Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

1.- Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

a) $p: \quad -1 = (-1)^2$

b) $q: \quad \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \frac{8}{27}$

c) $r: \quad 8+6+3-1 \neq 7$

d) $s:$ Los divisores de 15 son 1,3,5 y 15

Respuesta:

a) Como $(-1)^2 = 1$ y $1 \neq -1$, la proposición es F.

b) Según propiedades de potencias tenemos que:

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{-2}{3}\right)^3}$$

$$= \frac{1}{\frac{(-2)^3}{(3)^3}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(-8)}{(27)}}$$

$$= -\frac{27}{8} \text{ pero } -\frac{27}{8} \neq \frac{8}{27} \text{ luego la proposición es F.}$$

c) $8+6+3-1 = 16 \neq 7$ por lo tanto la proposición es V.

d) Según descomposición de números se tiene que: $15 = 1 \cdot 3 \cdot 5$, luego los divisores son: 1,3,5 y 15. La proposición es V.

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

2.- Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones, considerando como conjunto universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

a) $(\exists x \in U)$ $(x + 3 \neq 10)$

b) $(\forall x \in U)$ $(x^2 + 2 \leq 5)$

c) $(\forall x \in U)$ $(x^2 - 1 \geq 0)$

d) $(\exists x \in U)$ $(x - 3 \geq 4)$

e) $(\exists x \in U)$ $(x^2 - 2x > 1)$

f) $(\exists x \in U)(\exists y \in U)$ $(2x - 3y = 5)$

Respuesta:

a) Recurriendo a lo anterior , podemos afirmar que existe, al menos, $x = 2$, tal que $2 + 3 \neq 10$, Luego la proposición $(\exists x \in U)(x + 3 \neq 10)$ es **V**.

b) Si observamos la siguiente tabla:

$x \in U$	$p(x): x^2 + 2 \leq 5$	Valor de verdad
1	$3 \leq 5$	V
2	$6 \leq 5$	F
3		
4		
5		

Y no se sigue desarrollando ya que existe un valor de *x* que no satisface la función proposicional. Por lo tanto la proposición $(\forall x \in U)(x^2 + 2 \leq 5)$ es **F**.

c) Si observamos la siguiente tabla:

$x \in U$	$p(x): x^2 - 1 \geq 0$	Valor de verdad
1	$1^2 - 1 \geq 0$	V
2	$2^2 - 1 \geq 0$	V
3	$3^2 - 1 \geq 0$	V
4	$4^2 - 1 \geq 0$	V
5	$5^2 - 1 \geq 0$	V

Por lo tanto, cada uno de los elementos de *U* satisface la función proposicional.
La proposición $(\forall x \in U)(x^2 - 1 \geq 0)$ es **V**.

d) Si observamos la tabla:

$x \in U$	$p(x): x-3 \geq 4$	Valor de verdad
1	$1-3 \geq 4$	F
2	$2-3 \geq 4$	F
3	$3-3 \geq 4$	F
4	$4-3 \geq 4$	F
5	$5-3 \geq 4$	F

Luego, no existe un valor de *U* que satisfaga la función proposicional.
La proposición $(\exists x \in U)(x-3 \geq 4)$ es **F**.

e) Si observamos la tabla:

$x \in U$	$p(x): x^2-2x>1$	Valor de verdad
1	$1^2-2 \cdot 1>1$	F
2	$2^2-2 \cdot 2>1$	F
3	$3^2-2 \cdot 3>1$	V
4		
5		

Luego, no sigo haciendo cálculos ya que existe un valor de *x* (*x*=3) que satisfaga la función proposicional.
La proposición $(\exists x \in U)(x^2-2x>1)$ es **V**.

f) Si observamos la tabla:

$x \in U$	$y \in U$	$2x-3y=5$	Valor de verdad
1	1	$2-3=5$	F
1	2	$2-6=5$	F
1	3	$2-9=5$	F
2	1	$4-3=5$	F
2	2	$4-6=5$	F
2	3	$4-9=5$	F
4	1	$8-3=5$	V

Podemos verificar que existe *x*=4 e *y*=1 que satisface la función proposicional.
Luego la proposición $(\exists x \in U)(\exists y \in U)(2x-3y=5)$ es **V**.

3.- Intente resolver el problema anterior para $U=\mathbb{R}$, $U=\mathbb{N}\cup\{0\}$ y $U=\mathbb{Z}$

Respuesta: (Para $U=\mathbb{R}$)

a) De acuerdo al conjunto universo *U*, podemos afirmar que existe, al menos, $x=2$, tal que $2+3\neq 10$, Luego la proposición $(\exists x\in\mathbb{R})(x+3\neq 10)$ es **V**.

b) Si observamos la siguiente tabla:

$x\in\mathbb{R}$	$p(x): x^2+2\leq 5$	Valor de verdad
1	$3\leq 5$	V
5	$25+2\leq 5$	F

Y no se sigue desarrollando ya que existe un valor de $x\in\mathbb{R}$ (*x*=5) que no satisface la función proposicional. Por lo tanto la proposición $(\forall x\in\mathbb{R})(x^2+2\leq 5)$ es **F**.

c) Si observamos la siguiente tabla:

$x\in\mathbb{R}$	$p(x): x^2-1\geq 0$	Valor de verdad
1	$1^2-1\geq 0$	V
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}-1\geq 0$	F

Por lo tanto, existe un elemento de $\mathbb{R}$ que no satisface la función proposicional.
La proposición $(\forall x\in\mathbb{R})(x^2-1\geq 0)$ es **F**.

d) Si observamos la tabla:

$x\in\mathbb{R}$	$p(x): x-3\geq 4$	Valor de verdad
1	$1-3\geq 4$	F
9	$9-3\geq 4$	V

Luego, existe un valor de $\mathbb{R}$ que satisfaga la función proposicional.
La proposición $(\exists x\in\mathbb{R})(x-3\geq 4)$ es **V**.

e) Si observamos la tabla:

$x\in\mathbb{R}$	$p(x): x^2-2x>1$	Valor de verdad
2	$2^2-2\cdot2>1$	F
11	$11^2-2\cdot11>1$	V

Luego, no sigo haciendo cálculos ya que existe un valor de *x* (*x*=11) que satisfaga la función proposicional.
La proposición $(\exists x\in\mathbb{R})\left(x^2-2x>1\right)$ es **V**.

f) Si observamos la tabla:

$x\in\mathbb{R}$	$y\in\mathbb{R}$	$2x-3y=5$	Valor de verdad
3	2	$6-6=5$	F
4	1	$8-3=5$	V

Podemos verificar que existe *x*=4 e *y*=1 que satisface la función proposicional.
Luego la proposición $(\exists x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})(2x-3y=5)$ es **V**.

