Progetto di Modellistica e Simulazione

di Agosti Claudia, Brognoli Greta e Cropelli Matteo

1) Modellizzazione di un quadricottero

VARIABILI DI STATO

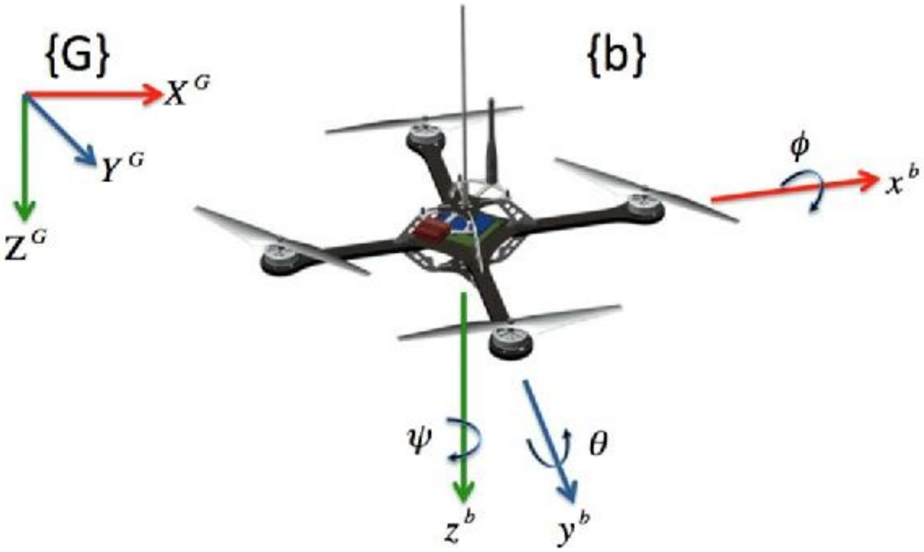
- **phi, theta, psi**: angoli di roll, pitch e yaw rispettivamente intorno agli assi x, y e z
- **x, y, z**: posizione del drone nello spazio (asse z positiva verso il basso)
- **dphi, dtheta, dpsi**: velocità angolari
- **dx, dy, dz**: velocità traslazionali

INGRESSI

- **U1**: spinta totale dei motori
- **U2:** momento attorno all'asse X (roll)
- **U3:** momento attorno all'asse Y (pitch)
- **U4**: momento attorno all'asse Z (yaw)

USCITE

- **phi, theta, psi**
- **x, y, z**



1) Modellizzazione di un quadricottero

CINEMATICA ROTAZIONALE

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

CINEMATICA TRASLAZIONALE

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & -\sin(\psi)\cos(\phi) + \cos(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) & \sin(\phi)\sin(\psi) + \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \cos(\phi)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) & -\cos(\psi)\sin(\phi) + \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{y}_b \\ \dot{z}_b \end{bmatrix}$$

1) Modellizzazione di un quadricottero

DINAMICA ROTAZIONALE

M = r x F

L = I * w

J*dw = M - (w x J*w)

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_x}[(J_y - J_z)\dot{\theta}\dot{\psi} + U_2] \\ \frac{1}{J_y}[(J_z - J_y)\dot{\psi}\dot{\phi} + U_3] \\ \frac{1}{J_z}[(J_x - J_y)\dot{\theta}\dot{\phi} + U_4] \end{bmatrix}$$

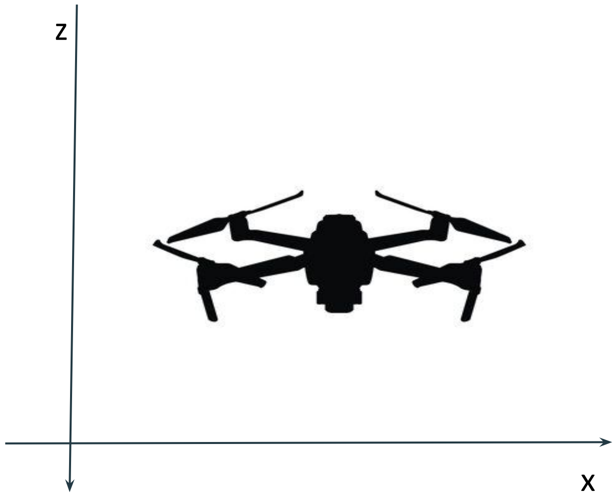
DINAMICA TRASLAZIONALE

F = m*a

$m*a = F_{totale\_motori} - F_g$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m}(\cos(\phi)\cos(\psi)\sin(\theta) + \sin(\phi)\sin(\psi))U_1 \\ -\frac{1}{m}(\cos(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta) - \cos(\psi)\sin(\phi))U_1 \\ -\frac{1}{m}(\cos(\phi)\cos(\theta))U_1 + g \end{bmatrix}$$

