CUANTIFICADORES

_--------_------____------__-

Dados los conjuntos $A=\{1,2,3\}$, $B=\{-3,-2,-1,0,1\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones

$$i)(\forall x \in A)(\exists y \in B)\left(\left(2^{x}-y \leq 10\right) \Leftrightarrow(x y>0)\right)$$

$$ii)(\exists x \in A)(\forall y \in B)\left(\left(2^{x}-y \leq 10\right) \Leftrightarrow(x y>0)\right)$$

Solución:

$$A=\{1,2,3\}, B=\{-3,-2,-1,0,1\}$$

$$i)(\forall x \in A)(\exists y \in B)\left(\left(2^{x}-y \leq 10\right) \Leftrightarrow(x y>0)\right)$$

$$x=1 \rightarrow y=1\left(\left(2^{1}-1 \leq 10\right) \Leftrightarrow(1 \cdot 1>0)\right)(V \Leftrightarrow V) V$$

$$x=2 \rightarrow y=1\left(\left(2^{2}-1 \leq 10\right) \Leftrightarrow(2 \cdot 1)>0\right)(V \Leftrightarrow V) V$$

$$x=3 \rightarrow y=1\left(\left(2^{3}-1 \leq 10\right) \Leftrightarrow(3 \cdot 1)>0\right)(V \Leftrightarrow V) V$$

LA proposición es Verdadera

$$A=\{1,2,3\}, B=\{-3,-2,-1,0,1\}$$

$$ii)(\exists x \in A)(\forall y \in B)\left(\left(2^{x}-y \leq 10\right) \Leftrightarrow(x y>0)\right)$$

$$x=1 \rightarrow y=0\left(\left(2^{1}-0 \leq 10\right) \Leftrightarrow(1 \cdot 0)>0\right)(V \Leftrightarrow F) F$$

$$x=2 \rightarrow y=0\left(\left(2^{2}-0 \leq 10\right) \Leftrightarrow 2 \cdot 0>0\right)(V \Leftrightarrow F) F$$

$$x=3 \rightarrow y=0\left(\left(2^{3}-0 \leq 10\right) \Leftrightarrow 3 \cdot 0>0\right)(V \Leftrightarrow F) F$$

La proposición es Falsa

Conjuntos:

Operatoria entre conjuntos:

$$A \bigcup B = \left\{ x / x \in A \vee x \in B \right\} UNIÓN$$

$$A \bigcap B = \left\{ x / x \in A \wedge x \in B \right\} INTERSECCIÓN$$

$$A^C = \left\{ x / x \notin A \right\} COMPLEMENTO$$

$$A - B = \left\{ x / x \in A \wedge x \notin B \right\} = \left\{ x / x \in A \wedge x \in B^c \right\} = A \bigcap B^c DIFERENCIA$$

$$A \Delta B = \left\{ x / x \in A \underline{\vee} x \in B \right\} = \left(A - B \right) \bigcup \left(B - A \right) DIFERENCIASIMÉTRICA$$

EJEMPLO:

Dados los conjuntos:

$$A = \left\{ n \in \mathbb{N} / n \leq 11 \right\}, B = \left\{ n \in \mathbb{N} / nespar \wedge n < 21 \right\}$$

Escriba por extensión los siguientes conjuntos:

$$A \bigcup B$$

$$A \bigcap B$$

$$A - B$$

$$A \Delta B =$$

Solución:

$$A=\{n\in\mathbb{N} / n\leq 11\}, B=\{n\in\mathbb{N} / n es par \wedge n<21\}$$
$$A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$$
$$B=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$$

$$A\bigcup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,910,11,12,14,16,18,20\}$$

$$A\bigcap B=\{2,4,6,810\}$$

$$A-B=\{1,3,5,7,9,11\}$$

$$A\Delta B=(A-B)\bigcup(B-A)=\{1,3,5,7,9,11,12,14,16,18,20\}$$

2.-Considere los conjuntos:

$$U=\left\{1,\frac{1}{4},-1,\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5},-2\right\}$$
$$A=\{1,-1,-2\}$$
$$B=\left\{\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\right\}$$
$$C=\left\{1,\frac{1}{5},-2\right\}$$

