Розміщення КЕ різного рангу

1. Задача розміщення
2. Постановка задачі та критерії оптимізації
3. Виділення груп розміщення (*на практиці*)
4. Алгоритм розміщення

В результаті вирішення задачі компонування ми отримали необхідну кількість виділенних функціональних вузлів з необхідною кількістю елементів а також склад КЕ, які потрібно розмістити в монтажному просторі (МП) с числом зовнішніх виводів не більше необхідного.

Розміщення елементів на платі, плат в блоці і т.д. є наступною (другою) конструкторською задачею після компонування. Задача розміщення передує проектування електричних з'єднань - трасуваня з'єдднань.

Таким чином розміщення КЕ різних рівнів ієрархії є друга конструкторська задача.

У будь-якому випадку задача розміщення полягає у визначенні установчого місця, посадкового місця для КЕ ранга і в КЕ ранга (i+1) таким чином, щоб оптимізувати деякі критерії або узагальнені цільові функції. Критерії топологічні, метричні, температурні, елетромагнітна сумісність.

Наприклад купується квиток до театру - таким чином виконується розбиття глядачів за вартістю квитка, а далі розміщення згідно ряду та місця у квитку.

Задача розміщення
Розміщення геометричних об'єктів, що мають різну форму, розміри …. Розміщення вкладів, купівля квартири, побутову апаратуру. Покласти паркет у квартирі …

Ми часто зустрічаємо задачі розміщення як вибір значення критерія якості, заданого на множині перестановок. Зазвичай значення критерію на конкретній перестановці швидко визначається, але, враховуючи те, що перестановок велика кількість - то значення критерія визначить швидко важко.

$$T = t_1 \cdot n!$$

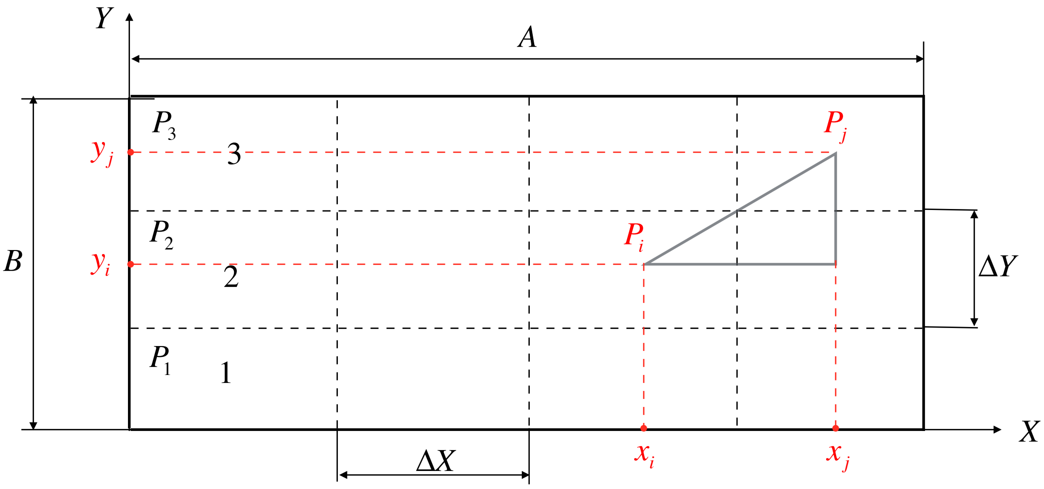
- t_1 час вирішення задачі для одного варіанту
- n - кількість варіантів

Одним з найбільш простих способів визначення критерію є *сліпий випадковий пошук*. Перестановки розігруються випадковим способом та кожен час визначається значення критерію оптимізації. Краще значення критерія запам'ятовується, запам'ятовується також номер перестановки (номер КЕ або друкованого модуля (ДМ)).

Існують й інші методи, більш ефективні, рі шення задач мінімізації основаних на перестановках.

