ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2020

PRÁCTICA 1

Lógica

1. Determinar si los siguientes enunciados son proposiciones. Justificar

   a) Siete es mayor que doce.

   b) Si $6 > 4$ entonces $6 > 2$

   c) Qué número es?

   d) De $2 + 3 \geq 5 + 4$ se deduce $3 > 4$.

   e) Cualquier rectángulo tiene cuatro lados.

   f) $x > 2$.

2. Escribir las siguientes proposiciones en lenguaje simbólico. Indicar su valor de verdad.

   a) 8 es par o 6 es impar

   b) 8 es par y 6 es impar

   c) Si 8 es impar y 6 es impar, entonces $8 < 6$.

   d) 10 es múltiplo de 5 pero no de 3.

3. Dadas la siguientes proposiciones, reescribirlas utilizando “necesario” y “suficiente”.

   a) Si un número es múltiplo de 3 entonces su cuadrado es múltiplo de 9.

   b) Un número es múltiplo de 4 sólo si es divisible por 2.

   c) Un número es múltiplo de 7 si es múltiplo de 21.

   Enunciar los condicionales: recíproco, contrario y contrarrecíproco. Decir cuáles son equivalentes.

4. Construir las tablas de verdad de las siguientes fórmulas y clasificarlas en tautologías, contradicciones y contingencias.

   a) $\sim p \to (q \vee \sim p)$

   b) $((p \wedge q) \to p) \to q$

   c) $(p \wedge q) \to \sim p$

   d) $p \wedge (q \vee \sim p)$

   e) $(\sim p \to q) \to (\sim q \to p)$

   f) $((p \wedge q) \vee (r \wedge \sim q)) \leftrightarrow ((\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \wedge \sim q))$

5. Probar al menos una de las siguientes tautologías.

   a) $(p \wedge (p \to q)) \to q$ (Modus Ponens)

   b) $(\sim q \wedge (p \to q)) \to \sim p$ (Modus Tolens)

   c) $((p \vee q) \wedge \sim p) \to q$ (Modus Tollendo Ponens)

   d) $p \to (p \vee q)$ (Adición)

   e) $(p \wedge q) \to p$ (Simplificación)

6. Probar al menos una de cada una de las siguientes equivalencias lógicas

   a) Doble Negación:

      - $p \iff \sim(\sim p)$

b) Leyes Conmutativas:
   - $p \wedge q \iff q \wedge p$
   - $p \vee q \iff q \vee p$

c) Leyes Distributivas:
   - $(p \vee q) \wedge r \iff (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
   - $(p \wedge q) \vee r \iff (p \vee r) \wedge (q \vee r)$

d) Leyes Asociativas:
   - $p \wedge (q \wedge r) \iff (p \wedge q) \wedge r$
   - $p \vee (q \vee r) \iff (p \vee q) \vee r$

e) Leyes de De Morgan:
   - $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$
   - $\sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$

7. Simbolizar utilizando esquemas, cuantificadores y conectivos lógicos:

   a) Todos los números son enteros.

   b) Existen números impares o no todos los números son pares.

   c) Para todo par de números, si son reales y su producto es uno entonces uno es el inverso del otro.

   d) Para todo par de números reales, existe otro que es mayor que ambos.

   e) Cualquier rectángulo tiene cuatro lados.

8. Escribir en lenguaje corriente las siguientes proposiciones, siendo el universo el conjunto de los números reales y los esquemas definidos como sigue:
   $p(x) : x$ es par
   $q(x) : x$ es divisible por 2
   $r(x) : x > 0$
   $p(x, y) : y > x$
   $q(x, y) : x + y = 0$

   a) $(\forall x)\ (p(x) \to q(x))$

   b) $(\exists y)(\forall x)(p(x, y))$

   c) $(\forall x)(\exists y)(p(y, x + 3))$

   d) $(\forall x)\ (\ r(x) \to ((\exists y)(\sim r(y) \wedge q(x, y)))$

9. Negar las proposiciones dadas de los dos ejercicios anteriores, obteniendo una forma equivalente.

10. a) Hallar universo y esquemas para que las siguientes proposiciones sean verdaderas
       1) $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$
       2) $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$
       3) $(\forall x)(p(x)) \to (\exists x)(q(x))$
       4) $(\exists x)(p(x)) \to (\forall x)(q(x))$
       5) $(\forall x)(\exists y)(p(x, y))$
       6) $(\exists y)(\forall x)(p(x, y))$
       7) $((\exists x)(p(x)) \wedge (\exists x)(q(x))) \to ((\exists x)(p(x) \wedge q(x)))$

    b) Para las proposiciones dadas en el item anterior, hallar universo y esquemas para que sean falsas.

—————Ejercicios de repaso——————————

11. Sean p, q y r proposiciones. Determinar si son equivalentes las siguientes fórmulas: $(\sim p \to (q \wedge r))$; $(((\sim q \vee \sim r) \wedge \sim q) \to p)$

12. *a*) Definir el universo, los esquemas y simbolizar la siguiente proposición:

    Para todo par de números reales, si su suma es 16 y su producto es 9 entonces uno de ellos es 5

    b) Negar la proposición anterior en forma simbólica y escribirla en lenguaje corriente. Justifique cada paso de la negación.

13. Sean $U = \{elastico, metal, pala\}$, $p(x)$: i es una de las vocales de la palabra x, $q(x)$: l es una de las consonantes de la palabra x . Determinar el valor de verdad de la proposición: $(\forall x)\ (p(x) \vee \sim q(x))$. Justifique