Observaciones sobre Práctica Conjuntos:

1. Consideramos los conjuntos $A = \{\{\emptyset\}, \{1\}, y, 3, a, \{a, b\}, \{x|\ x \text{ es divisible por } 3\}\}$, $B = \{x|\ x \text{ es divisible por } 3\}$.

   a) $\emptyset \in A$ es F

      1) Opción correcta de justificación: Como el conjunto A está definido por extensión, $\emptyset \notin A$. Por ello la relación es F.

   b) $\{\emptyset\} \subset A$ es F

      1) Opción correcta de justificación: $\emptyset \in \{\emptyset\}$ pero $\emptyset \notin A$. Por ello la relación es F.

   c) $\{a, b\} \subset A$ es F

      1) Opción correcta de justificación: $b \in \{a, b\}$ pero $b \notin A$. Por ello la relación es F.

   d) $\{\{1\}, 3\} \subset A$ es V.

      1) Opción correcta de justificación: Todos los elementos del conjunto $\{\{1\}, 3\}$ son elementos del conjunto A.

   e) $\{6\} \in B$ es F.

      1) Opción correcta de justificación: $\{6\}$ no es un número por ello no es divisible por 3.

   f) $6 \in B$ es V.

      1) Opción correcta de justificación: 3 divide a 6, por ello la relación es V.

   g) En las siguientes opciones incorrectas indique el o los errores:

      1) $y \subset A$.
      2) $3 \in A \cup 3 \in B$.

2. Veamos como demostrar la siguiente afirmación con el método directo:
   Si un número entero es múltiplo de 4 entonces es par

   a) Supongamos que a es un número entero múltiplo de 4. Debemos probar que a es par.

      Por ser a múltiplo de 4, es claro que existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $a = 4.k$. Como $4 = 2 \cdot 2$ resulta $a = (2 \cdot 2).k = 2.(2.k)$ y dado que el producto de enteros es entero $2.k$ es un número entero, digamos q. Luego $a = 2.q$ y por ello es par.

3. Veamos como demostrar la siguiente afirmación con el método indirecto (o contrarrecíproco):
   Si el cubo de un número entero es par entonces el número es par.

   a) Supongamos que a es un número entero que no es par. Debemos probar que a^3 no es un número par.

   Como a no es par, existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $a = 2.k+1$. Luego $a^3 = (2k+1)^3 = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 = 2(4k^3 + 6k^2 + 3k) + 1$ y debido a que la suma y producto de enteros es un entero, $4k^3 + 6k^2 + 3k$ es entero, digamos l. Luego $a^3 = 2.l + 1$ no es un número par.

4. Veamos como demostrar la siguiente afirmación con el método del absurdo: *Si el cubo de un número entero es par entonces el número es par.*

   a) Supongamos que a^3 es un número entero par y que a no es un número entero par. Debemos llegar a una contradicción.

   Como a no es par, existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $a = 2.k+1$. Luego $a^3 = (2k+1)^3 = 8k^3+12k^2+6k+1 = 2(4k^3+6k^2+3k)+1$ y como la suma y producto de enteros es un entero, $4k^3+6k^2+3k$ es entero, digamos l. Luego $a^3 = 2.l+1$ no es un número par, lo cual lleva a una contradicción pues supusimos que a^3 es un número entero par.