4.- Dados los conjuntos $A=\{1,2,3\}$ y $B=\{-3,-2,-1,0,1\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\forall x\in A)(\exists y\in B)\left(\left(2^x-y\leq 10\right)\Leftrightarrow(x\cdot y>0)\right)$
b) $(\exists x\in A)(\forall y\in B)\left(\left(2^x-y\leq 10\right)\Leftrightarrow(x\cdot y>0)\right)$

Respuesta:

Sea $p(x,y):\left(\left(2^x-y\leq 10\right)\Leftrightarrow(x\cdot y>0)\right)$

Trabajamos con la siguiente tabla:

y/x	1	2	3
-3	F	F	V
-2	F	F	F
-1	F	F	F
0	F	F	F
1	V	V	V

Y afirmamos que:

- ✓ Para x=1, existe y=1.
- ✓ Para x=2, existe y=1.
- ✓ Para x=3, existe y=1 (o bien, existe y=-3) .

a) Por lo tanto $(\forall x \in A)(\exists y \in B)\left(\left(2^x - y \leq 10\right) \Leftrightarrow (x \cdot y > 0)\right)$ es V.

b) Como no existe un x tal que para cada y la proposición es V, (ver tabla) $(\exists x \in A)(\forall y \in B)\left(\left(2^x - y \leq 10\right) \Leftrightarrow (x \cdot y > 0)\right)$ es F

5.- Dados los conjuntos $A = \{1,2,-1\}$ y $B = \{-2,0,1\}$.

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\exists x \in A)(\forall y \in B)\left(\left(xy \geq x^2\right) \vee \left(x \cdot y < y^2\right)\right)$

b) $(\forall x \in A)(\exists y \in B)\left(\left(x + 2y < x^2\right) \wedge (x \cdot y \text{ es par})\right)$

Respuesta:

a) Trabajemos de la siguiente manera: Sea $q(x,y):\left(\left(xy \geq x^2\right) \vee \left(x \cdot y < y^2\right)\right)$

$\begin{array}{llll} \text{Si } x=1, & y & -2 & 0 & 1 \\ & q(1,y) & V & F & - \end{array}$ y no sigo analizando $q(x,y)$ ya que con y=0 es F.

$\begin{array}{llll} \text{Si } x=2, & y & -2 & 0 & 1 \\ & q(2,y) & V & F & - \end{array}$ y no sigo analizando $q(x,y)$ ya que con y=0 es F.

$\begin{array}{llll} \text{Si } x=-1, & y & -2 & 0 & 1 \\ & q(-1,y) & V & F & - \end{array}$ y no sigo analizando $q(x,y)$ ya que con y=0 es F.

Por lo tanto la proposición $(\exists x \in A)(\forall y \in B)\left(\left(xy \geq x^2\right) \vee \left(x \cdot y < y^2\right)\right)$ es F.

$(\forall x \in A)(\exists y \in B)\left(\left(x + 2y < x^2\right) \wedge (x \cdot y \text{ es par})\right)$

b) Sea $t(x,y):\left(x + 2y < x^2\right) \wedge \left(x \cdot y \text{ es par}\right)$ y analicemos para cada valor de x.

Si $x=1$	y	-2	0	1	y no sigo analizando ya que
	$t(2,y)$	V	$-$	$-$	para $x=1$, existe $y=-2$, tal que $t(1,-2)$ es V

Si $x=2$	y	-2	0	1	y no sigo analizando ya que
	$t(2,y)$	V	$-$	$-$	para $x=2$, existe $y=-2$, tal que $t(2,-2)$ es V

Si $x=-1$	y	-2	0	1	y no sigo analizando ya que
	$t(-1,y)$	V	$-$	$-$	para $x=-1$, existe $y=-2$, tal que $t(-1,-2)$ es V

De lo anterior afirmamos que $(\forall x\in A)(\exists y\in B)\left((x+2y<x^2)\wedge(x\cdot y \text{ es par})\right)$ es V

6.- Niegue cada una de las proposiciones anteriores.

Respuesta:

a) $$\overline{(\exists x\in A)(\forall y\in B)\left((xy\geq x^2)\vee(x\cdot y<y^2)\right)} \Leftrightarrow (\forall x\in A)(\exists y\in B)\left(\overline{(xy\geq x^2)\vee(x\cdot y<y^2)}\right)$$
$$\Leftrightarrow (\forall x\in A)(\exists y\in B)\left((xy<x^2)\wedge(x\cdot y\geq y^2)\right)$$

b) $$\overline{(\forall x\in A)(\exists y\in B)\left((x+2y<x^2)\wedge(x\cdot y \text{ es par})\right)} \Leftrightarrow (\exists x\in A)(\forall y\in B)\left(\overline{(x+2y<x^2)\wedge(x\cdot y \text{ es par})}\right)$$
$$\Leftrightarrow (\exists x\in A)(\forall y\in B)\left((x+2y\geq x^2)\vee(x\cdot y \text{ es impar})\right)$$

7.- Clasifique las siguientes proposiciones en tautologías, contradicciones o contingencias.

a) $(p\wedge q)\Rightarrow p$ b) $p\Rightarrow(p\Rightarrow p)$

c) $[(p\wedge q)\vee r]\Leftarrow[p\wedge(q\vee r)]$ d) $[(p\wedge q)\Rightarrow(p\Rightarrow q)]\Rightarrow[q\Rightarrow \overline{p}]$

Respuesta:

Como no se especifica de que forma clasificar, se mostrarán dos maneras a los distintos ejercicios.

a) Por tabla:

p	q	$(p\wedge q)$	$(p\wedge q)\Rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

luego es una Tautología.

b) Por tabla:

p	p	$(p \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow p) \Rightarrow p$
V	V	V	V
F	F	V	F

luego es una Contingencia.

c) Mediante Tautologías Fundamentales:

$$
\begin{aligned}
\left[(p \wedge q) \vee r\right] \Leftarrow \left[p \wedge (q \vee r)\right] &\Leftrightarrow \left[p \wedge (q \vee r)\right] \Rightarrow \left[(p \wedge q) \vee r\right] \\
&\Leftrightarrow \overline{\left[p \wedge (q \vee r)\right]} \vee \left[(p \wedge q) \vee r\right] \\
&\Leftrightarrow \left[\overline{p} \vee (\overline{q} \wedge \overline{r})\right] \vee \left[(p \wedge q) \vee r\right] \\
&\Leftrightarrow \overline{p} \vee (\overline{q} \wedge \overline{r}) \vee (p \wedge q) \vee r \\
&\Leftrightarrow \left[\overline{p} \vee (p \wedge q)\right] \vee \left[(\overline{q} \wedge \overline{r}) \vee r\right] \\
&\Leftrightarrow \left[(\overline{p} \vee p) \wedge (\overline{p} \vee q)\right] \vee \left[(\overline{q} \vee r) \wedge (\overline{r} \vee r)\right] \\
&\Leftrightarrow \left[V \wedge (\overline{p} \vee q)\right] \vee \left[(\overline{q} \vee r) \wedge V\right] \\
&\Leftrightarrow (\overline{p} \vee q) \vee (\overline{q} \vee r) \\
&\Leftrightarrow \overline{p} \vee (q \vee \overline{q}) \vee r \\
&\Leftrightarrow \overline{p} \vee V \vee r \\
&\Leftrightarrow V
\end{aligned}
$$

Luego es una Tautologia.

d) Mediante Tautologías Fundamentales:

$$
\begin{aligned}
\left[(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)\right] \Rightarrow \left[q \Rightarrow \overline{p}\right] &\Leftrightarrow \overline{\left[(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)\right]} \vee \left[q \Rightarrow \overline{p}\right] \\
&\Leftrightarrow \overline{\left[\overline{(p \wedge q)} \vee (\overline{p} \vee q)\right]} \vee \left[\overline{q} \vee \overline{p}\right] \\
&\Leftrightarrow \left[(p \wedge q) \wedge (p \wedge \overline{q})\right] \vee \left[\overline{q} \vee \overline{p}\right] \\
&\Leftrightarrow (p \wedge p \wedge q \wedge \overline{q}) \vee \left[\overline{q} \vee \overline{p}\right] \\
&\Leftrightarrow (p \wedge F) \vee \left[\overline{q} \vee \overline{p}\right] \\
&\Leftrightarrow F \vee \left[\overline{q} \vee \overline{p}\right] \\
&\Leftrightarrow \left[\overline{q} \vee \overline{p}\right]
\end{aligned}
$$

Luego es una Contingencia.

