

# Movimiento Browniano

Clara Téllez

2 de febrero de 2020

## 1. Introducción

El movimiento Browniano es un fenómeno físico en el que una partícula suspendida en un fluido presenta movimiento continuo de naturaleza aleatoria. El botánico Robert Brown fué el primero en observarlo en 1827, pero fue Albert Einstein quien lo explicó en 1905 [1].

Al simular el movimiento Browniano se representan estos movimientos como si se tratara de una caminata, donde la partícula parte de un punto de origen y da “pasos” discretos (duración) de forma aleatoria y puede hacerlo en 1 o más dimensiones [2]. A partir de este tipo de estudios se pueden predecir tendencias en el comportamiento de las partículas de acuerdo a las variables que se tengan en cuenta.

El objetivo de este trabajo es examinar los efectos de la dimensión en la probabilidad de regreso al origen, así como, el efecto de la duración de la caminata en el comportamiento.

## 2. Metodología

Para evaluar los efectos de las dimensiones y de la duración de la caminata en la probabilidad de regreso al origen se usó el paquete estadístico R en su versión 3.6.2.

El experimento consistió en simular una caminata variando las dimensiones entre 1 y 8 y también los pasos de la misma como potencias de dos con exponente de 5 a 10 en incrementos lineales de uno. Se realizaron 50 repeticiones para cada caso, con estos datos se calculó la probabilidad de regreso para cada una de las 8 dimensiones, así mismo, se observó el efecto de la duración de la caminata sobre el comportamiento de la partícula.

Los datos obtenidos fueron graficados en un diagrama de cajas y bigotes, en el que es posible visualizar, claramente, el efecto de las dimensiones en el comportamiento de una partícula que presenta movimiento Browniano.

### 3. Resultados y Discusión

Al ejecutar la simulación en R se obtuvo una matriz de datos correspondiente a los porcentajes de regreso al punto de origen para cada dimensión y cada duración de la caminata. En la figura 1 se muestra el conjunto de datos con el que se realizará el análisis de esta práctica.

|    | pot | porc | dim |    | pot | porc | dim |    | pot | porc | dim |
|----|-----|------|-----|----|-----|------|-----|----|-----|------|-----|
| 1  | 5   | 100  | 1   | 17 | 7   | 96   | 1   | 33 | 9   | 100  | 1   |
| 2  | 5   | 60   | 2   | 18 | 7   | 66   | 2   | 34 | 9   | 76   | 2   |
| 3  | 5   | 40   | 3   | 19 | 7   | 34   | 3   | 35 | 9   | 30   | 3   |
| 4  | 5   | 28   | 4   | 20 | 7   | 26   | 4   | 36 | 9   | 22   | 4   |
| 5  | 5   | 14   | 5   | 21 | 7   | 12   | 5   | 37 | 9   | 12   | 5   |
| 6  | 5   | 6    | 6   | 22 | 7   | 8    | 6   | 38 | 9   | 10   | 6   |
| 7  | 5   | 8    | 7   | 23 | 7   | 4    | 7   | 39 | 9   | 12   | 7   |
| 8  | 5   | 4    | 8   | 24 | 7   | 16   | 8   | 40 | 9   | 10   | 8   |
| 9  | 6   | 96   | 1   | 25 | 8   | 98   | 1   | 41 | 10  | 98   | 1   |
| 10 | 6   | 64   | 2   | 26 | 8   | 74   | 2   | 42 | 10  | 70   | 2   |
| 11 | 6   | 22   | 3   | 27 | 8   | 30   | 3   | 43 | 10  | 36   | 3   |
| 12 | 6   | 24   | 4   | 28 | 8   | 22   | 4   | 44 | 10  | 14   | 4   |
| 13 | 6   | 12   | 5   | 29 | 8   | 18   | 5   | 45 | 10  | 16   | 5   |
| 14 | 6   | 8    | 6   | 30 | 8   | 6    | 6   | 46 | 10  | 12   | 6   |
| 15 | 6   | 16   | 7   | 31 | 8   | 4    | 7   | 47 | 10  | 10   | 7   |
| 16 | 6   | 10   | 8   | 32 | 8   | 6    | 8   | 48 | 10  | 2    | 8   |

Figura 1: Matriz de datos obtenida en R. (pot=Potencia, porc=Porcentaje de regreso al punto de origen, dim=Dimensión)

A partir de la matriz de datos se construyó un diagrama de cajas de bigotes para observar el comportamiento de una partícula con movimiento Browniano (Figura 2). Cada caja corresponde a una dimensión en donde se agrupan los porcentajes de regreso al punto de origen en las diferentes duraciones de la caminata.