1) Modellizzazione di un quadricottero



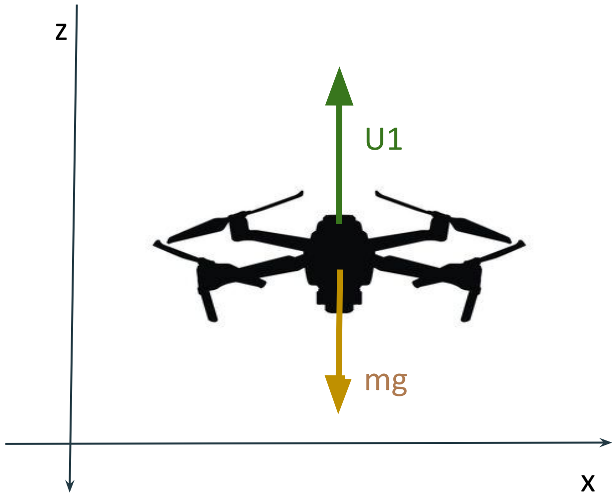
PUNTO DI EQUILIBRIO

La stabilità per i sistemi nonlineari è una caratteristica locale dei punti di equilibrio.

var=[p q r dxb dyb dzb Ixx Iyy Izz m g];
val=[0,0,0,0,0,0, 0.5, 0.5, 0.24, 1.4,9.81];
xeq_s=solve(subs(ff, var, val)==0);
=> U1=13.734; altre var = 0
=> Autovalori tutti a 0 => Simulazione
=>Instabilità

Fissando gli ingressi e linearizzando => 6 soluzioni con valori immaginari, 1 a tutti valori reali (tutti 0)

1) Modellizzazione di un quadricottero



PUNTO DI EQUILIBRIO

Si ipotizza il quadricottero immobile in un generico punti dello spazio.

$$\bar{\boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{x} & \bar{y} & \bar{z} \end{bmatrix}^T$$

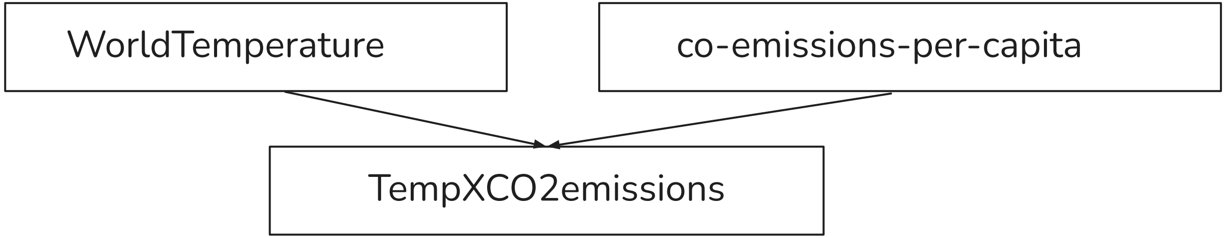
L'input per ottenere la situazione descritta:

$$\bar{\boldsymbol{u}} = \begin{bmatrix} mg & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Ingresso costante per contrastare la forza di gravità

2) Esercizio serie storiche

Serie storiche sfruttate:

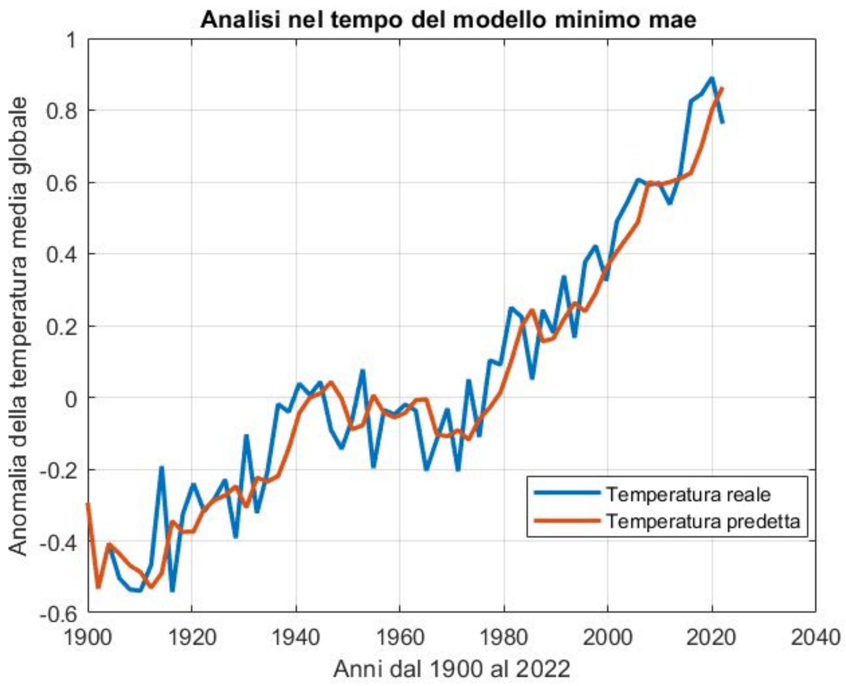


Identificazione: righe dispari della tabella
Validazione: righe pari della tabella
Max. ordine parte autoregressiva = 3;
Max. ordine parte esogena = 3;
ritardo parte esogena = 1 anno

2) Esercizio serie storiche

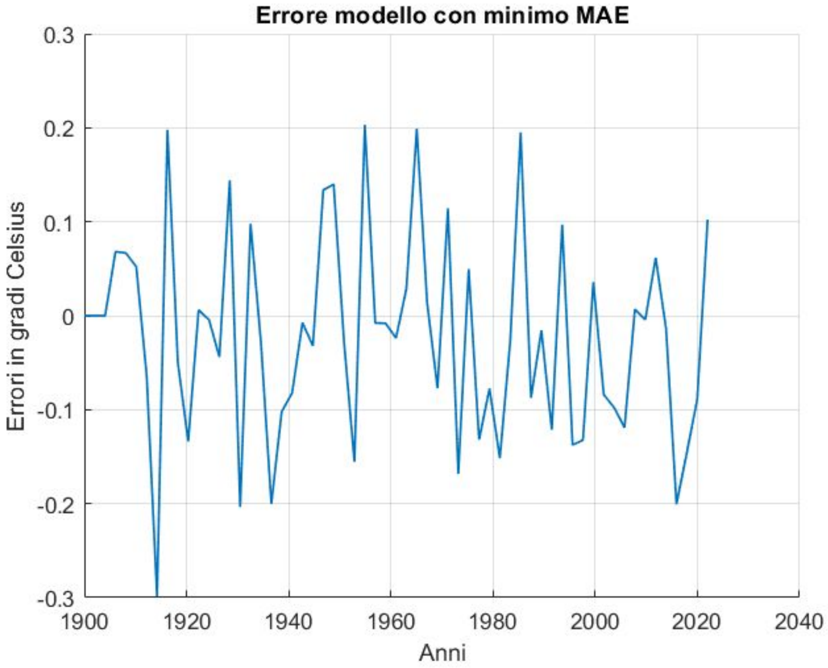
Abbiamo calcolato diversi modelli impostando i parametri nel seguente modo: max_ord_ar=3/Tc max_ord_ex=3/Tc, rit=1, orizzonte=[1 3 5]

Sono stati ottenuti 9 diversi modelli per ogni orizzonte di previsione, riportiamo in figura il migliore modello basandosi su MAE (orizzonte = 1) con na=3, nb=1, nk=1.