8.- Considerando las proposiciones del ejercicio 1.) determine el valor de verdad de:

a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \wedge s)$ b) $(\overline{p} \wedge q) \Rightarrow \overline{(q \Rightarrow s)}$

Respuesta:

Según ejercicio 1. tenemos que:

a) p : $-1 = (-1)^2$ F

b) q : $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \frac{8}{27}$ F

c) r : $8+6+3-1 \neq 7$ V

d) s : Los divisores de 15 son 1,3,5 y 15 V

Entonces:

a) $$\left[(F \Rightarrow F) \Leftrightarrow (V \wedge V)\right] \Leftrightarrow \left[(V) \Leftrightarrow (V)\right] \Leftrightarrow V$$ El valor de verdad de la proposición es *V*.

b) $$\begin{aligned}\left[(\overline{F} \wedge F) \Rightarrow \overline{(F \Rightarrow V)}\right] &\Leftrightarrow \left[(V \wedge F) \Rightarrow \overline{(V \vee V)}\right] \\ &\Leftrightarrow [F \Rightarrow F] \\ &\Leftrightarrow V\end{aligned}$$ El valor de verdad de la proposición es *V*.

9.- Demuestre que $[(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow V$

Respuesta:

$$\begin{aligned}\left[(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)\right] &\Leftrightarrow \left[(\overline{p} \vee q) \vee (\overline{q} \vee r)\right] \\ &\Leftrightarrow \left[\overline{p} \vee (q \vee \overline{q}) \vee r\right] \\ &\Leftrightarrow \left[\overline{p} \vee (V) \vee r\right] \\ &\Leftrightarrow V\end{aligned}$$

Queda demostrado

10.- Si los valores de verdad de p, q, r son V, F, F respectivamente, determinar el valor de

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

Verdad de la siguiente proposición compuesta: $\overline{(p \wedge q)} \Rightarrow [(p \vee r) \wedge (\bar{q} \vee r)]$

Respuesta:

Reemplazando los valores de verdad en la proposición se tiene lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
\left[\overline{(p \wedge q)} \Rightarrow \left[(p \vee r) \wedge (\bar{q} \vee r)\right]\right] &\Leftrightarrow \left[\overline{(V \wedge F)} \Rightarrow \left[(V \vee F) \wedge (\bar{F} \vee F)\right]\right] \\
&\Leftrightarrow \left[\overline{(F)} \Rightarrow \left[(V) \wedge (V)\right]\right] \\
&\Leftrightarrow \left[V \Rightarrow (V)\right] \\
&\Leftrightarrow V
\end{aligned}
$$

El valor de verdad de la proposición es *V*.

11.- Si ud. sabe que las proposiciones $(p \vee q), r$ y $[(\mathrm{p} \wedge \mathrm{r}) \Rightarrow q]$ son verdaderas. ¿Puede decidir el valor de verdad de cada una de las proposiciones dadas a continuación?

Respuesta:

Como hipótesis se tiene que $(p \vee q), r$ y $[(\mathrm{p} \wedge \mathrm{r}) \Rightarrow q]$ son verdaderas, esto es:

- $(p \vee q)$ verdadera ssi p es V ó q es V
- r es *V*.
- $[(p \wedge r) \Rightarrow q]$ es V De acuerdo a lo anterior se nos presentan los siguientes

$$
\left\{ \text{casos:} \quad \begin{array}{cccc}
p & q & r & (p \wedge r) \Rightarrow q \\
V & V & V & V \\
V & F & V & F \\
F & V & V & F
\end{array} \right.
$$

Luego la proposición $[(p \wedge r) \Rightarrow q]$ es V solamente cuando las tres proposiciones son *V*.

Con lo anterior afirmamos que:

a) $q \Rightarrow r$ es *V*.
b) $p \vee (r \Rightarrow q)$ es *V*.
c) $q \underline{\vee} (r \Leftrightarrow \bar{p})$ es *F*.

12.- Determine los valores de verdad de p, q y r de manera tal que la proposición

$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)]$ sea falsa.

Respuesta: La proposición

$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)]$ es Falsa ssi

$\underbrace{(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \text{ es } V}_{\textbf{A}}$ y $\underbrace{(r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q) \text{ es } F.}_{\textbf{B}}$

Analizaremos **B:** $(r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)$ es F ssi $(r \Rightarrow p)$ es F y $(r \Rightarrow q)$

ssi $(r \text{ es } V \text{ y } p \text{ es } F)$ y $(r \text{ es } V \text{ y } q \text{ es } F)$

Analizamos **A**: Con los valores obtenidos de las proposiciones simples anteriores verificamos que **A** es *V* reemplazando:

$$\begin{aligned} [(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] &\Leftrightarrow [(F \Rightarrow F) \Rightarrow V] \\ &\Leftrightarrow [V \Rightarrow V] \\ &\Leftrightarrow V \end{aligned}$$

Por lo tanto los valores de verdad de las proposiciones simples es: $\begin{cases} r : V \\ p : F \\ q : F \end{cases}$

13.- Determine el valor de verdad de $(q \veebar r) \Leftrightarrow (q \wedge r)$ si se sabe que:

$[(q \wedge \bar{r}) \Rightarrow p] \Leftrightarrow [\overline{(p \wedge q)} \vee (p \Rightarrow q)]$ es contradicción.

Respuesta: La proposición

$[(q \wedge \bar{r}) \Rightarrow p] \Leftrightarrow [\overline{(p \wedge q)} \vee (p \Rightarrow q)]$ es F ssi ambas son de distinto valor de verdad.

Pero si analizamos la proposición compuesta $\overline{(p \wedge q)} \vee (p \Rightarrow q)$ nos damos cuenta que:

$$\begin{aligned} [\overline{(p \wedge q)} \vee (p \Rightarrow q)] &\Leftrightarrow [(\bar{p} \vee \bar{q}) \vee (\bar{p} \vee q)] \\ &\Leftrightarrow [\bar{p} \vee \bar{p} \vee \bar{q} \vee q] \\ &\Leftrightarrow V \end{aligned}$$

Por lo tanto la proposición original se reduce a lo siguiente:

$$\left[\left(q\wedge\bar{r}\right)\Rightarrow p\right]\Leftrightarrow\left[\overline{(p\wedge q)}\vee(p\Rightarrow q)\right]\Leftrightarrow\left[\left(q\wedge\bar{r}\right)\Rightarrow p\right]\Leftrightarrow V$$

Ahora, la proposición es una contradicción ssi $\left[\left(q\wedge\bar{r}\right)\Rightarrow p\right]$ es F.

