

Тросовая орбитальная транспортировка

Прикладные задачи динамики твердого тела и систем тел

Юдинцев В. В.

Кафедра теоретической механики
Самарский университет

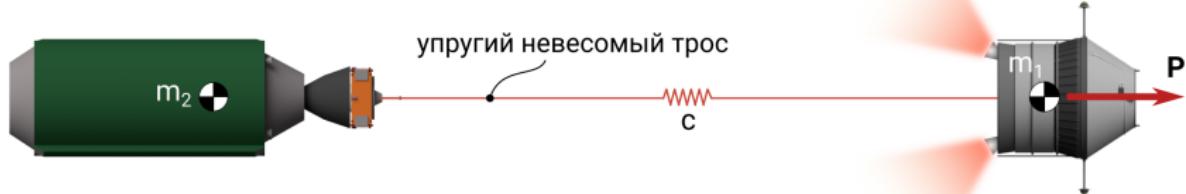
20 сентября 2024 г.



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

Орбитальная транспортировка

Объект космического мусора



Космический буксир

- Орбитальный буксир связан с объектом космического мусора при помощи упругого троса большой длины.
- Тросовая связь может быть сформирована при помощи автономного стыковочного модуля, отделяемого от буксира на тросовой связи и выполняющего захват объекта космического мусора.

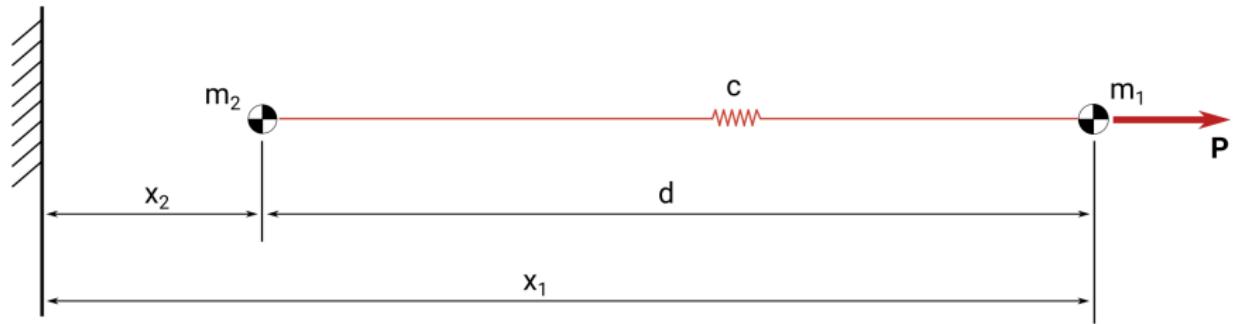
Невесомый упругий трос

Упрощенная модель троса

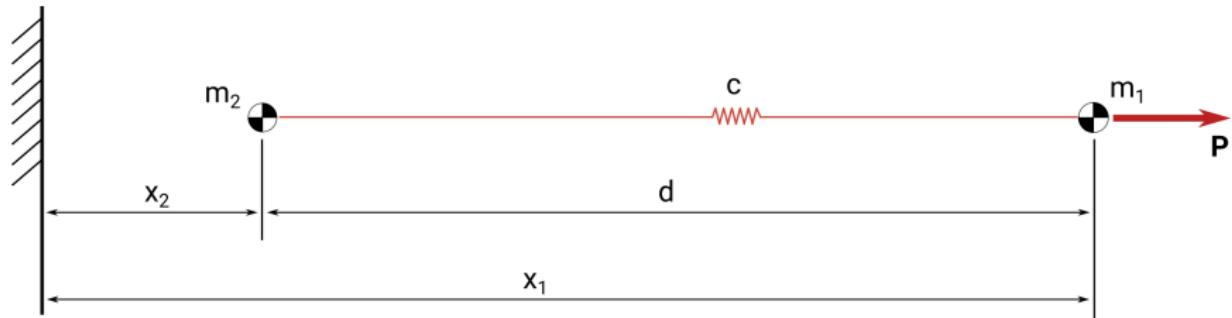
Объект космического мусора



Космический буксир



Упрощенная модель троса



Уравнения движения:

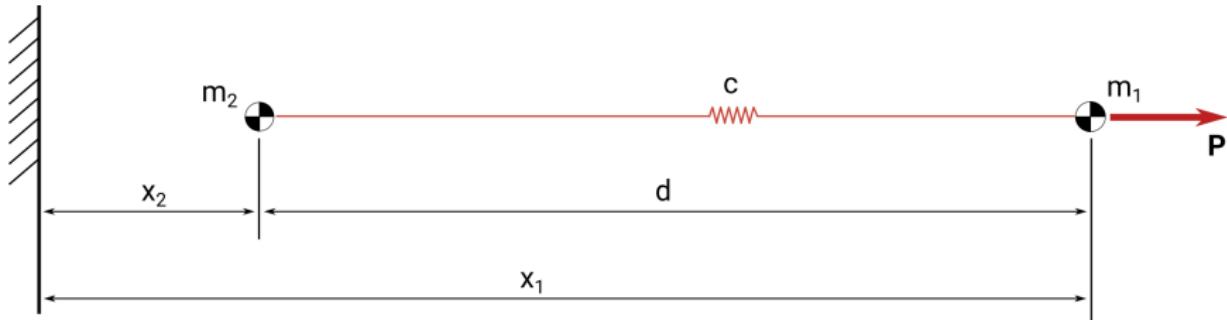
$$m_1 \ddot{x}_1 = P - F_s$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_s$$

Сила упругости пружины:

$$F_s = \{(x_1 - x_2) - l_0\}c$$

Жесткость троса

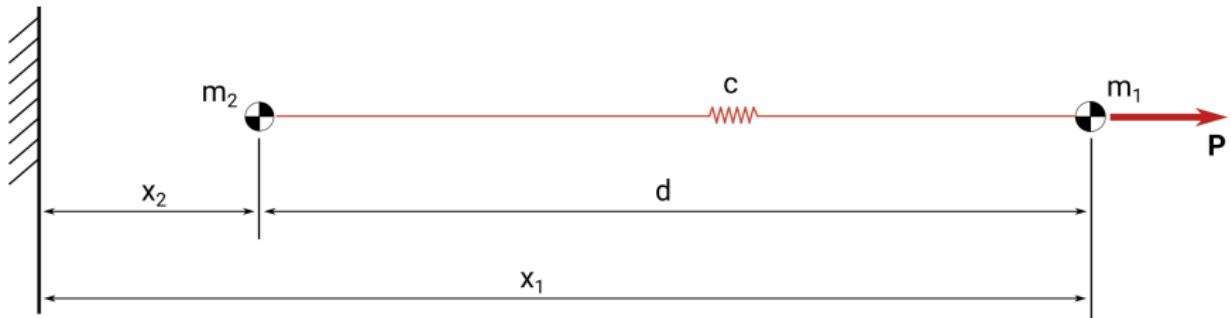


Жесткость троса:

$$c = \frac{EA}{l_0}$$

- E – модуль упругости материала троса (модуль Юнга),
- A – площадь поперечного сечения троса,
- l_0 – свободная длина троса.

Упрощенная модель троса



Уравнения движения:

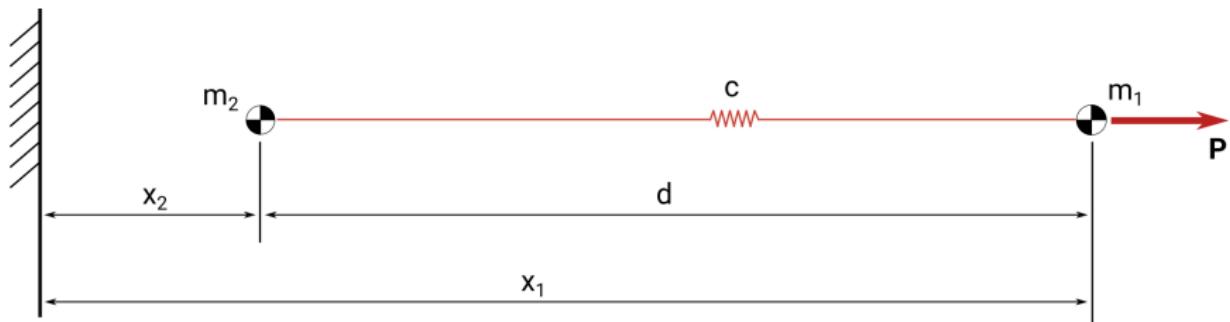
$$m_2 m_1 \ddot{x}_1 = P m_2 - \{(x_1 - x_2) - l_0\} c m_2$$