Задачі розмізення вирішуються в різних областях науки та техніки. Розглянемо деякі з них, що характерні для нашої предметної області.

1. **Задача мінімізації сумарної суми зв'язків** $\sum L_{зв}$ при розміщенні радіоелементів (РЕ) на друкованій платі (ДП).



Щоб визначити суму зв'язків $\sum L_{зв}$ необхідно мати дві матриці:

1. Конструктивні елементи (КЕ) зв'язані між собою у відповідності до матриці зв'язків

$$A = \begin{array}{ccccccc} & x_1 & x_2 & \cdots & x_i & \cdots & x_n \\ x_1 & a_{11} & a_{12} & \cdots & x_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ x_2 & a_{21} & a_{22} & \cdots & x_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_i & a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_n & a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{array} \qquad A = \left\| a_{ij} \right\|_{n\times n}$$

де a_{ij} - число зв'язків між x_i та x_j

2. Відстань між посадковими місцями (ПМ) визначається матрицею відстаней:

$$D = \begin{array}{ccccccc} & P_1 & P_2 & \cdots & P_j & \cdots & P_m \\ P_1 & d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1j} & \cdots & d_{1m} \\ P_2 & d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2j} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_j & d_{j1} & d_{j2} & \cdots & d_{jj} & \cdots & d_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_m & d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mj} & \cdots & d_{mm} \end{array} \qquad D = \left| d_{ij} \right|_{m\times m}, \quad D = \left| d_{ij} \right|_{m\times n}$$

де d_{ij} - відстань між P_i та P_j, в яких розміщені елементи x_i та x_j. Відстань між посадковими місцями (ПМ) P_i та P_j, в яких розміщені елементи x_i та x_j визначається як $d_{ij} = a_{ij} \cdot d_{P_iP_j}$

В загальному випадку $n \neq m$, як правило $n \leq m$.

В загальному випадку сумарна довжина зв’язків визначається

$$L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} d_{ij}$$

Добуток суми зв’язків між x_i та x_j елементами, розміщеними в P_i та P_j позиціях, на суму відстаней між позиціями P_i та P_j.

d_{ij} в залежності від конкретної задачі визначається в евклідовій або ортогональній (манхетенській) метриках.
Якщо відстань між точками з координатами x_i, y_i та x_j, y_j визначається як $d_{ij} = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2}$, то метрика називається евклідовою.
Якщо відстань визначається як $d_{ij} = \left|x_i - x_j\right| + \left|y_i - y_j\right|$, то метрика називається ортогональною.

Метрика визначає трасування.

Для ортогональної метрики функція мінімізації визначається

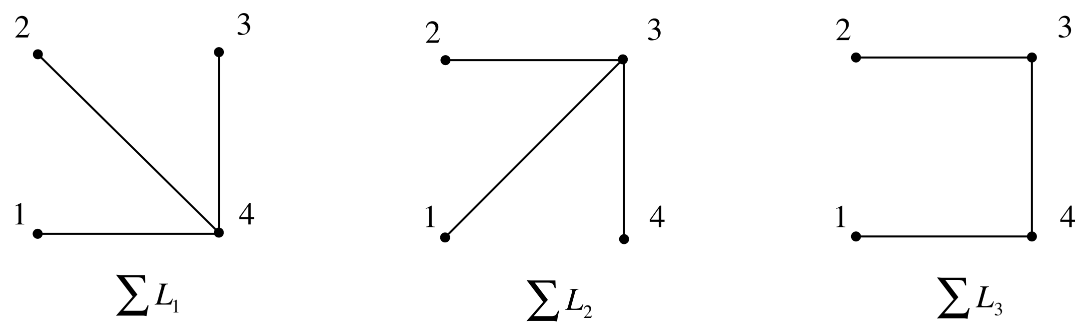
$$L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot \left(\underbrace{\left|x_i - x_j\right| + \left|y_i - y_j\right|}_{d_{ij}} \right)$$

та трактувати як задачу мінімізації функції, що залежить від $2n$ змінних $x_1, y_1, \ldots x_i, y_i, \ldots x_n, y_n$
Слідує відмітити, що L - величина відносна - перегороди на шляху L.

