ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2020

Lógica

1. Simbolizar utilizando esquemas, cuantificadores y conectivos lógicos:

   a) Hay un número que es múltiplo de 3 y de 4.

   Demostración. Cuál es el universo? Estamos hablando de números por lo que tomaremos al universo como el conjunto de los números, es decir $\mathcal{U} = \{x : x \text{ es un número}\}$.
   Una vez fijado el universo, para armar los esquemas tenemos que ver qué característica está cumpliendo ese número. El enunciado dice que ese número debe ser múltiplo de 3, por lo que vamos a tomar un esquema como sigue:

   $$p(x) : x \text{ es múltiplo de } 3.$$

   También dice que es múltiplo de 4, por lo tanto tomamos también

   $$q(x) : x \text{ es múltiplo de } 4.$$

   Ya armados los esquemas debemos ver cuál es el cuantificador a utilizar. Como el enunciado habla de que "hay un número" esto se representa con el cuantificador existencial $\exists$. Con todo esto en mente, la simbolización es la siguiente:

   $$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$$

   $\square$

   b) Negar la proposición anterior en forma simbólica y escribirla en lenguaje corriente. Justifique cada paso de la negación.

   Demostración. Ahora vamos a negar la proposición simbolizada anteriormente:

   $$\begin{aligned} \sim [(\exists x)(p(x) \wedge q(x))] &\iff (\forall x)(\sim [p(x) \wedge q(x)]) \quad (\text{ya que} \sim [(\exists x)(p(x))] \iff (\forall x)(\sim p(x))) \\ &\iff (\forall x)(\sim p(x) \vee \sim q(x)) \quad (\text{por} \sim [p(x) \wedge q(x)] \iff \sim p(x) \vee \sim q(x)) \end{aligned}$$

   Recordemos que $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$ es una de las leyes de De Morgan vistas en la práctica (ejercicio 6.e)). Pasando a lenguaje corriente nos queda

   Todo número no es múltiplo de 3 o no es múltiplo de 4

   $\square$