Entonces:

$$\left[\left(q\wedge\bar{r}\right)\Rightarrow p\right] \text{ es } F \text{ ssi} \left(q\wedge\bar{r}\right) \text{ es } V \text{ y } p \text{ es } F$$

$$\text{ssi } q \text{ es } V \text{ , } r \text{ es } F \text{ y } p \text{ es } F$$

Con los valores de verdad de las proposiciones simples, vamos a la proposición a la que se pide su valor de verdad y reemplazamos:

$$\begin{aligned}\left[(q\veebar r)\Leftrightarrow(q\wedge r)\right]&\Leftrightarrow\left[(V\veebar F)\Leftrightarrow(V\wedge F)\right]\\&\Leftrightarrow\left[(V)\Leftrightarrow(F)\right]\\&\Leftrightarrow F\end{aligned}$$

Luego la proposición es ***F.***

14.- Sabiendo que: $\left[(p\Rightarrow q)\vee p\right]\Rightarrow\left[(\bar{q}\wedge p)\Rightarrow(p\wedge\bar{t})\right]$ es F

Determine el valor de verdad de: $\left((\bar{p}\veebar q)\Leftrightarrow t\right)\wedge\left(\bar{q}\Rightarrow(\bar{t}\vee\bar{q})\right)$

Respuesta:

Se sabe que:

$$\left[\left[(p\Rightarrow q)\vee p\right]\Rightarrow\left[(\bar{q}\wedge p)\Rightarrow(p\wedge\bar{t})\right]\Leftrightarrow F\right]\Leftrightarrow$$

$$\left[\left[(p\Rightarrow q)\vee p\right]\Leftrightarrow V \ \wedge\ \left[(\bar{q}\wedge p)\Rightarrow(p\wedge\bar{t})\right]\Leftrightarrow F\right]\Leftrightarrow$$

$$\left[\left(\left[(\bar{q}\wedge p)\Rightarrow(p\wedge\bar{t})\right]\Leftrightarrow F\right)\right]\ \wedge\ \left[\left[(p\Rightarrow q)\vee p\right]\Leftrightarrow V\right]\Leftrightarrow$$

$$\left[\left((\bar{q}\wedge p)\Leftrightarrow V\right)\wedge\left((p\wedge\bar{t})\Leftrightarrow F\right)\ \wedge\ \left[\left[(p\Rightarrow q)\vee p\right]\Leftrightarrow V\right]\right]\Leftrightarrow$$

$$p\Leftrightarrow V\ ,\ q\Leftrightarrow F,\ t\Leftrightarrow V$$

Teniendo los valores de verdad de las proposiciones simples, reemplazamos en la proposición compuesta quedando:

$$\begin{aligned}\left[\left(\left(\bar{p}\veebar q\right)\Leftrightarrow t\right)\wedge\left(\bar{q}\Rightarrow\left(\bar{t}\vee\bar{q}\right)\right)\right]&\Leftrightarrow\left[\left(\left(F\veebar F\right)\Leftrightarrow V\right)\wedge\left(V\Rightarrow\left(F\vee V\right)\right)\right]\\&\Leftrightarrow\left[\left(F\Leftrightarrow V\right)\wedge\left(V\Rightarrow V\right)\right]\\&\Leftrightarrow\left[\left(F\right)\wedge\left(V\right)\right]\\&\Leftrightarrow F\end{aligned}$$

Luego el valor de verdad de $\left(\left(\bar{p}\veebar q\right)\Leftrightarrow t\right)\wedge\left(\bar{q}\Rightarrow\left(\bar{t}\vee\bar{q}\right)\right)$ es ***F.***

15.-Dados $A=\{1,2,-1\}$ $B=\{0,1,-2\}$

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: $(\exists x\in A)(\forall y\in B)\left(\left(xy<x^2\right)\Rightarrow\left(xy<y^2\right)\right)$

Respuesta:

Trabajemos (como en ejercicios anteriores) con una tabla.

Primero para $x=1$

x	y	$\left(xy<x^2\right)\Rightarrow\left(xy<y^2\right)$	
1	0	F	no sigo ya que debe ser V para todo valor de y

Ahora para $x=2$

x	y	$\left(xy<x^2\right)\Rightarrow\left(xy<y^2\right)$	
2	0	F	no sigo ya que debe ser V para todo valor de y

Finalmente para $x=-1$

x	y	$\left(xy<x^2\right)\Rightarrow\left(xy<y^2\right)$	
-1	0	F	no sigo ya que debe ser V para todo valor de y

Por lo tanto la proposición $(\exists x\in A)(\forall y\in B)\left(xy<x^2\Rightarrow xy<y^2\right)$ es F.

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

16.-Dados $A=\{1,0,-2\}$ y $B=\{-2,2,1\}$

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\forall x\in A)(\exists y\in B)\left((xy+1<0)\vee\left(x^2-y^2=0\right)\right)$

b) $(\exists x\in A)(\forall y\in B)\left((xy+1<0)\vee\left(x^2-y^2=0\right)\right)$

Respuesta:

Trabajemos con una tabla.

a)

Primero para $x=1$

x	y	$(xy+1<0)\vee\left(x^2-y^2=0\right)$	
1	-2	V	no sigo con los calculos ya que se verificó que para $x=1$, existe $y=-2$ que hace verdadera la proposición.

Ahora para $x=0$

x	y	$(xy+1<0)\vee\left(x^2-y^2=0\right)$	
0	-2	F	podemos apreciar que para cada
	2	F	valor de x no se encontró un y que
	1	F	satisfaga la funcion proposicional

Estamos, con lo anterior, en condiciones de afirmar que

$$(\forall x\in A)(\exists y\in B)\left((xy+1<0)\vee\left(x^2-y^2=0\right)\right) \text{ es } \mathbf{F}$$

b)

Primero para $x=1$

x	y	$(xy+1<0)\vee\left(x^2-y^2=0\right)$	
1	-2	V	podemos apreciar que
	2	F	$x=1$ no satisface la funcion
	$-$	$-$	proposicional para cada valor de y

Ahora para $x=-2$

x	y	$(xy+1<0)\vee(x^2-y^2=0)$	
-2	-2	V	podemos apreciar que existe
	2	V	$x=-2$ de modo que para cada $y\in B$,
	1	V	se satisface la funcion proposicional

Por lo tanto $(\exists x\in A)(\forall y\in B)\left((xy+1<0)\vee(x^2-y^2=0)\right)$ es ***V.***

17.- Dados $A=\{3,5,-2\}$ y $B=\{-3,2,0\}$

a) Determine el valor de verdad de $(\forall x\in A)(\exists y\in B)(xy>0)$

b) Determine si la proposición anterior es equivalente a $(\exists y\in B)(\forall x\in A)(xy>0)$

c) Escriba una negación de la proposición a) de modo que no aparezca el símbolo " $\bar{\ }$ "

Respuesta:

a) Trabajando con la tabla pueden observar que:

Para $x=3$, existe $y=2$ tal que $xy>0$

Para $x=5$, existe $y=2$ tal que $xy>0$

Para $x=-2$, existe $y=-3$ tal que $xy>0$

Por lo tanto $(\forall x\in A)(\exists y\in B)(xy>0)$ es ***V***

b) La proposición $(\exists y\in B)(\forall x\in A)(xy>0)$ no es equivalente a la anterior ya que esta es ***F***.
¿Por qué es ***F?*** Porque la negación de esta es ***V***.
Veamos, la negación de la proposición $(\exists y\in B)(\forall x\in A)(xy>0)$ es $(\forall y\in B)(\exists x\in A)(xy\leq 0)$
Y podemos verificar que:

- Para $y=-3$, existe $x=3$ (o bien $x=5$) tal que $xy\leq 0$.
- Para $y=2$, existe $y=-2$ tal que $xy\leq 0$.
- Para $y=0$, existe $y=3$ (ó $x=5$ ó $x=-2$) tal que $xy\leq 0$

c) $\overline{(\forall x\in A)(\exists y\in B)(xy>0)} \Leftrightarrow \overline{(\forall x\in A)}\,\overline{(\exists y\in B)}\,\overline{(xy>0)}$

$$\Leftrightarrow (\exists x\in A)(\forall y\in B)(xy\leq 0)$$

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO

II CONJUNTOS Y CUANTIFICADORES

1.- Sean $A=\{n\in IN / n\leq 11\}$ y $B=\{n\in IN / n \ es \ \ par \ \wedge n<21\}$ conjuntos.