2. **Задача на побудову найкоротшої зв’язуючої сітки** (задача Пріма) - провідний монтаж.

Друкований монтаж - недолік - важко отримати $L_{\min}$. *Провідний монтаж дозволяє отримати* $L_{\min}$.

Задача полягає в побудові дерева мінімальної довжини між вершинами.



Зрозуміло, що сумарна довжина такого дерева визначається порядком з’єднання вершин, тобто ця довжина представляє функціонал на множині перестановок. Але, є оптимальна сумарна довжина $\sum L_i = \min$, яка визначається за $\|D\|$.

3. Задача балансування.

В механіці існує задача балансування обертових деталей машин. Споконвічно ця задача виникла в турбо будівництві. Колесо турбіни - це диск, на якому з рівним кроком розташовані лопатки. Статичні моменти лопаток мають деякий розкид і тому сумарний розбаланс залежить від порядку встановлення лопаток на диску.
Тоді показник якості на множині перестановок визначається

$$M_i = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{n} M_{ik} \cos\frac{2\pi k}{n}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n} M_{ik} \sin\frac{2\pi k}{n}\right)^2}$$

n - число лопаток
M_k - статичний момент k - лопатки

Задача балансування в нашій предметній області: зчитування інформації з магнітних дисків, з лазерних та ін.

4. Можна привести приклад **задачі з теорії розкладу** (технологічний маршрут)
Так при виготовлені множини деталей $\{d_i\}$, $i=\overline{1,n}$ використовується деяка група верстатів.
Деталь d_i проходить сукупність операцій, які повинні виконуватися в суворо визначеній послідовності у відповідності з технологічним процесом - технологічним маршрутом M_i.
Вихідну інформацію можна представити у вигляді тезнологічної матриці:

$$T = \left| N_{ij}, t_{ij} \right|$$

кожен елемент цюєї матриці є упорядкована пара чисел, в якій
N_{ij} - номер верстата, на якому виконується j-операція i-деталі
t_{ij} - час обробки i-деталі на j-верстаті

Потрібно визначити найкраще, по якомусь критерію, розклад всіх операцій по обробці кожної деталі в часі на відповідному устаткувані, тобто потрібно визначити оптимальний технологічний маршрут.
Рішення можна представити у вигляді матриці (маршрут описати у вигляді матриці)

$$M = \left| \left(n_{ij,} T_{ij} \right) \right|$$

n_{ij}, T_{ij} - впорядкована пара чисел, яка знаходиться на пересіченні i-рядка та j-стовпчика та означає, що j-а по порядку обробки операція i - ї деталі запускається у виробництво в момент часу T_{ij} на верстаті n_j.

При відсутності простоїв кожна перестановка однозначно визначається розкладом М. Тому рішення задачі черговості зводиться до знаходження найкращої в сенсі деякого критерія перестановки Р, що визначає порядок обробки деталі.

5. Періодичне розміщення.
Періодичне розміщення геометричних об'єктів відомі в технології як задачі штампування заготовок з листа, тканини, кристалу та ін.
В цих задачах критерієм є мінімізація відходів матеріалу.

* розміщення геометричних об'єктів, що мають різну форму, розміри, ….
Периодическое размещение геометрических объектов.
Стоян Ю.Г., Панасенко А.А.