$$m_2 m_1 \ddot{x}_2 = \{(x_1 - x_2) - l_0\} c m_1$$

Уравнение для расстояния между телами:

$$m_1 m_2 \ddot{d}_{12} = P m_2 - \{(x_1 - x_2) - l_0\} c (m_1 + m_2)$$

Упрощенная модель троса



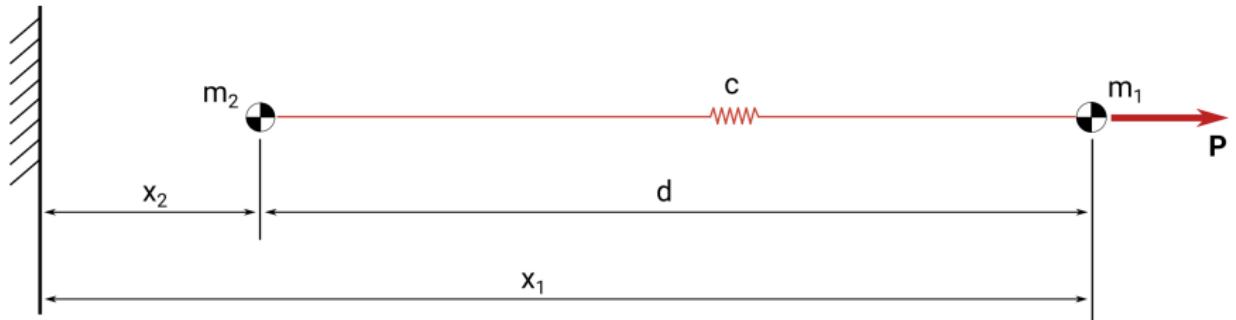
Уравнение для расстояния между телами:

$$m_1 m_2 \ddot{d}_{12} = P m_2 - ((x_1 - x_2) - l_0)(m_1 + m_1)c$$

$$\ddot{d}_{12} = \frac{P}{m_1} - \frac{d_{12} - l_0}{m_{12}}c$$

$$m_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \text{ - приведенная масса}$$

Деформация троса



$$\ddot{d}_{12} = \frac{P}{m_1} - \frac{d_{12} - l_0}{m_{12}} c$$

Уравнение для деформации троса $\delta = d - l_0$:

$$\ddot{\delta} + \frac{c}{m_{12}} \delta = \frac{P}{m_1}$$

Интегрирование уравнения

Неоднородное линейное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{\delta} + \frac{c}{m_{12}}\delta = \frac{P}{m_1}$$

Вид решения:

$$\delta = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + A, \quad k = \sqrt{\frac{c}{m_{12}}}, \quad A = \frac{P}{k^2 m_1}$$

Для начальных условий $\delta(0) = \dot{\delta}(0) = 0$:

$$\delta = \frac{P}{k^2 m_1} (1 - \cos kt) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (1 - \cos kt) \frac{P}{c}$$