Escriba por extensión los siguientes conjuntos:

a) $A\cup B$
b) $A\cap B$
c) $A-B$
d) $A\underline{\Delta} B$

Respuesta:

Primero escribiremos por extensión los conjuntos ***A*** y ***B***.

$A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$

$B=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

a) $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,14,16,18,20\}$
b) $A\cap B=\{2,4,6,8,10\}$
c) $A-B=\{1,3,5,7,9,11\}$
d) $A\underline{\Delta} B=\{1,3,5,7,9,11,12,14,16,18,20\}$

2.- Considere los conjuntos $U=\{1,\frac{1}{4},-1,\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5},-2\}$ $A=\{1,-1,2\}$ $B=\{\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\}$ $C=\{1,\frac{1}{5},-2\}$

Escriba por extensión los conjuntos:

a) $A^c\cup\left(B-C^c\right)^c$
b) $(A-B)\cup\left(\left(C-A^c\right)\cap\left(A\cap(B-C)\right)\right)$

Respuesta:

a) Tenemos que $A^c=\{\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\}$, $B-C^c=B\cap C=\phi$ y , finalmente, $\left(B-C^c\right)^c=U$

Por lo tanto $A^c\cup\left(B-C^c\right)^c=U$

b) $A-B=A$, $C-A^c=\{1\}$, $B-C=B$ y $A\cap(B-C)=\phi$

Por lo tanto $(A-B)\cup\left(\left(C-A^c\right)\cap\left(A\cap(B-C)\right)\right)$=*A*.

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

3.- Sean $E=\{x\in IN/1<x\leq 20\}$ conjunto Universo.

$A=\{x\in E/11\leq x\leq 18\}$

$B=\{x\in E/x \text{ es múltiplo de } 3\}$

$C=\{x\in E/x \text{ es par}\}$ sub-conjuntos de *E*.

Hallar por extensión:

a) *A*

b) $(B\underline{\Delta}C)\cap A$

c) $\left(A\cap(B\cap C)^c\right)\cup(A\cap B\cap C)^c$

d) $B\cap C$

e) $(B\underline{\Delta}A)^c\cap\left(C-(C\underline{\Delta}A)^c\right)$

f) $(A\cup B\cup C)^C$

Respuesta:

Cada conjunto por extensión es:

$A=\{11,12,13,14,15,16,17,18\}$, $B=\{3,6,9,12,15,18\}$ y $C=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

Por lo tanto:

a) $A=\{11,12,13,14,15,16,17,18\}$

b) $(B\underline{\Delta}C)\cap A=\{2,3,4,8,9,10,14,15,16,20\}$

c) $\left(A\cap(B\cap C)^c\right)\cup(A\cap B\cap C)^c=\left(A\cap\{2,3,4,5,7,8,9,10,11,13,14,15,16,17,19,20\}\right)\cup\{12,18\}^c$

$=\{11,13,14,15,16,17\}\cup\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13,14,15,16,17,19,20\}$

$=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13,14,15,16,17,19,20\}$

d) $B\cap C=\{6,12,18\}$

e) $(B\underline{\Delta}A)^c\cap\left(C-(C\underline{\Delta}A)^c\right)=\{3,6,9,11,13,14,16,17\}^c\cap\left(C-\{2,4,6,8,10,11,13,15,17,20\}^c\right)$

$=\{2,4,5,7,8,10,12,15,18,19,20\}\cap\left(C-\{3,5,7,9,12,14,16,18,19\}\right)$

$=\{2,4,5,7,8,10,12,15,18,19,20\}\cap\{2,4,6,8,10,20\}$

$=\{2,4,8,10,20\}$

f) $(A\cup B\cup C)^c=\{2,3,4,6,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,20\}^c$

$=\{5,7,19\}$

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

4.- Dados los conjuntos $A=\{\phi\}$ $B=\{0\}$ $C=\{0,1\}$ $E=\{0,1,2,3\}$ $D=\{\{\phi\},0,1\}$.

Determine cuál de las siguientes proposiciones es ***V*** o ***F***:

a) $A\subseteq B$
b) $E\supseteq C$
c) $B\subseteq C$
d) $C=D$
e) $D\not\subset E$
f) $A\not\subset D$
g) $\phi=A$

Respuesta:

a) Proposición ***F*** ya que ambos conjuntos tienen un elemento. *A* tiene el elemento ϕ y *B* tiene el elemento 0.

b) Proposición ***V*** ya que ***C*** tiene a los elementos 0 y 1 que también lo son de ***E.***

c) Proposición ***V*** ya que ***B*** tiene al elemento 0 que también lo es de ***C.***

d) Proposición ***F*** ya que ***C*** tiene dos elementos y ***D*** tiene tres elementos.

e) Proposición ***V*** ya que $\{\phi\}\in D$, sin embargo $\{\phi\}\notin$ ***E***.

f) Proposición ***V***, ya que no hay relación entre los elementos de ***A*** y de ***D***

g) Proposición ***F*** ya que ***A*** tiene un elemento y ϕ no tiene elementos.

5.- Dado $A=\{\{e\},\phi\}$, determine cuál de las siguientes proposiciones es ***V*** o ***F***:

a) $\{e\}\in A$
b) $\{\phi\}\subseteq A$
c) $\{e\}\subseteq A$
d) $\{\{e\},\phi\}\in A$
e) $\phi\in A$
f) $\phi\subset A$

Respuesta:

a) ***V*** puesto que $\{e\}$ se presenta como un elemento de *A*.

b) ***V*** ya que , si miramos el conjunto *A*, nos damos cuenta que ϕ es un elemento de éste,

por lo tanto $\{\phi\}\subset A$

c) ***F*** ya que $\{e\}$ es un elemento de *A*, por lo tanto lo correcto es decir que $\{e\}\in A$.

d) ***F*** , lo correcto es $\{\{e\},\phi\}=A$.

e) ***V*** ya que , si miramos el conjunto *A*, nos damos cuenta que ϕ es un elemento de éste.

f) ***V*** ya que, si vamos a las propiedades de conjunto, encontraremos una que dice: $A\subset A$, $\forall A$ conjunto.

6.- Sea $U = .\cdot^{\cdot}$ conjunto universo.