Постановка задачі критерія оптимізації розміщення.
Як ми уже указували, розміщення є однією з основних задач конструкторського проектування ЕВА та полягає у визначенні оптимального просторового розміщення елементів на комутаційному полі.
В залежності від розміщуваних елементів виділяють такі типи задач розміщення:
- розміщення елементів з однаковими установочними розмірами (IC, модулі, …). В цьому випадку спрощується розміщення
- розміщення елементів з різними установочними розмірами (радіодеталі, IC, …)
- розміщення елементів, форма та установочні розміри яких визначаються в процесі рішення задачі. Така задача має місце при розміщені компонентів IC на підкладці

При розміщенні елементів моделлю КС є взвішенний граф $G(X,V)$, який описується матрицею з'єднань $A=\left|a_{ij}\right|_{n\times n}$.
Комутаційне поле для розміщення елементів складається з множини вакантних ПМ (набору позицій) $P_1,P_2,\ldots,P_r,\ldots P_m(m\times n)$ - в прямокутній системі координат.

Таким чином, дано
- матриця зв'язків $A=\left|a_{ij}\right|_{n\times n}$
- набір ПМ $P_{m\times n}$

m - кількість рядків
n - кількість стовпчиків

Розглянемо моделі задачі розміщення. Для будь-яких моделей задачи розміщення маємо принципову схему, елементи якої характеризуються конструктивними параметрами: габаритами, формою, конструктивним оформленням.
Моделлю КС є взвішенний граф $G(X,V)$, яка описується описується матрицею зв'язків $A=\left|a_{ij}\right|_{n\times n}$. Елементи матриці визначають "степінь зв'язності" конструктивних елементів одне з одним.
Таким чином рахуємо, що схема задана матрицею A. Під цю схему ми розробляємо монтажний простір (комутаційне поле, ДП) для розміщення елементів схеми. Тобто моємо деякий фіксований ПМ $P_1,P_2,\ldots,P_r,\ldots P_m$. Будемо вважати, що $n=m$, тому що завжди можна ввести $m-n$ фіктивних елементів, не маючих з'єднань з рештою елементів. Таким чином можна задати матрицю відстаней $D=\left|d_{ij}\right|_{n\times n}$, в якій елемент матриці d_{ij} відповідає відстані між центрами позицій P_i та P_j. Очевидно, що $\left|D\right|$ симетрична з нульовою головною діагоналлю $\left(d_{ii}=0,\quad i=1,2,\ldots,n\right)$.

Як правило, структура позицій (n_x та n_y) $P_1,P_2,\ldots,P_r,\ldots P_m$ утворюється в результаті нанесення прямокутної сітки на площину монтажного простору з розмірами осередків, що дорівнюють крокам установки елементів DX, DY.

