ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2020

PRÁCTICA 3

Conjuntos. Parte II.

1. *a*) Sea $A = \{1, \{2\}, \{\emptyset\}, \{1, 2\}\}$, hallar $P(A)$.

   b) Hallar: $P(\emptyset)$ y $P(P(\emptyset))$.

2. Demostrar:

   a) $A \cap B = \emptyset \Longleftrightarrow P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$

   b) $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

3. Sean: $A = \{1, 3, \sqrt{4}\}$; $B = \{3, 4, 1^3, b\}$; $C = \{0, b, 2, 3\}$. Hallar: $A - B$, $A - C$, $A - (C - B)$, $(A - B) - (A - C)$, $(A - B) - A$.

4. *a*) Sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{7\}$, $C = \{3, 6\}$, $D = \{5, 9, 10\}$ y $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
   Hallar: $(B^c \cup D) \cap C$, $(D \cap A) \cup B^c$, $(C - D)^c \cup A$, $A^c - C$.
   Los complementos se toman con respecto a U.

   b) Hallar el complemento de A=$\{x \in \mathbb{N} \;/\; 1 \leq x\}$ y de B=$\{x \in \mathbb{R} \;/\; 1 \leq x\}$ siendo $U_A = \mathbb{N}$ y $U_B = \mathbb{R}$.

5. Sean $A \subset U$ y $B \subset U$, siendo U un universo dado. Probar:

   a) $A - B = A \cap B^c$

   b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

6. Determinar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justificar. $A \cap B = \emptyset$ entonces $A \subset B^c$

7. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son equivalentes a $A \subseteq B$?
   (a)$A \cap B^c = \emptyset$ (b) $A \cap B^c = A$ (c) $A \cup B^c = U$ (d) $A^c \cup B = U$

8. Hallar $A \Delta B$ en los siguientes casos:

   a) $A = \{x\colon x \in \mathbb{R} \wedge\, x \geq 1\}$, $B = \{x\colon x \in \mathbb{R} \wedge\, x \leq 3\}$

   b) A es el conjunto de los números impares; B es el intervalo natural [12, 30].

9. Probar:(A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos). Representar utilizando diagramas de Venn

   (a) $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$ (b) $A - B \subset A$ (c)$A - B = (A \cup B) - B$
   (d) $A - B = A - (A \cap B)$ (e) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$ (f) $A \Delta B = B \Delta A$
   (g) $A \Delta U = A^c$

10. Hallar valores de x e y (si existen) para que los siguientes pares ordenados sean iguales:

a) $(5x-2{,}1)$; $(3{,}x-3y)$

b) $(x+3{,}4)$; $(2,\ x+y)$

11. Sean A y B conjuntos, se define el conjunto $A\times B=\{(x,y): x\in A\wedge y\in B\}$.
Para los siguientes conjuntos, A $=\{1{,}3\}$, B $=\{\text{w,u,1}\}$, C $=\{\emptyset{,}1\}$, D $=\emptyset$ y $U=$ A∪B∪C∪D, determinar:
(a) $A\times B$
(b) $C\times A$
(c) $A\times D$
(d) $(A-B)\times C$
(e) $(A-C)\times D$
(f) $(B^c\cup C)\times A$
(g) $A\times(B\cup C)$
(h) $(A\times B)\cup(A\times C)$
(i) $(A\times B)\cap(A\times C)$
(j) $(A\times B)-(A\times C)$
(k) $(A\cap C)\times(D\cup B)$.

12. Para los siguientes conjuntos, hallar y representar en el plano $A\times B$:

a) $A=\{1,2,3\}$, $B=\{-1,5\}$.

b) $A=[0,1]$, $B=[-1,1]$.

c) $A=[0,4)$, $B=(-5,2]$

————————Ejercicios de Repaso————

13. Sean $E=\{2,3,\{3\}\}$, $A=\{x: x \text{ natural}\wedge 0<x<5\}$ y siendo $U=\{0,1,2,3,4,5,\{3\}\}$ el universo respecto del cual se toma el complemento. Hallar:

a) $E\cap A^c$

b) $A\cap E^c$.

c) Un conjunto H tal que $H\subseteq A$

d) Un conjunto W tal que $E\subseteq W$.

14. Sea $A=\{2,\{\emptyset\},\{x\}\}$.

a) Hallar $P(A)$.

b) Decir si son V o F las siguientes afirmaciones

1) $\{x\}\subset A$,

2) $\emptyset\in P(A)$,

3) $\{\emptyset\} \subset A$.

15. Determinar si la siguiente afirmación es V o F. Sea A un conjunto y $B \subset P(A)$. Si $X \in B$ entonces $X \cap A = X$.

16. Sean A y B conjuntos. Demostrar que: Si $A \subseteq B$ entonces $(A \cup B) - (A \cap B) = B - A$.

17. Sean A y B subconjuntos de un universo U. Probar: $A^c \subset B$ si y sólo si $A \cup B = U$.

18. Sean A, B, C conjuntos y U el universo sobre el que se toma el complemento.

    a) Probar que $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$.

    b) Probar $A \cup (B \cap (C - D)) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (A \cup D^c)$