$p(x): 2x+1=5$, $q(x): 3<x<15$ y $r(x): x\leq 18$ funciones proposicionales

$A=\left\{x\in \mathrm{N} / p(x)\Rightarrow \overline{r(x)}\right\}$ $B=\left\{x\in \mathrm{N} / \left(p(x)\vee q(x)\right)\wedge q(x)\right\}$ $C=\left\{x\in \mathrm{N} / \overline{p(x)\vee r(x)}\right\}$

subconjuntos de *U*

Escriba por extensión los siguientes conjuntos:

a) $\left(A^c\cup B\right)\cap\left(C^c\cap B\right)^c$

b) $\left(A-B\right)\cap\left(A\cap B\right)$

Respuesta

Primero escribiremos por extensión cada uno de los conjuntos definidos anteriormente:

$A=\left\{x\in U / 2x+1\neq 5 \ \vee \ x>18\right\}=U-\left\{2\right\}$

$B=\left\{4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\right\}$

$C=\left\{19,20,21,22,23,..........\right\}$

Por lo tanto, tenemos que:

$$
\begin{aligned}
\text{a) } \left(A^c\cup B\right)\cap\left(C^c\cap B\right)^c &= \left(\left\{2\right\}\cup B\right)\cap\left(\left\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18\right\}\cap\left\{4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\right\}\right)^c \\
&= \left\{2,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\right\}\cap\left\{4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\right\}^c \\
&= \left\{2\right\}
\end{aligned}
$$

b) $(A-B)\cap(A\cap B)=(A\cap B^c)\cap(A\cap B)$
$$=A\cap B^c\cap A\cap B$$
$$=\phi$$

7.- Dados los conjuntos $A=\{-2,1,0\}$ y $B=\{-1,1\}$ y las siguientes funciones proposicionales
$p(x;y):3x+2y$ impar y $q(x,y):2^x-y^3\in Z$.

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\exists x\in A)(\forall y\in B)(p(x,y)\veebar q(x,y))$

b) $(\forall x\in B)(\forall y\in A)(q(x,y)\Rightarrow p(x,y))$

Respuesta

a) La proposición $(\exists x\in A)(\forall y\in B)(p(x,y)\veebar q(x,y))$ es ***V*** ya que:
Si $x=0$

x	y	$(p(x,y)\veebar q(x,y))$
0	-1	V
	1	V

b) La proposición $(\forall x\in B)(\forall y\in A)(q(x,y)\Rightarrow p(x,y))$ es ***V*** ya que:

x	y	$(q(x,y)\Rightarrow p(x,y))$
-1	-2	V
	1	V
	0	V
1	-2	V
	1	V
	0	V

8.- Dados los conjuntos $A=\{-1,0,1,2\}$ *y* $B=\{0,1,2\}$ y las siguientes funciones proposicionales

$p(x;y):x^2=y$; $q(x,y):x^y=1$. y $r(x,y):2^x\le y^2$

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\forall x\in A)(\exists y\in B)(p(x,y)\vee q(x,y))$

b) $(\exists x\in B)(\forall y\in A)(r(x,y)\Rightarrow p(x,y))$

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

c) $(\exists x \in A)(\exists y \in B)(p(x,y) \wedge q(x,y))$

d) $(\forall x \in B)(\forall y \in A)(q(x,y) \Leftrightarrow r(x,y)) \Leftrightarrow (\exists x \in A)(\forall y \in B)(p(x,y) \Rightarrow \overline{q}(x,y))$

e) $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(p(x,y) \underline{\vee}\, q(x,y)) \Rightarrow (\forall x \in B)(\exists y \in A)(\overline{r}(x,y) \wedge q(x,y))$

Respuesta:

a) La proposición $(\forall x \in A)(\exists\, y \in B)(p(x,y) \vee q(x,y))$ es ***V*** ya que **:**
Para $x = -1$, existe $y = 1$ tal que $(p(-1,1) \vee q(-1,1))$ es ***V***
Para $x = 0$, existe $y = 0$ tal que $(p(0,0) \vee q(0,0))$ es ***V***
Para $x = 1$, existe $y = 2$ (por ejemplo) tal que $(p(1,2) \vee q(1,2))$ es ***V***
Para $x = 2$, existe $y = 0$ tal que $(p(2,0) \vee q(2,0))$ es ***V***

b) La proposición $(\exists x \in B)(\forall y \in A)(r(x,y) \Rightarrow p(x,y))$ es ***F***. ya que
Para $x = 0$ e $y = -1$, la proposición $r(0,-1) \Rightarrow p(0,-1)$ es ***F***.
Para $x = 1$ e $y = 2$, la proposición $r(1,2) \Rightarrow p(1,2)$ es ***F***.
Para $x = 2$ e $y = 2$, la proposición $r(2,2) \Rightarrow p(2,2)$ es ***F***.

c) La proposición $(\exists x \in A)(\exists y \in B)(p(x,y) \wedge q(x,y))$ es ya que :
Existe $x = 1$ e $y = 1$, la proposición $p(1,1) \wedge q(1,1)$ es ***V***

d) Analizaremos cada proposición por separado primero:

♣ $(\forall x \in B)(\forall y \in A)(q(x,y) \Leftrightarrow r(x,y))$ es ***F***. ya que

Si $x = 0$ e $y = 1$ tal que $q(0,1) \Leftrightarrow r(0,1)$ es ***F*.**

♣ $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(p(x,y) \Rightarrow \overline{q}(x,y))$ es ***V*** ya que:

Existe $x = -1$ tal que para

y	$x^2 = y$	$x^y \neq 1$	$(x^2 = y) \Rightarrow (x^y \neq 1)$
0	F	F	V
1	V	V	V
2	F	F	V

Por lo tanto $(\forall x \in B)(\forall y \in A)(q(x,y) \Leftrightarrow r(x,y)) \Leftrightarrow (\exists x \in A)(\forall y \in B)\left(p(x,y) \Rightarrow \overline{q}(x,y)\right)$ es ***F***.

e) $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(p(x,y) \veebar q(x,y)) \Rightarrow (\forall x \in B)(\exists y \in A)\left(\overline{r}(x,y) \wedge q(x,y)\right)$

Analizaremos cada proposición por separado primero:

♣ $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(p(x,y) \veebar q(x,y))$ es una proposición ***V*** ya que:

Existe $x=-1$ tal que para

y	$x^2=y$	$x^y=1$	$(x^2=y)\veebar(x^y\neq 1)$
0	F	V	V
1	V	F	V
2	F	V	V

♣ $(\forall x \in B)(\exists y \in A)(\bar{r}(x,y) \wedge q(x,y))$ es una proposición ***F*** ya que:

Para $x=0$ se tiene que:

x	y	$(2^x>y^2)\wedge(x^y=1)$	
0	-1	$F \wedge *$	
	0	$V \wedge *$	
	1	$F \wedge F$	F
	2	$F \wedge F$	F

Observación: * se debe a que 0^{-1} y 0^0 no están definidos.

9.- Dados $A=\{1,0,-2\}$ y $B=\{-2,2,1\}$

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$a)$ $(\forall x \in A)(\exists y \in B)(xy+1<0) \vee (x^2-y^2=0)$

$b)$ $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(xy+1<0) \vee (x^2-y^2=0)$

Respuesta:

a) La proposición $(\forall x \in A)(\exists y \in B)(xy+1<0) \vee (x^2 - y^2 = 0)$ es ***F*** ya que :

Si $x = 0$:

y	$(xy+1<0) \vee (x^2 - y^2 = 0)$
-2	F
2	F
1	F

Vemos que no existe un $y \in B$ que satisfaga la función proposicional.

b) La proposición $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(xy+1<0) \vee (x^2 - y^2 = 0)$ es ***V*** ya que :

Existe $x = -2$ tal que

y	$(xy+1<0) \vee (x^2 - y^2 = 0)$
-2	V
2	V
1	V

10.- 82 estudiantes ingresaron a la carrera de Agronomía en el 1º Semestre.