La dimensión afecta la probabilidad de regreso al origen, a mayor dimensión, menor probabilidad de regreso. En la caja correspondiente a la dimensión 1, los datos se distribuyen de manera uniforme, no hay datos atípicos, ni se forman bigotes, la probabilidad de regreso esta muy cerca al 100%. La caja que representa la dimensión 2 se aleja considerablemente de la caja de la dimensión 1, los datos están mas dispersos en especial en el nivel superior. La distancia que hay entre las cajas 2 y 3 es más amplia que la observada entre las cajas 1 y 2. A partir de la caja 3 se va disminuyendo la distancia entre las cajas para las dimensiones más grandes. En la caja que corresponde a la dimensión 4 podemos observar un dato atípico en la parte inferior, es el único dato atípico obtenido para esta matriz, por lo que estadísticamente es no significativo. En el gráfico también podemos inferir que la duración de la caminata no afecta la probabilidad de regreso al origen. Las cajas, en general, son uniformes y pequeñas, lo que evidencia que los datos se agrupan en rangos pequeños.

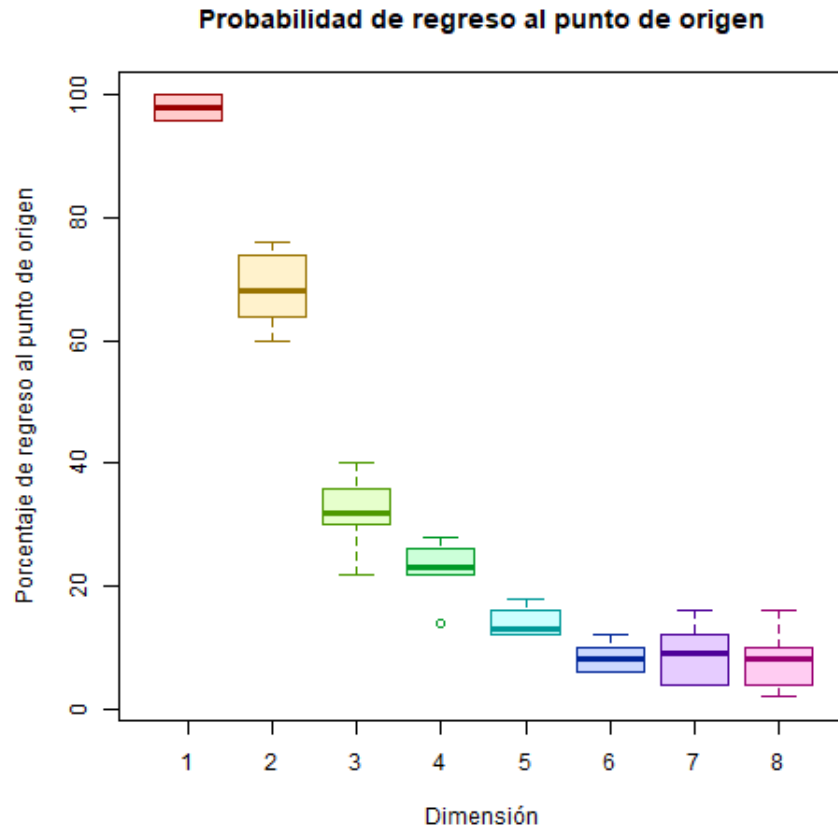


Figura 2: Diagrama de cajas y bigotes

## 4. Conclusiones

1. La dimensión afecta la probabilidad de regreso al origen.
2. La duración de la caminata no tiene efecto sobre la probabilidad de regreso al origen.

## Referencias

- [1] SANTAMARÍA-ANTONIO, J., *El movimiento Browniano: Un paradigma de la materia blanda y de la biología*, Rev.R.Acad.Cienc.Exact.Fís.Nat. (Esp), Vol. 106, N.º. 1-2, pp 39-54, 2013.
- [2] SCHAEFFER, E., *Práctica 1: Movimiento Browniano*, <https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p1.html>. Consultada en enero de 2020.