Práctica 2. Ejercicio 13.a)

Sea P el conjunto de los números enteros pares: probar $x^2 \in P \Longrightarrow x \in P$.

Práctica 2. Ejercicio 13.a)

Sea P el conjunto de los números enteros pares: probar $x^2 \in P \Longrightarrow x \in P$.

Demostración:

Contrarrecíproco: $x \notin P \Rightarrow x^2 \notin P$.

Práctica 2. Ejercicio 13.a)

Sea P el conjunto de los números enteros pares: probar $x^2 \in P \Longrightarrow x \in P$.
Demostración:
Contrarrecíproco: $x \notin P \Rightarrow x^2 \notin P$.
Como $x \notin P$ entonces $x \in I$ (I el conjunto de enteros impares), es decir $x = 2k + 1$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Práctica 2. Ejercicio 13.a)

Sea P el conjunto de los números enteros pares: probar
$x^2 \in P \Longrightarrow x \in P$.
Demostración:
Contrarrecíproco: $x \notin P \Rightarrow x^2 \notin P$.
Como $x \notin P$ entonces $x \in I$ (I el conjunto de enteros impares),
es decir $x = 2k + 1$ con $k \in \mathbb{Z}$. Luego

$$x^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+2k+1 = 2(2k^2+k)+1 = 2t+1, \text{ con } t \in \mathbb{Z}.$$

Práctica 2. Ejercicio 13.a)

Sea P el conjunto de los números enteros pares: probar
$x^2 \in P \Longrightarrow x \in P$.
Demostración:
Contrarrecíproco: $x \notin P \Rightarrow x^2 \notin P$.
Como $x \notin P$ entonces $x \in I$ (I el conjunto de enteros impares), es decir $x = 2k + 1$ con $k \in \mathbb{Z}$. Luego

$$x^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+2k+1 = 2(2k^2+k)+1 = 2t+1, \text{ con } t \in \mathbb{Z}.$$

Así, $x^2 \in I$ entonces $x^2 \notin P$.

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

Probar (por el método del absurdo): Sean $C = \{0\}$, a y b números reales.

$$a \cdot b \in C \Longrightarrow (a \in C \vee b \in C)$$

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

Probar (por el método del absurdo): Sean $C = \{0\}$, a y b números reales.

$$a \cdot b \in C \Longrightarrow (a \in C \vee b \in C)$$

Demostración.

Supongamos que $a \cdot b \in C$ y que no es cierto que $a \in C \vee b \in C$,

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

Probar (por el método del absurdo): Sean $C = \{0\}$, a y b números reales.

$$a \cdot b \in C \Longrightarrow (a \in C \vee b \in C)$$

Demostración.

Supongamos que $a \cdot b \in C$ y que no es cierto que $a \in C \vee b \in C$, es decir $a \notin C$ y $b \notin C$ (De Morgan).

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

Probar (por el método del absurdo): Sean $C = \{0\}$, a y b números reales.

$$a \cdot b \in C \Longrightarrow (a \in C \vee b \in C)$$

Demostración.

Supongamos que $a \cdot b \in C$ y que no es cierto que $a \in C \vee b \in C$, es decir $a \notin C$ y $b \notin C$ (De Morgan). Luego como $a \notin C$ y $b \notin C$, resulta que $a \neq 0$ y $b \neq 0$.

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

Probar (por el método del absurdo): Sean $C = \{0\}$, a y b números reales.

$$a \cdot b \in C \Longrightarrow (a \in C \vee b \in C)$$

Demostración.

Supongamos que $a \cdot b \in C$ y que no es cierto que $a \in C \vee b \in C$, es decir $a \notin C$ y $b \notin C$ (De Morgan). Luego como $a \notin C$ y $b \notin C$, resulta que $a \neq 0$ y $b \neq 0$. Por lo tanto $a \cdot b \neq 0$ por propiedad de los reales, lo que contradice que $a \cdot b \in C$. Por lo tanto vale el enunciado. $\square$

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

$A \cup B = \emptyset \implies (A = \emptyset \wedge B = \emptyset)$. $A \cup B = \emptyset$ y $A \neq \emptyset$ o $B \neq \emptyset$. Supongamos $A \neq \emptyset$. Luego existe $x \in A \rightarrow x \in A \vee x \in B$ por adición. Luego existe $x \in A \cup B$ y por lo tanto $A \cup B$ es no vacío. Esto contradice la hipótesis por lo que vale el enunciado original.