Después de haber cursado Matemáticas, Estadísticas y Física. Se obtuvieron los siguientes resultados:

35 estudiantes aprobaron Estadística, 45 estudiantes aprobaron Matemáticas, 5 aprobaron Estadística y Matemáticas, ninguno aprobó los tres ramos, 7 aprobaron sólo Física, 21 aprobaron sólo Estadísticas, 25 de ellos aprobaron solamente dos ramos de los mencionados. Todos estudian al menos uno de estos ramos.

a) ¿Cuántos estudiantes aprobaron sólo Matemáticas?
b) ¿Cuantos estudiantes aprobaron Física y Matemáticas?
c) ¿Cuantos estudiantes aprobaron Matemáticas pero no Estadística?

Respuesta:

Llamaremos **M :** Conjunto de estudiantes de Agronomía que aprobaron Matemáticas.
E : Conjunto de estudiantes de Agronomía que aprobaron Estadística.
F : Conjunto de estudiantes de Agronomía que aprobaron Física.

Luego se sabe que:

$|M \cup E \cup F| = 82$

$|E| = 35$

$|M| = 45$

$|E \cap M| = 5$

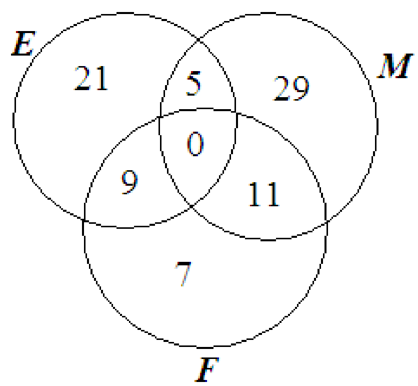
$|M \cap E \cap F| = 0$

$|F - (M \cup E)| = 7$

$|E - (M \cup F)| = 21$

$\left|\left(((M \cap E) - F) \cup ((E \cap F) - M) \cup ((F \cap M) - E)\right) - (M \cap E \cap F)\right| = 25$

En el Diagrama de Venn



a) 29 estudiantes aprobaron solo Matemáticas.
b) 11 estudiantes aprobaron Física y Matemáticas.
c) 40 estudiantes aprobaron Matemáticas pero no Estadística.

11.- Llamemos E y F a dos revistas en las cuales se publican avisos. Si 237000 personas leen E, 173000 personas leen F, 51000 personas leen E y F. ¿Cuántas personas pueden leer el aviso?

Respuesta: Llamemos **A** al conjunto de las personas que leen E.
Llamemos **B** al conjunto de las personas que leen F.
Por lo tanto:

$\|A\| = 237000$	Se sabe que:
$\|B\| = 173000$	$\|A \cup B\| = \|A\| + \|B\| - \|A \cap B\|$ reemplazando
$\|A \cap B\| = 51000$	$\|A \cup B\| = 237000 + 173000 - 51000 \quad \therefore$
$\|A \cup B\| = ?$	$\|A \cup B\| = 359000$

Por lo tanto, 359000 personas pueden leer el aviso

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

12.- En un Instituto de Lenguas y Ciencias Políticas, hay 100 alumnos, de los cuales 64 estudian a lo menos un idioma y no Ciencias, 35 estudian alemán, 29 estudian francés, 36 estudian inglés, 15 estudian alemán y francés, 11 estudian inglés y francés, 13 estudian inglés y alemán, 3 estudian los tres idiomas.

a) Cuántos alumnos estudian sólo alemán?
b) Cuántos alumnos estudian sólo francés?
c) Cuántos alumnos estudian sólo inglés?
d) Cuántos alumnos estudian sólo alemán o sólo inglés?
e) Cuántos alumnos estudian Ciencias o a lo más dos idiomas?

Respuesta: Llamemos:

A al conjunto de alumnos que estudian Alemán.

F al conjunto de alumnos que estudian Frances

I al conjunto de alumnos que estudian Inglés.

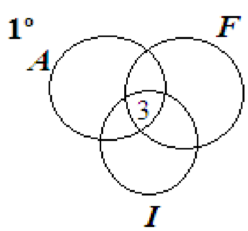
Por lo tanto:

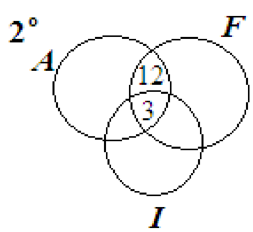
$|U| = 100$

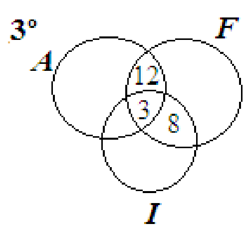
1°) $|A \cap F \cap I| = 3$ 2°) $|A \cap F| = 15$ 3°) $|I \cap F| = 11$

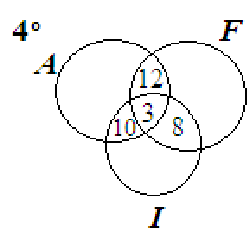
4°) $|A \cap I| = 13$ 5°) $|A| = 35$ 6°) $|F| = 29$

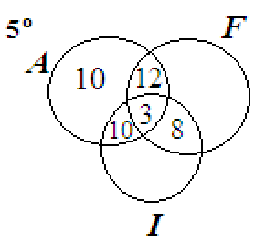
7°) $|I| = 36$ 8°) $|A \cup F \cup I| = 64$

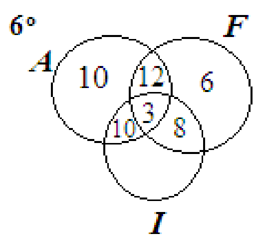


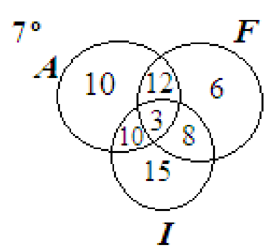












a) Solo Alemán: $\left|A-\left(F\cup I\right)\right|=10$

b) Solo Francés: $\left|F-\left(A\cup I\right)\right|=6$

c) Sólo Ingles: $\left|I-\left(A\cup F\right)\right|=15$

d) Solo Alemán o solo Ingles: $\left|A-\left(F\cup I\right)\right|+\left|I-\left(A\cup F\right)\right|=25$

e) Ciencias ó a lo más dos idiomas:

$$\left|\left(A\cup E\cup I\right)^{C}\right|+\left|A\cap I\right|+\left|\left(F\cap I\right)-A\right|+\left|\left(A\cap F\right)-I\right|=36+13+8+12=69$$

13.- En una encuesta realizada a 135 alumnos sobre los hobbys se obtuvo que:

56 coleccionan estampillas
15 coleccionan sólo ceniceros y estampillas
38 coleccionan insectos pero no estampillas
4 coleccionan sólo insectos y ceniceros.
59 coleccionan ceniceros
16 coleccionan estampillas e insectos.
91 coleccionan estampillas ó insectos.
10 coleccionan otro tipo de objetos

a) ¿Cuántos coleccionan sólo dos de los objetos?
b) ¿Cuántos coleccionan sólo insectos?
c) ¿Cuántos coleccionan estampillas e insectos pero no ceniceros?
d) ¿Cuántos coleccionan un solo tipo de los objetos?
e) ¿Cuántos coleccionan otras cosas?

