Aula 01

Introdução ao Curso e Modelos Neoclássicos de Demanda

Claudio R. Lucinda

FEA/USP

2019

Agenda

1. Introdução ao Curso e Econometria Estrutural
   - Modelagem Econométrica Estrutural

Agenda

1. Introdução ao Curso e Econometria Estrutural
    - Modelagem Econométrica Estrutural
2. Modelos Neoclássicos de Demanda
    - Abordagem Diferencial e o Modelo de Rotterdam
    - Linear Expenditure System
    - Translog
    - AIDS
    - QUAIDS
    - EASI

Abordagens à Modelagem Econométrica

- Podemos dividir a modelagem econométrica em duas linhas: descritiva e estrutural.
- Vamos entender a diferença entre as duas imaginando a distribuição conjunta entre as variáveis cuja relação se busca entender, $f(x, y)$.
- Coisas específicas que se desejam caracterizar:
  - A distribuição condicional de y dado x, $f(y|x)$;
  - A Esperança condicional de y dado x, $E(y|x)$;
  - A Correlação (ou covariância) condicional de y dado x, $Corr(y|x)$ ou $Cov(y|x)$
  - Um quantil específico α da distribuição de y dado x $Q_\alpha(y|x)$;
  - O Melhor Preditor Linear de y dado um valor para x $BLP(y|x)$

Econometria Estrutural e Econometria Descritiva

- Nos modelos descritivos a idéia principal é caracterizar simplesmente a distribuição conjunta.
- Na abordagem econométrica estrutural buscam-se parêmetros ou primitivas econômicas da distribuição conjunta
- Note-se que **a busca destas primitivas ou parâmetros da distribuição conjunta é sempre dependente destas premissas que limitam a distribuição conjunta.**
- Os elementos essenciais de um modelo estrutural são as hipóteses econômicas e estatísticas, as quais deveriam ser, pelo menos, razoáveis econômica e estatisticamente.
- Note-se: mesmo que você não derive explicitamente um modelo estrutural, **qualquer conclusão de ordem causal ou comportamental está implicitamente se baseando em um modelo estrutural**.

Modelagem Estrutural, “Experimentos Naturais” e “Forma Reduzida”

- Experimentos Naturais são excelentes para identificar o efeito de interesse localmente, mas:
  - Nem sempre existe um experimento para identificar o efeito que você quer.
  - A validade de um experimento natural é bem restrita para fora do local onde o efeito é identificado.
  - E não esqueçam: o “ideal” do “experimento ideal” sempre é com base em um modelo teórico.
- “Forma Reduzida” às vezes pode ser bastante útil para responder perguntas relevantes, especialmente quando:
  - Quando a teoria aponta para efeitos determinados para um determinado coeficiente ou conjunto de coeficientes.
  - Se você tem a equação da forma reduzida exatamente identificada você até consegue voltar com os parâmetros estruturais

Demanda Neoclássica

- Em meados dos anos 70, o ponto de vista dominante para estimação de demanda era baseado na teoria neoclássica de demanda usando *Cross-Section* de domicílios.
  - Uma resenha interessante sobre o estado da arte da época é Deaton (1986)
- Isso essencialmente significava partir de uma especificação para a função dispêndio ou para a função utilidade indireta e, a partir daí, utilizar o Lema de Shepard ou a Identidade de Roy para obter um sistema de equações estimáveis.
- Desafios:
  - Escolha da Forma Funcional
  - Agregação
  - Separabilidade
  - Aspectos Econométricos

Escolha da Forma Funcional

- Formas funcionais deveriam poder ser levadas aos dados e os coeficientes estimados aproximassem a função "verdadeira" – não observável.
- *Formas Funcionais Flexíveis*, como em Barnett (1983) e Christensen, Jorgenson and Lau (1975) – formas funcionais que, em um determinado ponto, aproximam:
    - O valor da função "verdadeira".
- Modelos mais antigos, como o LES de Klein and Rubin (1947), não atendiam a esta propriedade e impunham restrições que não eram vindas dos dados.

Escolha da Forma Funcional

- Formas funcionais deveriam poder ser levadas aos dados e os coeficientes estimados aproximassem a função "verdadeira" – não observável.
- *Formas Funcionais Flexíveis*, como em Barnett (1983) e Christensen, Jorgenson and Lau (1975) – formas funcionais que, em um determinado ponto, aproximam:
  - O valor da função "verdadeira".
  - O valor das derivadas primeira e, em alguns casos, a segunda.
- Modelos mais antigos, como o LES de Klein and Rubin (1947), não atendiam a esta propriedade e impunham restrições que não eram vindas dos dados.

