

作业一（栈的使用，二选一）

- ① 八皇后问题是一个以国际象棋为背景的问题：如何能够在 8×8 的国际象棋棋盘上放置八个皇后，使得任何一个皇后都无法直接吃掉其他的皇后？为了达到此目的，任两个皇后都不能处于同一条横行、纵行或斜线上。

要求：使用数据结构中的栈实现，最终结果采用矩阵形式输出。

- ② 将马随机放在国际象棋的 8×8 棋盘的某个方格中，马按走棋规则进行移动。要求每个方格只进入一次，走遍棋盘上全部64个方格。编制非递归程序，求出马的行走路线。

要求：使用数据结构中的栈来实现，将数字 $1, 2, \dots, 64$ 依次填入一个 8×8 的方阵，最终结果采用矩阵形式输出。

作业二（最大化目标函数的分枝定界法）

- ① 初始求解整数规划的松弛问题：求解其松弛线性规划，若为整数解，即为整数规划的最优解。否则，初始下界设为 $-\infty$ 。
- ② 建立分枝树：在任何一个（子）问题中，从不满足整数要求的变量中选出一个进行处理，通过加入一对互斥的约束将一个（子）问题分支为两个受到进一步约束的子问题，缩小搜索的区域。由此，子问题若不满足整数要求则进一步向下进行分枝，形成一个分枝树。
- ③ 定界与剪枝：通过不断地分枝和求解各个子问题，分枝定界法将不断修正由已经得到的最优整数解确定的下界。其中，求解子问题可能出现以下结果：
 - 无可行解，无须继续分枝；
 - 得到一个整数解，无须继续分枝，更新下界；
 - 得到一个非整数解，视目标函数值的情况决定剪枝还是继续分枝。
- ④ 按照上述步骤迭代，每当下界被修改以后，应当检查所有还没有求解过的子问题并剪去那些目标函数值小于新的下界的子问题。

要求：使用编写的程序求解一个需要迭代两次以上的整数规划问题。

作业三（最速下降法）

考虑下面的问题

$$\min \quad 5x^2 + 5y^2 - xy - 11x + 11y + 11.$$

- ① 找出满足一阶必要条件的解。
- ② 证明该解为全局最优解。
- ③ 若用最速下降法求解该问题，收敛率是多少？
- ④ 选定 $x = y = 0$ 为初始点，最速下降法（最多）需要多少次迭代才能将函数值降至 10^{-11} ？

作业四（Scaling方法）

已知目标函数

$$f(x, y) = x^2 - 5xy + y^4 - 25x - 8y,$$

用最速下降法求最小值。

现采用Scaling方法，其原理是令Hessian矩阵主对角线上元素的值近似相等。令 $z = 7y$ 对上式做代换，重新用最速下降法求最小值，并比较两次迭代次数结果。

作业五（FIBONACCI搜索）

对于FIBONACCI搜索方法，令搜索区间的初始长度为 $d_1 = c_2 - c_1$,

① 证明

$$d_k = \left(\frac{F_{N-k+1}}{F_N} \right) d_1.$$

② 插入两个试验点后计算函数值，若第一次迭代的结果是保留左端点 c_1 ，求下一个插入点坐标的两种表达式，并验证它们的等价性。