Максимальная деформация в этом случае:

$$\delta_{max} = 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{P}{c}$$

Задание 1

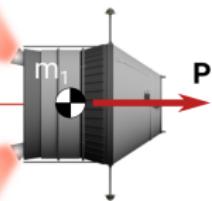
Объект космического мусора



упругий невесомый трос

c

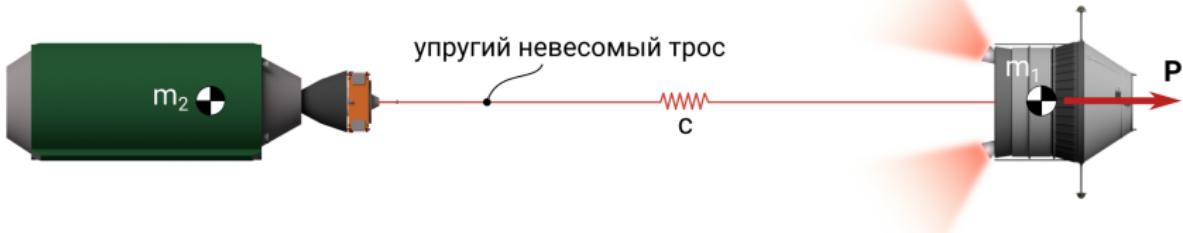
Космический буксир



Космический буксир массы $m_1 = 2$ т начинает тянуть на тросе длиной $l_0 = 1$ км объект космического мусора массой $m_2 = 4$ т. Тяга двигателя космического буксира $P = 10$ кН. Материал троса – Кевлар 49. В начальный момент времени $\delta(0) = \dot{\delta}(0) = 0$.

Задание 1

Объект космического мусора



- Найдите минимальный диаметр троса для транспортировки объекта космического мусора с коэффициентом запаса прочности троса не менее 1,5.
- Определите стационарную деформацию троса (после успокоения продольных колебаний троса).
- Определите стационарную силу натяжения троса.
- Определите период продольных колебаний троса.
- Предложите алгоритм включения и выключения двигателя буксира (при его постоянной тяге) для активного демпфирования продольных колебаний троса.

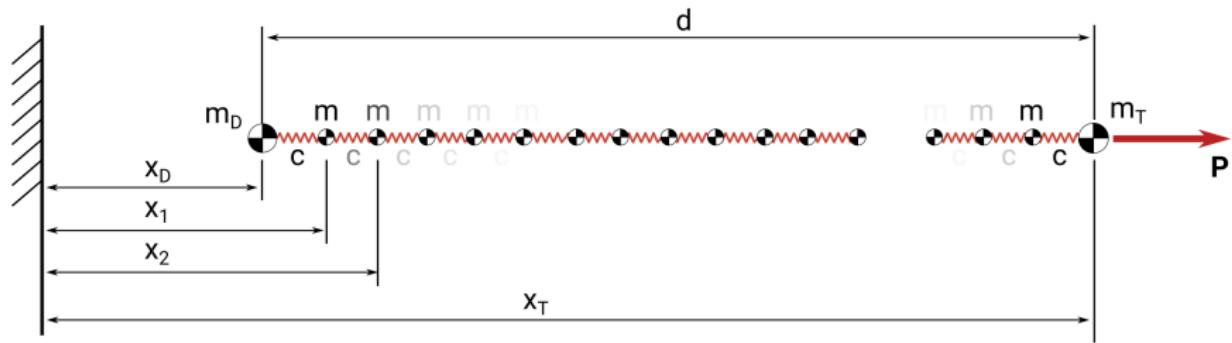
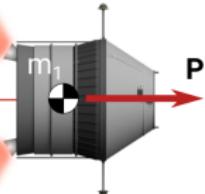
Учитываем массу троса