Структура позицій установки елементів має вигляд

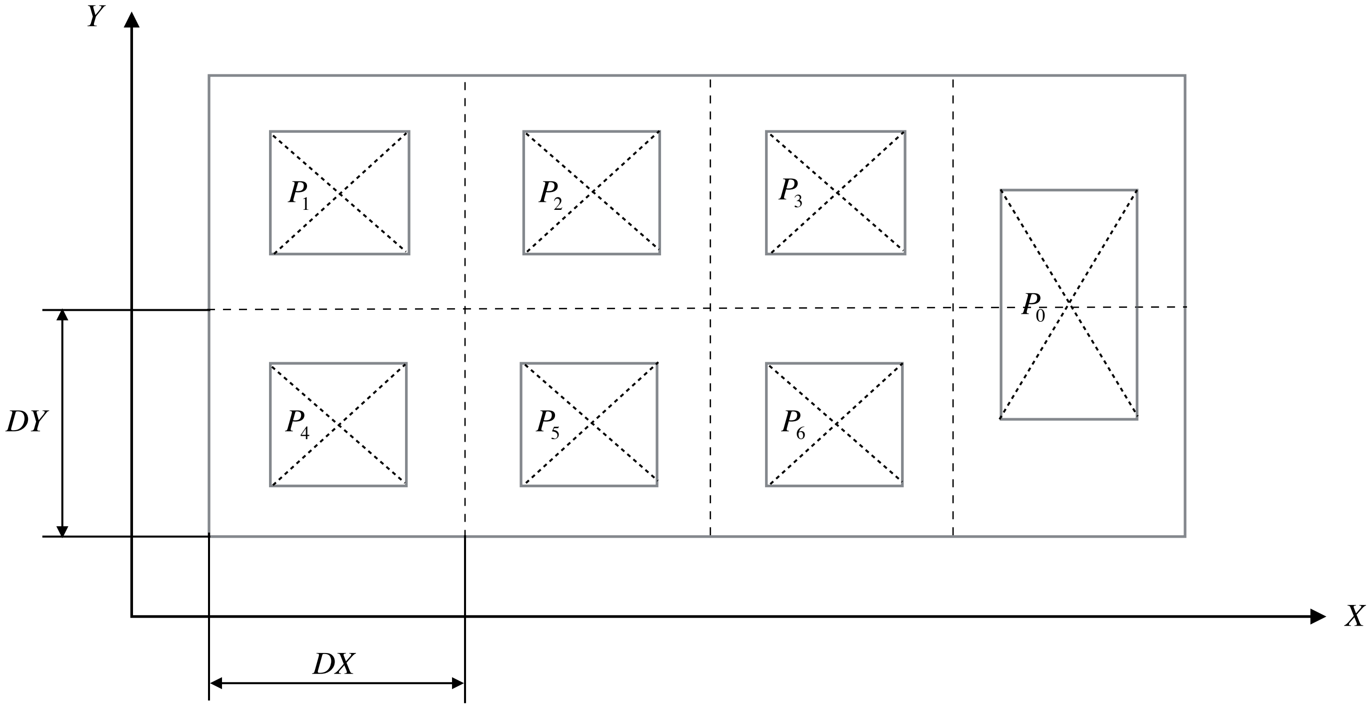
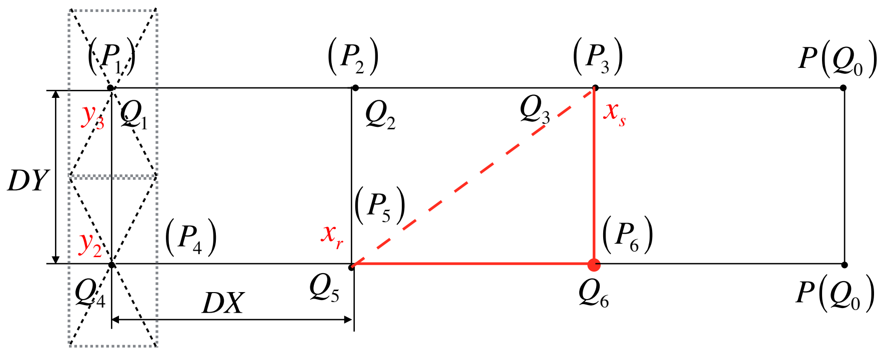


Рис. Структура позицій установки елементів
Структура дискретного монтажного простору

Для різної форми елементів всеодно ПМ приводяться в прямокутній формі.
Структура позицій монтажного простору є незручною, тому що велика свобода щодо розміщення.
В таку структуру позицій необхідно розмістити вершини ВГС - тобто прямокутник та вершина (точка)
$DX - DY$ - щільність монтажу $G(X,V)$
Для X - заготували P, а для V - розміри DX та DY

Задача розміщення полягає у визначенні позиції для кожного елемента з КС, тобто знаходження деякої перестановки $P = P(1), P(2), \ldots, P(z), \ldots, P(n)$. $P(z)$ задає номер позиції елементу $x_i \in X, \quad i = \overline{1,n}$
Тому структуру дискретного монтажного простору представимо у вигляді прямокутників - представимо у вигляді прямокутної ришітки Q. Кожен вузол (центр), який відповідає визначеній прямокутній позиції ПМ. Центр прямокутника - ПМ - точка, в котру буде розміщено КЕ - точка з ВГС. Точка ПМ та точка КЕ повинні співпадати.