Propriedades Desejáveis de um Sistema de Demanda

- Em geral, a base para este tipo de características é o conceito de um sistema de demanda "teoricamente plausível" – consistente com o processo de maximização da utilidade do consumidor.
- Em especial, este conceito pode ser operacionalizado verificando-se as seguintes condições:
  - *Adding-up* (ou exaustão da restrição orçamentária): supõe-se que o valor das demandas por todos os bens exaure o valor da restrição orçamentária.

$$\sum_k p_k h_k = \sum_k p_k x_k = w$$

  - Homogeneidade: as demandas hicksianas são homogêneas de grau zero nos preços, e as demandas Marshallianas no gasto total e nos preços, ou seja, para escalar $\theta > 0$,

$$h_i(u, \theta \mathbf{p}) = h_i(u, \mathbf{p}) = x_i(\theta w, \theta \mathbf{p}) = x_i(w, \mathbf{p})$$

Propriedades Desejáveis (cont.)

- Simetria: As derivadas cruzadas das demandas Hicksianas são simétricas.
- Negatividade: A matriz de derivadas $\nabla_p h(u, \mathbf{p})$ das demandas hicksianas com relação aos preços tem que ser negativa semidefinida. Esta propriedade pode ser testada por meio da nossa querida Equação de Slutsky.
- Nem todos os sistemas geralmente utilizados pela literatura são consistentes com estas hipóteses.
- Exemplo: Sistema de demanda log-linear supondo $i \in N$ produtos:

$$\ln q_i = \alpha_i + e_i \ln w + \sum_k e_{ik} \ln p_k + u_i$$

Sistema de demanda log-linear:

- Esta função duplo log é muito comumente utilizada porque os coeficientes estimados nos dão diretamente as elasticidades.
- No entanto, ela coloca problemas nos valores das elasticidades e da exaustão da restrição orçamentária. Para entender isso melhor, vamos definir o logaritmo da participação no gasto como sendo $\ln s_i = \ln q_i + \ln p_i - \ln w$. Substituindo isso na equação acima, temos que:

$$\ln q_i = \alpha_i + (e_i - 1)\ln w + (e_{ii} + 1)\ln p_i + \sum_{k \neq i} e_{ik} \ln p_k$$

- Pela restrição de exaustão da restrição orçamentária, mencionada acima, temos que $\sum_k w_k e_k = 1$, o que indica que *ou tereemos todos as elasticidades renda iguais a um ou pelo menos uma delas tem que ser maior do que um.*

Modelo de Rotterdam

- Uma alternativa de modelagem empírica de demanda envolve aproximar diretamente a função demanda resultante do processo de maximização da utilidade do consumidor, que é o resultado do trabalho de Theil, como apresentado por Barnett and Serletis (2008).
- Desta forma, a equação fica sendo:

$$s_l d \log x_l = \theta_l d \log \mathbf{Q} + \sum_{j=1}^{L} v_{ij} \left(d \log p_j - d \log P^f \right)$$

- Uma versão alternativa chamada versão em preços relativos desta equação é dada por:

$$s_l d \log x_l = \theta_l d \log \mathbf{Q} + \sum_{j=1}^{L} \pi_{ij} d \log p_j$$

Modelo de Rotterdam (II):

Para impormos as restrições tradicionais, precisamos que os coeficientes atendam às seguintes restrições:

- *Adding-Up*: $\sum_j \theta_j = 1$ e $\sum_l \pi_{lj} = 0$, para todos os l
- Homogeneidade: $\sum_j \pi_{lj} = 0$, em uma mesma equação
- Simetria da matriz de Slutsky: $\pi_{ij} = \pi_{ji}$
- Concavidade: a matriz de Slutsky precisa ser negativa semidefinida com posto $L - 1$.

Modelo de Rotterdam (III):

As elasticidades preço compensadas e elasticidade renda são:

$$
\begin{aligned}
\epsilon_{ij} &= \frac{\pi_{ij}}{s_i} \\
\epsilon_w &= \frac{\theta_I}{s_I}
\end{aligned}
$$

LES

- Começaremos pelo *Linear Expenditure System*. Este modelo é de Klein and Rubin (1947), e começa com a seguinte função de utilidade indireta:

$$v(\mathbf{P}, w) = \frac{w - \sum p_k b_k}{\prod_k p_k^{a_k}}$$

- Usando a Identidade de Roy, chegamos às seguintes formas funcionais para as equações:

$$s_i = \frac{p_i b_i}{w} + a_i \left[1 - \frac{\sum_k p_k b_k}{w}\right]$$

- O legal deste modelo é que os parâmetros possuem interpretações comportamentais. Uma família cujo sistema de demanda é LES começa comprando quantidades "comprometidas" de cada um dos bens $(b_1, b_2, \cdots, b_n)$, e depois dividindo o excedente, $w - \sum_k p_k b_k$ entre os bens em proporções fixas $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$.

