D(30), \exists \bar{x} \in D(30)$ tal que:

$$x \vee \bar{x} = 30 \quad \text{mcm}(x, \bar{x}) = 30$$

$$x \wedge \bar{x} = 1 \quad \text{mcd}(x, \bar{x}) = 1$$

► Si comparamos con $D(30)$ podemos ver fácilmente en las tablas que todos los números tienen complementario, marcado en la diagonal azul