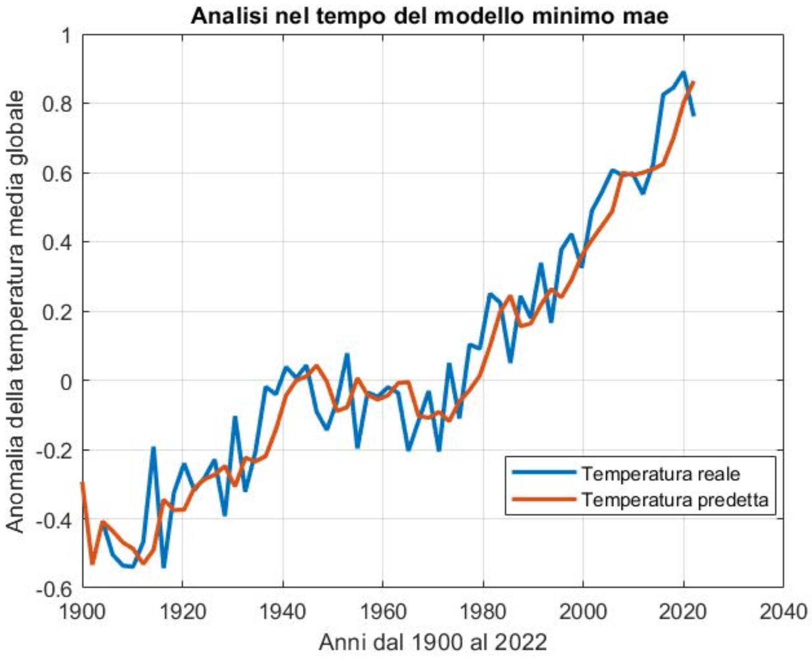


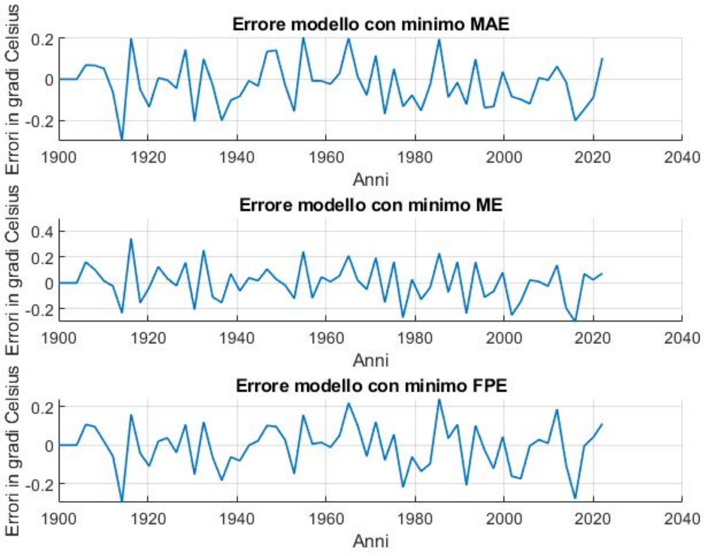
2) Esercizio serie storiche

- Errori elevati
- NMAE = 2.65: questa metrica aiuta a capire la performance relativa del modello
- Gli errori potrebbero essere dovuti a vari fattori, come cambiamenti nelle emissioni di CO_2 non previsti dal modello, eventi climatici estremi, e soprattutto dal numero di dati storici utilizzati per l'addestramento del modello.