LES - Elasticidades

- As elasticidades deste sistema de equações são dadas por:

$$
\begin{aligned}
e_{ii} &= \frac{p_i b_i (1 - a_i)}{p_i b_i + a_i \left(w - \sum_k p_k b_k\right)} - 1 \\
e_{ij} &= \frac{-a_i b_j p_j}{p_i b_i + a_i \left(w - \sum_k p_k b_k\right)} \\
e_w &= \frac{a_i w}{p_i b_i + a_i \left(w - \sum_k p_k b_k\right)}
\end{aligned}
$$

Translog

- O paper de Christensen, Jorgenson and Lau (1975) partem da seguinte função de utilidade indireta:

$$\ln(v(\mathbf{P}, w)) = \alpha_0 + \sum \alpha_i \ln \frac{p_i}{w} + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} \ln \frac{p_i}{w} \ln \frac{p_j}{w}$$

- A vantagem desta função de utilidade indireta é que ela aproxima os valores das primeiras e segundas derivadas da função "verdadeira" de utilidade indireta em torno da média amostral dos dados.
- Usando a nossa querida Identidade de Roy, eles chegam no seguinte sistema:

$$\begin{aligned} s_i &= \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln \frac{p_i}{w}}{\alpha_M + \sum \beta_{Mi} \ln \frac{p_i}{w}} \\ \alpha_M &= \sum \alpha_k \\ \beta_{Mi} &= \sum \beta_{ki} \end{aligned}$$

Translog Continuação

- Normalizando α_M para ser igual a -1. Vamos calcular as elasticidades, e para isso iremos fazer a seguinte definição:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln \frac{p_j}{w} \\ \mathbf{B} &= \alpha_M + \sum \beta_{Mi} \ln \frac{p_j}{w} \end{aligned}$$

- Com isto, podemos definir a quantidade demandada como sendo:

$$x_i = \frac{w}{p_i} \left[\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}} \right]$$

Translog – Elasticidades

- Elasticidade-Cruzada:

$$e_{ij} = \left[\frac{\beta_{ji}}{\mathbf{A}} - \frac{\beta_{Mj}}{\mathbf{B}}\right]$$

- Elasticidade-Preço:

$$e_{ii} = \left[\frac{\beta_{ji}}{\mathbf{A}} - \frac{\beta_{Mj}}{\mathbf{B}}\right] - 1$$

- Elasticidade-Renda:

$$e_{w} = \left[-\frac{\sum \beta_{ji}}{\mathbf{A}} + \frac{\sum \beta_{Mj}}{\mathbf{B}}\right] + 1$$

AIDS (Almost Ideal Demand System)

- Este modelo foi apresentado por Deaton and Muellbauer (1980*a*) se baseia na seguinte função utilidade indireta:

$$v(\mathbf{P}, w) = G(\mathbf{P})[\ln w - \ln g(\mathbf{P})]$$

- Sendo que a função $G(\mathbf{P})$ é homogênea de grau zero nos preços, e a $g(\mathbf{P})$ é homogênea de grau 1.
- A classe geral deste tipo de função de utilidade indireta é denominada PIGLOG ("Price Independent Generalized Linearity", PIGL em forma Logaritmica).
- Na verdade, esta condição se relaciona com a relação entre os preços relativos e a curva de Engel. No caso específico da demanda AIDS, temos que:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{P}) &= \Pi_k p_k^{-\gamma_k} \\ \ln g(\mathbf{P}) &= \alpha_0 + \sum \alpha_k \ln p_K + \frac{1}{2} \sum_k \sum_j \beta_{kj} \ln p_k \ln p_j \end{aligned}$$

AIDS – Continuação:

- Aplicando a nossa amiga, a Identidade de Roy, nesta função de utilidade indireta e cozinhando vigorosamente, temos a seguinte forma para a equação demanda pelo produto na forma de *share de consumo*:

$$s_i = \alpha_i + \sum_i \beta_{ki} \ln p_k + \gamma_i \ln \left(\frac{w}{g(\mathbf{P})} \right)$$

- Deaton e Muellbauer, no seu paper da *AER*, mencionam que uma alternativa quando os preços dos diferentes produtos são muito colineares, é a utilização do seguinte índice de preços de Stone (1954) no lugar da função $g(\mathbf{P})$:

$$\mathbf{P}^* = \sum_k \bar{s}_k \ln p_k$$

- Em que $\bar{s}$ seria a média das participações de mercado. Outra vantagem desta aproximação (conhecida por LA-AIDS) é que a estimação do sistema de equações envolve apenas equações lineares, o que facilita a implementação computacional do modelo.