Решітка Q є моделлю структури позицій установки елементів.
Задамо на решітці Q матрицю - прямокутну чи евклідову. Відстань d_{rs} між вершинами x_r, x_s решітки Q називається довжина ланцюга, що з'єднує ці вершини. Тут під довжиною ланцюга розуміємо добуток числа ребер та відстані між узлами решітки Q. Це усереднена довжина.
Функцію відстані решітки зручно задавати матрицею відстаней:

$$D = \left| d_{rs} \right|_{m \times n}$$

$$d_{rs} = \left| \begin{array}{l} d_{P(i)P(j)}, \text{якщо } r \neq s \\ 0, \text{якщо } r = s \end{array} \right.$$

$$d_{rs} = \left| x_r - x_s \right| + \left| y_r - y_s \right| \text{ - прямокутна}$$

$$d_{rs} = \sqrt{\left(x_r - x_s\right)^2 + \left(y_r - y_s\right)^2} \text{ - евклідова}$$

де x_r, x_s, y_r, y_s - координати вершин r, s решітки Q.

Тоді в термінах теорії графів задача розміщення елементів складається у відображенні вершин взвішенного графа $G(X,V)$ в решітку Q таким чином, щоб вершини $\{X\}$ розміщалися в узлах решітки Q та сумарна довжина визначається як:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} d_{rs} = \min$$

$x_i \rightarrow$ до вузлу r

$x_j \rightarrow$ до вузлу s

Сумарна довжина була найменшою для всіляких способів ототожнення вершин графа та вузлів решітки. Тобто задача розміщення по критерію min сумарної взвішенної довжини всіх з'єднань складається в мінімізації функціонала 2n змінних на множині перестановок P.

a_{ij} - вага (число) зв'язків між $x_i, x_j \in X$

d_{rs} - відстань між вершинами r та s при відображенні вершини x_i в вузол r, вершини x_j в вузол s, тобто $r\left(x_i\right) = P(i), \quad s\left(x_j\right) = P(j)$.

Задача P передує задачі трасування з'єднань та тісно з нею зв'язана. Виділяють такі групи критеріїв розміщення:
I - конструкторсько-технологічні: метричні та топологічні
II - електромагнітної сумісності
III - температурні

До метричних критеріїв відносяться:
- min сумарної довжини з'єднань
- min найбільш протяжних з'єднань
- min близьке розташування КЕ, що мають найбільше число зв'язків між собою

До топологічних критеріїв відносяться:
- min пересічних з'єднань
- рівномірне розподілення з'єднань на комутаційному полі
- min число некомутаційних шарів
- max число провідників простої конфігурації

Більшість алгоритмів розміщення використовують критерій min суми зв'язків, який прямо або побічно враховує численні вимоги, пред'явленні до розташування елементів та з'єднувальних їх виводів та в той же час простий з математичної точки зору.

Найбільше розповсюдження в алгоритмах розміщення критерія мінімальної суми зв'язків пояснюється ще й тим, що зменшення довжин з'єднань - покращує електричні параметри пристрою:

- покращує трасування друкованих провідників
- знижує трудомісткість виготовлення ДП
- критерій простий в реалізації

До другої групи критеріїв входять:

- min паразитні зв'язки між елементами та провідниками
- min рівні перешкод

Третя група:

- рівномірність температурних полів по поверхні плати
- зменшення температурного впливу найбільш нагрітих елементів на сусідні

Тоді під сумарною довжиною всіх зв'язків мається на увазі деяка усереднена довжина, яка визначається як відстань між центрами з'єднувальних КЕ (ПМ)

В заключення, з урахуванням значимості зв'язків основний критерій можливо представити

$$L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} a_{ij} d_{ij} q_{ij}$$

q_{ij} - коефіцієнт важливості

Якщо є три матриці $\|a_{ij}\|, \|d_{ij}\|, \|q_{ij}\|$, то поелементно перемножаться ці матриці отримують матрицю довжин зв'язків.