Práctica 2. Ejercicio 14.a)

$A \cup B = \emptyset \implies (A = \emptyset \wedge B = \emptyset)$. $A \cup B = \emptyset$ y $A \neq \emptyset$ o $B \neq \emptyset$. Supongamos $A \neq \emptyset$. Luego existe $x \in A \to x \in A \vee x \in B$ por adición. Luego existe $x \in A \cup B$ y por lo tanto $A \cup B$ es no vacío. Esto contradice la hipótesis por lo que vale el enunciado original.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.
Demostración:

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A - (B - C)$

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.
Demostración: Sea
$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C$

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.
Demostración: Sea
$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C)$

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cap C)$.

Demostración: Sea

$x\in A-(B-C) \iff_{(1)} x\in A\wedge x\notin B-C \iff_{(2)} x\in A\wedge(x\notin B\vee x\in C) \iff_{(3)} (x\in A\wedge x\notin B)\vee(x\in A\wedge x\in C)$

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C$

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea
$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C \iff_{(5)} x \in (A - B) \cup (A \cap C)$.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C \iff_{(5)} x \in (A - B) \cup (A \cap C)$.

(1) Definición de diferencia

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C \iff_{(5)} x \in (A - B) \cup (A \cap C)$.

(1) Definición de diferencia

(2) $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C \iff_{(5)} x \in (A - B) \cup (A \cap C)$.

(1) Definición de diferencia

(2) $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A-(B-C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B-C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C \iff_{(5)} x \in (A - B) \cup (A \cap C)$.

(1) Definición de diferencia

(2) $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Definición de diferencia.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cap C)$.
Demostración: Sea
$x\in A-(B-C) \iff {}_{(1)} x\in A\wedge x\notin B-C \iff {}_{(2)} x\in A\wedge(x\notin B\vee x\in C) \iff {}_{(3)} (x\in A\wedge x\notin B)\vee(x\in A\wedge x\in C) \iff {}_{(4)} x\in A-B\vee x\in A\cap C \iff {}_{(5)} x\in(A-B)\cup(A\cap C)$.
(1) Definición de diferencia
(2) $\sim(p\wedge q) \iff \sim p\vee\sim q$.
(3) $p\wedge(q\vee r) \iff (p\wedge q)\vee(p\wedge r)$
(4) Definición de diferencia.
(5) Definición de unión.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A - (B - C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B - C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A - B \vee x \in A \cap C \iff_{(5)} x \in (A - B) \cup (A \cap C)$.

(1) Definición de diferencia

(2) $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Definición de diferencia.

(5) Definición de unión.

Como usamos todas equivalencias queda probada la doble inclusión.

Práctica 3. Ejercicio 9.a)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cap C)$.

Demostración: Sea

$x \in A-(B-C) \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B-C \iff_{(2)} x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \iff_{(4)} x \in A-B \vee x \in A\cap C \iff_{(5)} x \in (A-B)\cup(A\cap C)$.

(1) Definición de diferencia

(2) $\sim(p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Definición de diferencia.

(5) Definición de unión.

Como usamos todas equivalencias queda probada la doble inclusión. Por lo tanto,

$$A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cap C)$$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$
Demostración:

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff {}_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B)$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \wedge x \notin B \iff_{(5)} x \in A - B$.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \wedge x \notin B \iff_{(5)} x \in A - B$.

(1) Definición de diferencia

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \wedge x \notin B \iff_{(5)} x \in A - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) Definición de unión.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \land x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \lor x \in B) \land x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \land x \notin B) \lor (x \in B \land x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \land x \notin B \iff_{(5)} x \in A - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) Definición de unión.

(3) $p \land (q \lor r) \iff (p \land q) \lor (p \land r)$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff {}_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff {}_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff {}_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \wedge x \notin B \iff {}_{(5)} x \in A - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) Definición de unión.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Como $x \notin B \wedge x \in B$ es una contradicción.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

A, B, C conjuntos; U el universo donde están definidos esos conjuntos. Probar: $A - B = (A \cup B) - B$

Demostración:

$(A \cup B) - B \subseteq A - B$:

Sea $x \in (A \cup B) - B \iff_{(1)} x \in A \cup B \wedge x \notin B \iff_{(2)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(3)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \Rightarrow_{(4)} x \in A \wedge x \notin B \iff_{(5)} x \in A - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) Definición de unión.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Como $x \notin B \wedge x \in B$ es una contradicción.

(5) Definición de diferencia.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B)$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia
(2) $p \Rightarrow p \vee q$.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) $p \Rightarrow p \vee q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia
(2) $p \Rightarrow p \vee q$.
(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
(4) Definición de diferencia.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) $p \Rightarrow p \vee q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Definición de diferencia.