Determinar:

$$i)A^C\cup\left(B-C^C\right)^C$$
$$ii)(A-B)\cup\left(\left(C-A^C\right)\cap\left(A\cap(B-C)\right)\right)$$

$$U=\left\{1,\frac{1}{4},-1,\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5},-2\right\}$$

$$A=\{1,-1,-2\}\to A^{C}=\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\right\}$$

$$B=\left\{\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\right\}$$

$$C=\left\{1,\frac{1}{5},-2\right\}$$

$$i)A^{C}\cup\left(B-C^{C}\right)^{C}$$

$$X-Y=X\cap Y^{C}\Rightarrow B-C^{C}=B\cap\left(C^{C}\right)=B\cap C=\phi\to\left(B-C^{C}\right)^{C}=(\phi)^{C}=U$$

$$A^{C}\cup\left(B-C^{C}\right)^{C}=\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\right\}\cup U=U$$

II

$$ii)(A-B)\cup\left(\left(C-A^{C}\right)\cap\left(A\cap(B-C)\right)\right)$$

$$U=\left\{1,\frac{1}{4},-1,\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5},-2\right\}$$

$$A=\{1,-1,-2\}\to A^{C}=\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\right\}$$

$$B=\left\{\frac{2}{5},\frac{-2}{5}\right\}\to B^{C}=\left\{1,\frac{1}{4},-1,\frac{1}{5},-2\right\}$$

$$C=\left\{1,\frac{1}{5},-2\right\}\to C^{C}=\left\{\frac{1}{4},-1,\frac{2}{5},\frac{-2}{5},\right\}$$

$$A-B=A\cap B^{C}=\{1,-1-2\}=A$$

$$C-A^{C}=C\cap A=\{1,-2\}$$

$$B-C=B\cap C^{C}=\{-2\}$$

$$A\cap(B-C)=\{-2\}$$

$$(A-B)\cup\left(\left(C-A^{C}\right)\cap\left(A\cap(B-C)\right)\right)=\{1,-1-2\}\cup\left(\{1,-2\}\cap\{-2\}\right)=\{1,-1-2\}\cup\{-2\}=\{1,-1-2\}$$

Conjunto Potencia

__-----____--____--__--

Sea A un conjunto, definimos el conjunto potencia de A ($P(A)$) , como aquel formado por todos los posibles subconjuntos de A .

Es decir los elementos del conjunto potencia de A son conjuntos.

Ejemplos:

$$A=\{a,b\}\to\#(A)=2$$
$$P(A)=\{\phi,A,\{a\},\{b\}\}=\{\phi,\{a,b\},\{a\},\{b\}\}\to\#(P(A))=4$$

$$C=\{1,2,3\}\to\#(C)=3$$
$$P(C)=\{\phi,\{1,2,3\},\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\}\}\to\#(P(C))=8$$

$$C=\{1,a,3,b\}\to\#(C)=4$$

$$P(C)=\begin{Bmatrix}\phi,\{1,a,3,b\},\{1\},\{a\},\{3\},\{b\},\{1,a\},\{1,3\},\{1,b\},\{a,3\},\{a,b\},\{3,b\},\\ \{1,a,3\},\{1,a,b\},\{1,3,b\},\{a,3,b\}\end{Bmatrix}$$

$$\to\#(P(C))=16$$

Observación

i) $X\in P(A)\Leftrightarrow X\subset A$

ii) $A\bigcap B=\phi\Leftrightarrow A\subset B^C\wedge B\subset A^C$

INTERSECCIÓN ($\cap$):