Задание 2

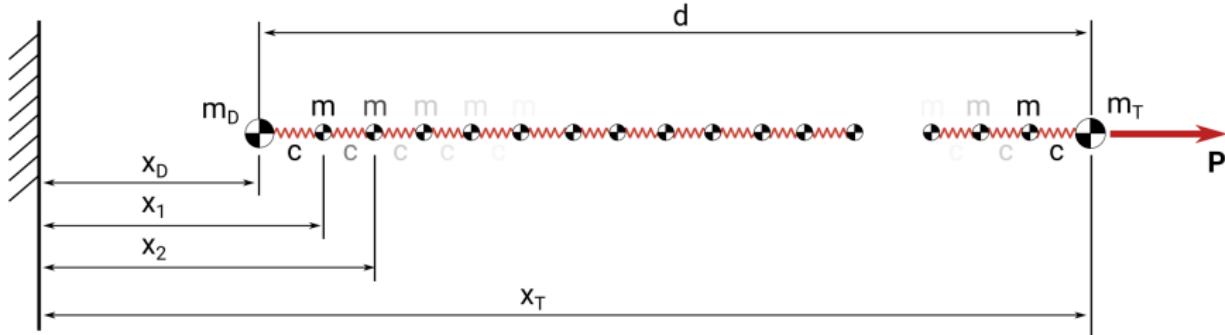
Объект космического мусора



Космический буксир

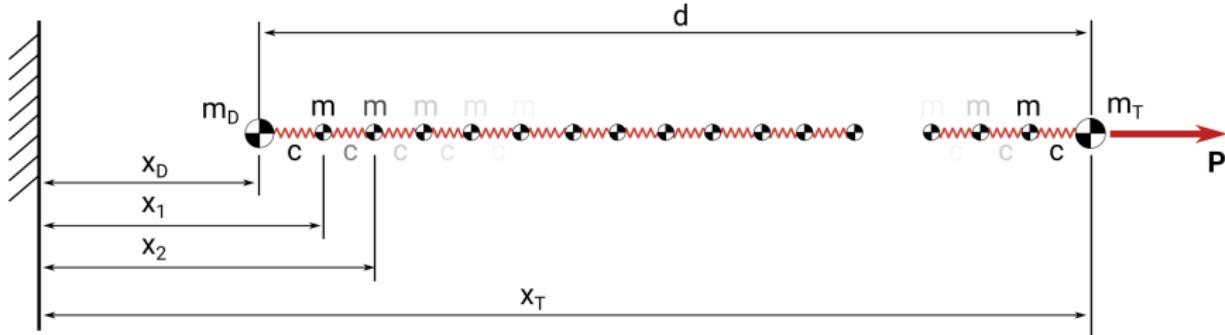


Задание 2



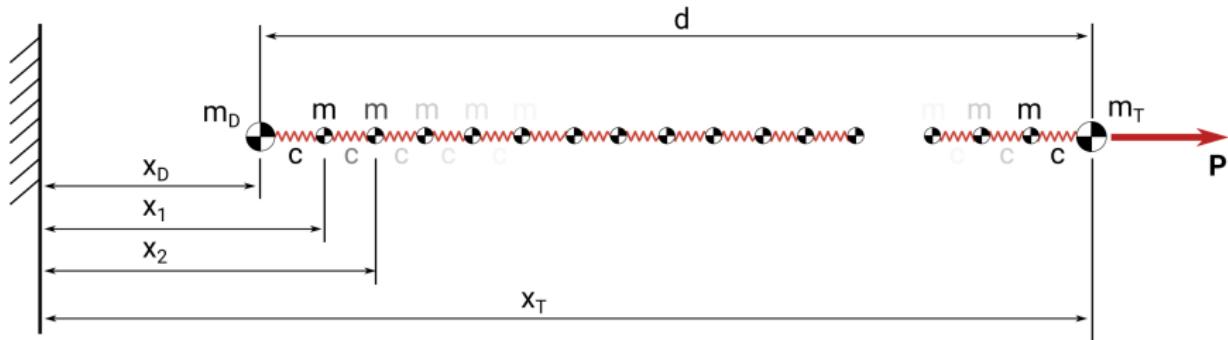
- Масса троса равномерно распределена по его длине
- Материал троса – Кевлар 49
- Трос рассматривается как система материальных точек, связанных невесомыми упругими элементами с жесткостью каждого элемента $c = (n + 1)EA/l_0$, где n – количество узлов (материальных точек), на которые разбивается трос.