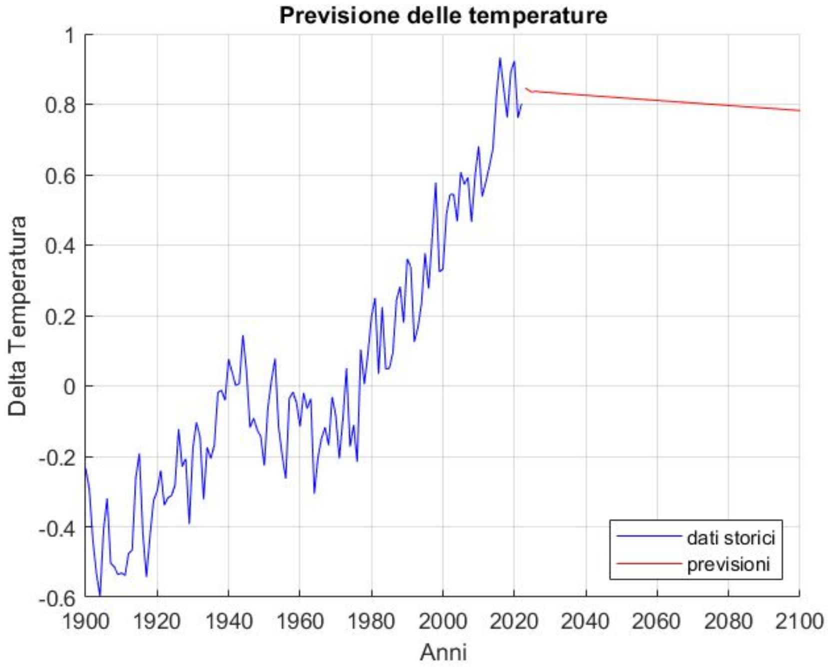
2) Esercizio serie storiche





2) Esercizio serie storiche

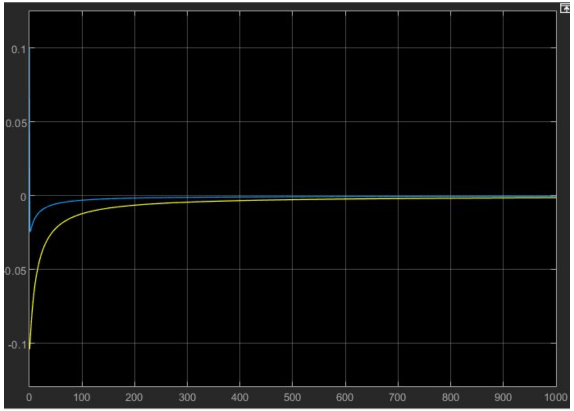
Attraverso il comando forecast abbiamo fatto una previsione della temperatura sul modello che ha il MAE minimo, fino al 2100



3) Studio del sistema non lineare

Il sistema dato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 3 * (x_1^2 + x_1) * x_2 \\ \dot{x}_2 = -4x_2 + x_1 - x_2 * u + 3 * u \end{cases}$$



a.1)CALCOLARE E STUDIARE PUNTI DI EQUILIBRIO DEL SISTEMA per u=0

1. xeq1=[0, 0]
   Jacobiana calcolata sul punto di equilibrio xeq1 ha autovalori aval1=[-4; 0]
   ⟶ xeq1 è un punto di indecidibilità, simulando il sistema si ha stabilità locale

2. xeq2 =[-1.00, -0.25]
   Jacobiana calcolata sul punto di equilibrio xeq2 ha autovalori aval2=[-4;0.75]
   ⟶ xeq2 è un punto di sella

3) Studio del sistema non lineare

a.2) VALUTO L'USCITA PER LA LINEARIZZAZIONE I-O

1. y1=5*x2:
    - dy1 = 15*u + 5*x1 - 20*x2 - 5*u*x2
      → grado relativo 1
2. y2=2*x1:
    - dy2 = 2*x2*(3*x1^2 + 3*x1)
    - ddy2 = (6*x1^2 + 6*x1)*(3*u + x1 - 4*x2 - u*x2) + 2*x2^2*(6*x1 + 3)*(3*x1^2 + 3*x1)
      → grado relativo 2

3) Studio del sistema non lineare

a.3) PROGETTAZIONE CONTROLLO, linearizzazione IO

L'ingresso linearizzato trovato → u_lin=solve(ddy2==v,u):

- u_lin = ((6*x1^2 + 6*x1)*(x1 - 4*x2) - v + 2*x2^2*(6*x1 + 3)*(3*x1^2 + 3*x1))/((6*x1^2 + 6*x1)*(x2 - 3))

a.4) DETERMINAZIONE CONTROLLO IN RETROAZIONE, v=-K*T(x)+F

.regolazione a 0 dello stato

→ $F = 0$

.dinamica definita dalla coppia di autovalori [a1;2*a1]

→ Trovo K, $K = [12.50 \quad 7.50]$

.a1 deve permettere al sistema di raggiungere l'equilibrio in un tempo T=2s

→ a1= - 5/ T a (considerando la linearizzazione "perfetta")

. Diffeomorfismo T(x):

*Tlin = [2*x1, 2*x2*(3*x1^2 + 3*x1)]*

3) Studio del sistema non lineare

b) LINEARIZZAZIONE DEL SISTEMA ATTORNO AL PUNTO DI EQUILIBRIO

Deltax = [x1; x2] - [0, 0] = x

DeltaU = u - 0 = u

dx = [0 0; 1 -4] x + [0; 3] u

dy_1 = [0, 5] x

dy_2 = [2, 0] x

A1 = [0, 0; 1, -4];	B1 = [0; 3];	C1_y1 = [0, 5]; C1_y2 = [2, 0];

3) Studio del sistema non lineare

c) SIMULAZIONE:
simulando le uscite con una semplice linearizzazione attorno al punto di equilibrio e con la linearizzazione IO possiamo ricavare il seguente grafico:

- Si nota come l'unica uscita che va a 0 è y2_lin, questo conferma gli studi fatti nei punti precedenti.