La intersección de los conjuntos **A** y **B** es el conjunto formados por elementos que pertenecen a **"A"** y **"B"** a la vez.

$$A \cap B = (x / x \in A \wedge x \in B) \ (\wedge = \text{se lee "y"})$$

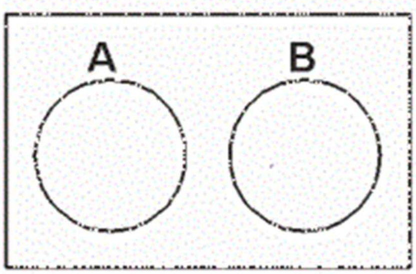
Dados dos conjuntos **A** y **B**, se llama intersección de **A** y **B** al conjunto formado por todos los elementos de **A** que pertenecen también a **B**. Es decir , al conjunto formado por los elementos comunes de **A** y **B**.

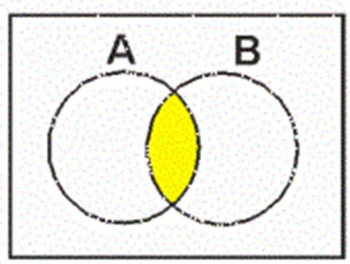
El conjunto intersección se representa por

$A \cap B$

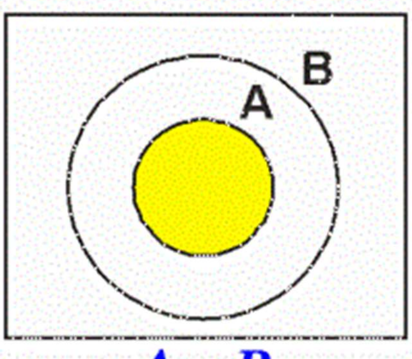
y se lee «**A** intersección **B**».

Gráficamente $A \cap B$:





"**A**" y "**B**" son disjuntos "**A**" y "**B**" no disjuntos



$A \cap B$

Si $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$

EJEMPLO 1 :

Sean los conjuntos:

Ejercicio:

Dado los conjuntos

$$A=\{\phi\}, B=\{0\}, C=\{0,1\}, D=\{\{\phi\},0,1\}, E=\{0,1,2,3\}$$

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$$A=\{\phi\}, B=\{0\}, C=\{0,1\}, D=\{\{\phi\},0,1\}, E=\{0,1,2,3\}$$

$i) A \subseteq B$

$ii) E \supseteq C$

$iii) B \subseteq C$

$iv) C = D$

$v) D \not\subset E$

$vi) A \not\subset D$

$vii) \phi = A$

i)F

ii)V

iii)V

iv)F

v)V

vi)V

vii)F

Dados $A=\{\{e\},\phi\}$

Determine el valor de verdad de:

$$A=\{\{e\},\phi\}$$
$$i)\{e\}\in A$$
$$ii)\{\phi\}\subset A$$
$$iii)\{e\}\subseteq A$$
$$iv)\{\{e\},\phi\}\in A$$
$$v)\phi\in A$$
$$vi)\phi\subset A$$

i)V

ii)V

iii)F

iv)F

v)V

vi)V

Cardinalidad de un conjunto Finito

(#A): número de elementos del conjunto A

$$\#(A)=|A|=card(A)$$

Propiedades cardinalidad

=======================

Sean A,B,C conjuntos finitos

$$i)\#(A)=n\Rightarrow\#(P(A))=2^{\#(A)}$$

$$ii)Si\,\#(A)=n;\#(B)m$$
$$entonces$$
$$\#(A\times B)=\#(B\times A)=m\cdot n$$

$$ii)\#(A\bigcup B)=\#A+\#B-\#(A\bigcap B)$$

$$iii)\#(A\bigcup B\bigcup C)=\#A+\#B+\#C-\#(A\bigcap B)-\#(A\bigcap C)-\#(B\bigcap C)+\#(A\bigcap B\bigcap C)$$