(5) Definición de unión.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia
(2) $p \Rightarrow p \vee q$.
(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
(4) Definición de diferencia.
(5) Definición de unión.
Probamos las dos inclusiones. Por lo tanto,

$$A - B = (A \cup B) - B$$

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

$$a_n = \sqrt[3]{2^n},$$

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

$$a_n = \sqrt[3]{2^n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

$$a_n = \sqrt[3]{2^n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Así, expresamos

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

$$a_n = \sqrt[3]{2^n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Así, expresamos

$$\sum_{n=0}^{4} a_n =$$

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

$$a_n = \sqrt[3]{2^n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Así, expresamos

$$\sum_{n=0}^{4} a_n = \sum_{n=0}^{4} \sqrt[3]{2^n}.$$

Práctica 4. Ejercicio 8.a)

Expresar usando el símbolo de sumatoria.
$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16}$
Primero tenemos que hallar la forma de la sucesión:

$$a_n = \sqrt[3]{2^n}, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Así, expresamos

$$\sum_{n=0}^{4} a_n = \sum_{n=0}^{4} \sqrt[3]{2^n}.$$

Luego,

$$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{16} = \sum_{n=0}^{4} \sqrt[3]{2^n}.$$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B)$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B:$

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) $p \Rightarrow p \vee q$.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia
(2) $p \Rightarrow p \vee q$.
(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) $p \Rightarrow p \vee q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Definición de diferencia.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:

Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.

(1) Definición de diferencia

(2) $p \Rightarrow p \vee q$.

(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(4) Definición de diferencia.

(5) Definición de unión.

Práctica 3. Ejercicio 9.c)

$A - B \subseteq (A \cup B) - B$:
Sea $x \in A - B \iff_{(1)} x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow_{(2)} (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin B) \iff_{(3)} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin B \iff_{(4)} (x \in A \vee x \in B) - B \iff_{(5)} x \in (A \cup B) - B$.
(1) Definición de diferencia
(2) $p \Rightarrow p \vee q$.
(3) $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
(4) Definición de diferencia.
(5) Definición de unión.
Probamos las dos inclusiones. Por lo tanto,

$$A - B = (A \cup B) - B$$

Práctica 4. Ejercicio 22

Probar por inducción:

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \quad \forall\, n \geq 1$$

Práctica 4. Ejercicio 22

Probar por inducción:

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \quad \forall\, n \geq 1$$

Resolución:

$$P(n):\ \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \qquad \forall\, n \geq 1$$

Práctica 4. Ejercicio 22

Probar por inducción:

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \quad \forall\, n \geq 1$$

Resolución:

$$P(n):\ \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \qquad \forall\, n \geq 1$$

Desarrollamos un poco la productoria utilizando propiedades.

Práctica 4. Ejercicio 22

Probar por inducción:

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \quad \forall\, n \geq 1$$

Resolución:

$$P(n): \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) = 2^n(1-2n) \qquad \forall\, n \geq 1$$

Desarrollamos un poco la productoria utilizando propiedades.

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{n+i}{2i-3}\right) =_{(1)} \prod_{i=1}^{n}(n+i)\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2i-3}\right)$$

(1) $\prod_{i=1}^{n} a_i b_i = \prod_{i=1}^{n} a_i \prod_{i=1}^{n} b_i.$

Notemos que

$$\begin{aligned}\prod_{i=1}^{n}(n+i) &= (n+1)(n+2)\cdots(n+(n-1))(n+n)\\ &= (n+1)(n+2)\cdots(2n-1)(2n)\\ &= \frac{(2n)!}{n!}\end{aligned}$$

Notemos que

$$\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{n}(n+i) &= (n+1)(n+2)\cdots(n+(n-1))(n+n) \\
&= (n+1)(n+2)\cdots(2n-1)(2n) \\
&= \frac{(2n)!}{n!}
\end{aligned}$$

Así, la proposición a probar nos quedaría

Notemos que

$$\begin{aligned}\prod_{i=1}^{n}(n+i) &= (n+1)(n+2)\cdots(n+(n-1))(n+n)\\ &= (n+1)(n+2)\cdots(2n-1)(2n)\\ &= \frac{(2n)!}{n!}\end{aligned}$$

Así, la proposición a probar nos quedaría

$$P(n):\ \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{n!}{(2n)!}2^n(1-2n)\qquad\forall\, n\geq 1.$$

