ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2020

Lógica

1. Hallar universo y esquemas para que las siguientes proposiciones sean verdaderas

   a) $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$

2. Para las proposiciones dadas en el item anterior, hallar universo y esquemas para que sean falsas.

Demostración.

1 *a)* Ejemplo 1: $\mathcal{U} = \mathbb{Z}$. Tomamos los esquemas $p(x):$ x es racional, $q(x):$ x es real.

Como todo número entero cumple que es racional sabemos que $p(x)$ es verdadera para todo x en el universo. Lo mismo sucede con $q(x)$ ya que todo entero es a su vez un número real. Por lo tanto, como estamos hablando de una conjunción tenemos que $(\forall x)(p(x) \wedge q(x)$ es verdadera para todo valor x del universo.

Ejemplo 2: $\mathcal{U} = \{x : \ x \text{ es un perro}\}$, esquemas: $p(x) : x$ ladra, $q(x) : x$ tiene nariz.

Como todo perro ladra sabemos que $p(x)$ es verdadera para todo x. Lo mismo sucede con $q(x)$. Y como tenemos una conjunción $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$ es verdadera para todo valor x del universo.

2 *a)* $\mathcal{U} = \mathbb{R}$, consideramos $p(x) : x$ es positivo y $q(x) : x$ es divisible por 2. Basta tomar $x = -1$ ya que -1 es un número real pero $p(-1) : -1$ es positivo es FALSO y $q(-1) : -1$ es dividible por 2 también es FALSO entonces la conjunción resulta falsa. Así como tomamos -1 podríamos haber tomado cualquier otro ejemplo en el que sólo sea falsa alguna de las dos proposiciones. Ejemplo: $x = -2$, notemos que $q(-2)$ es verdadera ya que -2 es divisible por 2 pero $p(-2)$ es falsa ya que -2 no es positivo. Por lo que, nuevamente la conjunción resulta falsa para cierto valor del universo. Por lo tanto, para el universo y los esquemas tomados tenemos que $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$ es falsa.

$\square$