Respuesta:

Llamemos: **E** conjunto de alumnos que coleccionan estampillas.
C conjunto de alumnos que coleccionan ceniceros.
I conjunto de alumnos que coleccionan insectos.

La información la expresamos de la siguiente manera:

1°) $\left|E\right|=56$ 2°) $\left|\left(C\cap E\right)-I\right|=15$ 3°) $\left|I-E\right|=38$

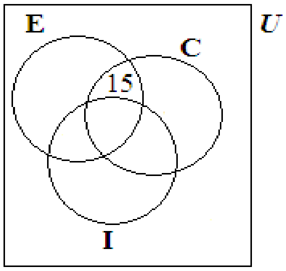
4°) $\left|\left(I\cap C\right)-E\right|=4$ 5°) $\left|C\right|=59$ 6°) $\left|E\cap I\right|=16$

Se va indicando en el extremo superior izquierdo , paso a paso, la información que se va utilizando.

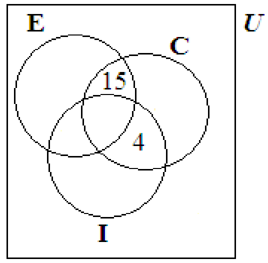
Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

Fundamentos de matemáticas

2°)

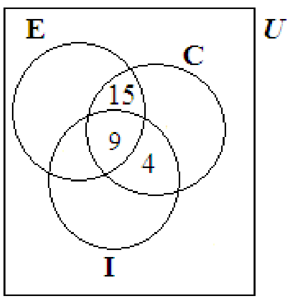


4°)

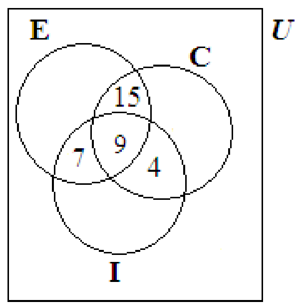


Como $|E \cup C| = |E| + |C| - |E \cap C|$

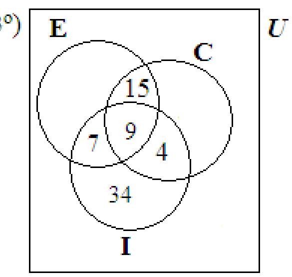
reemplazamos y $|E \cap C| = 24$



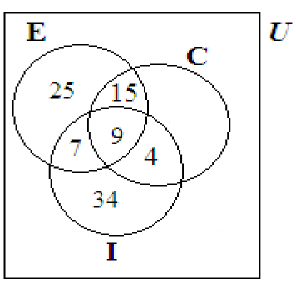
6°)



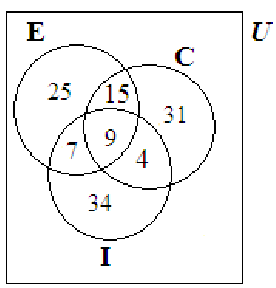
3°)



1°)



5°)



Por lo tanto:

a) 26 alumnos coleccionan sólo dos de los objetos (15+7+4).
b) 34 alumnos coleccionan sólo insectos (I-(E∪C)).
c) 7 alumnos coleccionan estampillas e insectos , pero no ceniceros.((E∩I)-C).
d) 90 alumnos coleccionan un solo tipo de los objetos. (25+31+34).
e) 10 alumnos coleccionan otras cosas. (135-25-15-31-7-9-4-34)

14.- Se encuesta a 148 personas para saber sus preferencias en los programas de T.V. y se obtienen los siguientes resultados:

75 ven H&H sólo uno de los canales.
Sólo ven y VH1. el mismo número de los que ven solo H&H y HBO
28 ven H&H y VH1.
27 ven solo dos canales.
20 ven sólo HBO.
3 ven sólo VH1. y HBO.
85 no ven H&H.
35 ven VH1 pero no H&H

a) ¿Cuántas personas ven los tres canales?
b) ¿Cuántas personas ven otros canales que no corresponden a los señalados?
c) ¿Cuántas personas ven el canal HBO?
d) ¿Cuántas personas ven solo el canal VH1 o HBO?

Respuesta:

Llamemos: **H** las personas que ven H&H.

B las personas que ven HBO.

V las personas que ven VH1.

Ahora la información dice que:

1°) $\left|H-(B\cup V)\right|+\left|B-(H\cup V)\right|+\left|V-(B\cup H)\right|=75$

2°) $\left|(H\cap V)-B\right|=\left|(H\cap B)-V\right|$

3°) $\left|H\cap V\right|=28$

4°) $\left|(B\cap V)-H\right|+\left|(H\cap V)-B\right|+\left|(B\cap H)-V\right|=27$

5°) $\left|H-(B\cup V)\right|=20$

6°) $\left|(V\cap B)-H\right|=3$

7°) $\left|H^{c}\right|=85$

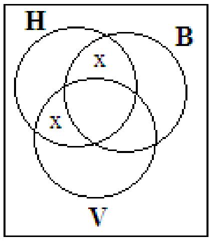
8°) $\left|V-H\right|=35$

Guía 2 ejercicios desarrollados lógica, conjuntos y cuantificadores

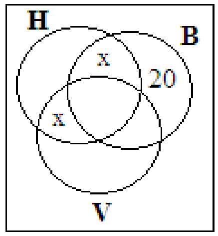
Fundamentos de matemáticas

Se va indicando en el extremo superior izquierdo , paso a paso, la información que se va utilizando.

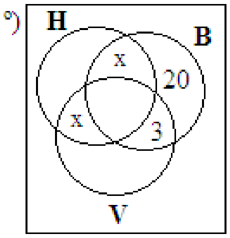
2°)



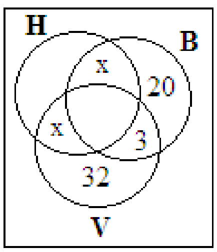
5°)



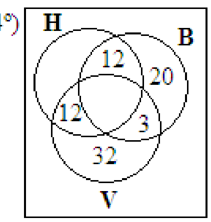
6°)



8°)



4°)

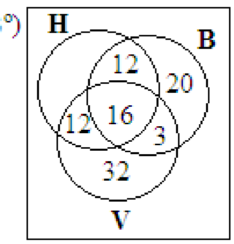


$x+x+3=27 \iff$

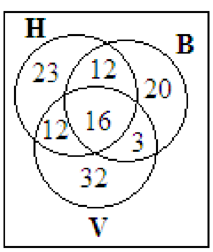
$2x=24 \iff$

$x=12$

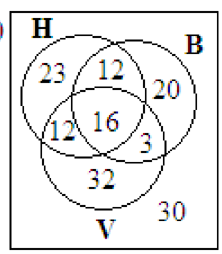
3°)



1°)



7°)



Por lo tanto:

a) 16 personas ven los tres canales.

b) 30 personas ven otros canales que no corresponden a los señalados.

c) 51 personas ven HBO.

d) 83 ven solo el canal VH1 o HBO (32+ 51)