Comencemos

Comencemos

· Veamos si $P(1)$ es verdadera, es decir, debemos ver que

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^{1}(1-2\cdot 1)$$

Comencemos

· Veamos si $P(1)$ es verdadera, es decir, debemos ver que

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^{1}(1-2\cdot 1)$$

Por un lado,

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=$$

Comencemos

· Veamos si $P(1)$ es verdadera, es decir, debemos ver que

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) = \frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^{1}(1-2\cdot 1)$$

Por un lado,

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) = \frac{1}{2\cdot 1-3} = \frac{1}{-1} = -1,$$

Comencemos

· Veamos si $P(1)$ es verdadera, es decir, debemos ver que

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^{1}(1-2\cdot 1)$$

Por un lado,

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{1}{2\cdot 1-3}=\frac{1}{-1}=-1,$$

por otro lado,

$$\frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^{1}(1-2\cdot 1)=\frac{1}{2}2(-1)=-1.$$

Comencemos

· Veamos si $P(1)$ es verdadera, es decir, debemos ver que

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^1(1-2\cdot 1)$$

Por un lado,

$$\prod_{i=1}^{1}\left(\frac{1}{2i-3}\right)=\frac{1}{2\cdot 1-3}=\frac{1}{-1}=-1,$$

por otro lado,

$$\frac{1!}{(2\cdot 1)!}2^1(1-2\cdot 1)=\frac{1}{2}2(-1)=-1.$$

Por lo tanto, $P(1)$ es verdadera.

· Hipótesis inductiva: supongamos que $P(k)$ es verdadera para cierto $k \in \mathbb{N}$, es decir tenemos que

$$P(k) : \prod_{i=1}^{k} \left(\frac{1}{2i - 3} \right) = \frac{k!}{(2k)!} 2^k (1 - 2k)$$

es verdadera.

· Hipótesis inductiva: supongamos que $P(k)$ es verdadera para cierto $k \in \mathbb{N}$, es decir tenemos que

$$P(k): \prod_{i=1}^{k} \left(\frac{1}{2i-3} \right) = \frac{k!}{(2k)!} 2^k (1-2k)$$

es verdadera.

· Vamos a probar que $P(k+1)$ es verdadera, es decir

$$P(k+1): \prod_{i=1}^{k+1} \left(\frac{1}{2i-3} \right) = \frac{(k+1)!}{(2(k+1))!} 2^{k+1} (1-2(k+1))$$

es verdadera.

$$\prod_{i=1}^{k+1} \left(\frac{1}{2i-3} \right) =_{(1)}$$

$$\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) =_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)$$

$$\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) =_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)$$
$$=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right) \\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right) \\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k(-1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k(-1)\frac{(2k+1)2(k+1)}{(k+1)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k(-1)\frac{(2k+1)2(k+1)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k(-1)\frac{(2k+1)2(k+1)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^{k+1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k(-1)\frac{(2k+1)2(k+1)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^{k+1}(-2k-1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\prod_{i=1}^{k+1}\left(\frac{1}{2i-3}\right) &=_{(1)} \prod_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2i-3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&=_{(2)} \frac{k!}{(2k)!}2^k(1-2k)\left(\frac{1}{2(k+1)-3}\right)\\
&= \frac{k!}{(2k)!}2^k\frac{1-2k}{2k-1}\frac{(k+1)}{(k+1)}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(2k+1)(2k+2)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k\frac{-(2k-1)}{2k-1}\frac{(2k+1)(2k+2)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^k(-1)\frac{(2k+1)2(k+1)}{(k+1)}\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^{k+1}(-2k-1)\\
&= \frac{(k+1)!}{(2k+2)!}2^{k+1}(1-2(k+1))
\end{aligned}
$$

(1) $\prod_{i=1}^{m+1} a_i = \prod_{i=1}^{m} a_i \cdot a_{m+1}$.

(1) $\prod_{i=1}^{m+1} a_i = \prod_{i=1}^{m} a_i \cdot a_{m+1}$.

(2) Hipótesis inductiva: $\prod_{i=1}^{k} \left(\frac{1}{2i-3} \right) = \frac{k!}{(2k)!} 2^k (1-2k)$.

(1) $\prod_{i=1}^{m+1} a_i = \prod_{i=1}^{m} a_i \cdot a_{m+1}$.

(2) Hipótesis inductiva: $\prod_{i=1}^{k} \left(\frac{1}{2i-3} \right) = \frac{k!}{(2k)!} 2^k (1-2k)$.

Luego

$$\prod_{i=1}^{k+1} \left(\frac{1}{2i-3} \right) = \frac{(k+1)!}{(2(k+1))!} 2^{k+1} (1-2(k+1))$$

es verdadera.

Y la proposición $P(n)$ es verdadera para todo $n \geq 1$.