Задание 2



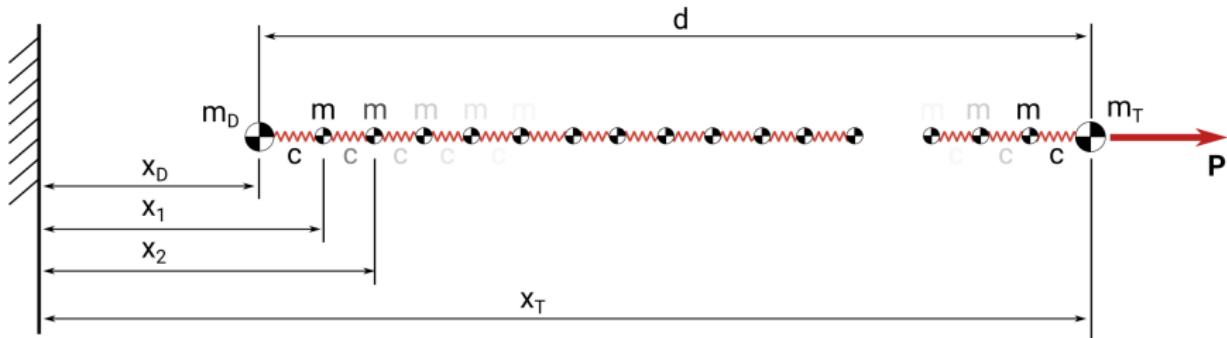
- Найдите массу троса.
- Разработайте программу моделирования процесса тросовой орбитальной транспортировки на тросовой связи с учётом массы троса, используя [пример программы моделирования движения троса в поле силы тяжести](#).
- Среда разработки: MATLAB, Octave, Mathematica или Python.

Задание 2



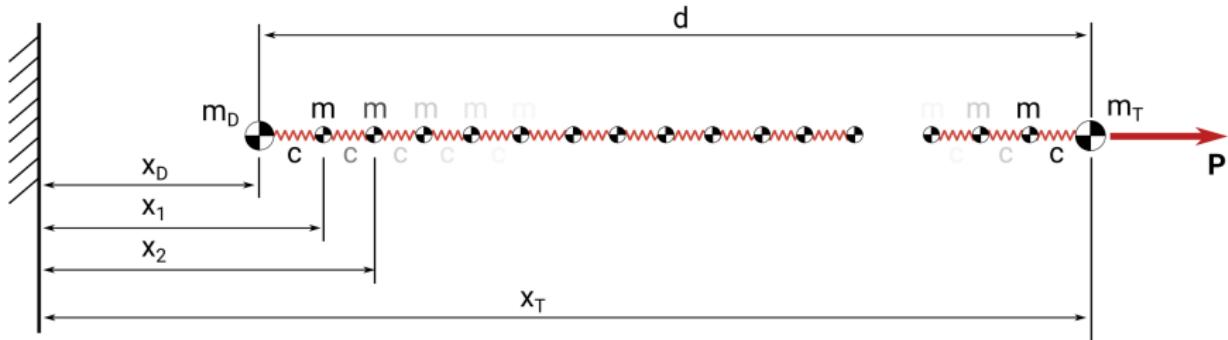
- Постройте на одном рисунке графики $d - l_0$, полученные при помощи упрощенной модели (задание 1), и при помощи модели троса с учетом его массы для количества узлов $n = 10$ и $n = 50$.
- Найдите относительную погрешность определения максимальной деформации троса $d - l_0$, полученной при помощи упрощенной модели по отношению к максимальной деформации троса, полученной при помощи модели с учетом массы троса для количества узлов $n = 50$.

Задание 2



- Сравните максимальную силу натяжения троса, полученную при помощи упрощенной модели, с силой натяжения троса, полученной при помощи модели троса с учётом его массы для $n = 50$ узлов.
- В каком месте троса сила натяжения достигает максимального значения в первую очередь после начала орбитальной транспортировки?

Задание 2



- Сравните решения двух моделей (закон изменения деформации троса δ) при активном демпфировании колебаний троса при помощи управления включением и выключением тяги буксира (при учете массы троса использовать $n = 50$ узлов).