AIDS – Elasticidades:

- As elasticidades preço e cruzadas do modelo são da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
e_{ii} &= \frac{\beta_{ii} - \gamma_i s_i}{s_i} - 1 \\
e_{ij} &= \frac{\beta_{ij} - \gamma_i s_j}{s_i} \\
e_w &= 1 + \frac{\gamma_i}{s_i}
\end{aligned}
$$

- Caso não seja adotada a linearização do índice de preços, as elasticidades-preço assumem uma forma um pouco mais complexa.

$$
\begin{aligned}
e_{ii} &= \frac{\beta_{ii} - \gamma_i s_i + \gamma_i^2 \ln\left(\frac{w}{g(\mathbf{P})}\right)}{s_i} - 1 \\
e_{ij} &= \frac{\beta_{ii} - \gamma_i s_i + \gamma_i \gamma_j \ln\left(\frac{w}{g(\mathbf{P})}\right)}{s_i}
\end{aligned}
$$

Restrições

- Simetria: Precisamos que os termos β cruzados sejam iguais, ou:

$$\beta_{ij} = \beta_{ji}$$

- Adding-up: Esta premissa também permite que recuperarmos os coeficientes da última equação, mesmo ela não estimada pelo fato das participações no gasto necessariamente somarem 1.:

$$\begin{aligned}\sum_i \alpha_i &= 1\\ \sum_i \beta_{ij} &= 0\\ \sum_i \gamma_i &= 0\end{aligned}$$

- Homogeneidade:

$$\sum_j \beta_{ij} = 0$$

QUAIDS

- Este modelo foi proposto por Banks, Blundell and Lewbel (2007), permitindo que as curvas de Engel (relacionando share do bem e log da renda) não sejam lineares.
- Basicamente eles fazem isso por meio de uma extensão quadrática do modelo AIDS:

$$
\begin{aligned}
ln(a(\mathbf{p})) &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i lnp_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} lnp_i lnp_j \\
b(\mathbf{p}) &= \prod_{i=1}^{n} p_i^{\beta_i} \\
s_i &= \alpha_i + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} lnp_j + \beta_i ln\left[\frac{w}{a(\mathbf{p})}\right] + \frac{\lambda_i}{b(\mathbf{p})}\left[ln\left[\frac{w}{a(\mathbf{p})}\right]\right]^2
\end{aligned}
$$

Evidência Gráfica

QUAIDS – Elasticidades

$$\mu_i = \frac{\partial s_i}{\partial lnw} = \beta_i + \frac{2\lambda_i}{b(\mathbf{p})}\left[ln\left[\frac{w}{a(\mathbf{p})}\right]\right]$$

$$\mu_{ij} = \frac{\partial s_i}{\partial lnp_j} = \gamma_{ij} - \mu_i\left(\alpha_j + \sum_k \gamma_{jk} lnp_k\right) - \frac{\lambda_i\beta_j}{b(\mathbf{p})}\left[ln\left(\frac{w}{a(\mathbf{p})}\right)\right]^2$$

$$e_w^u = \frac{\mu_i}{s_i} + 1$$

$$e_{ij}^u = \frac{\mu_{ij}}{si} + \mathbf{1}(i=j)$$

Exact Affine Stone Index

- O objetivo deste modelo, apresentado no artigo de Lewbel and Pendakur (2009), é construir sistemas de demanda que:
    - Possuem respostas flexíveis aos preços (ou seja, deixa os coeficientes estimados aproximarem as derivadas relevantes);
    - Têm curvas de Engel de qualquer forma (não linear que nem o AIDS ou quadrática que nem o QUAIDS)
    - E os erros da equação são parâmetros aleatórios da utilidade que podem ser incorporados na parte da utilidade do consumidor.
- Notação:
    - x - Log de w
    - $\mathbf{p}$ - Vetor de Log de preços, de dimensão $J \times 1$
    - $\mathbf{z}$ - Vetor de Demographics, de dimensão coluna L

EASI

- Versão aproximada:
- Seja $\tilde{y} = x - \mathbf{p}'\bar{\mathbf{s}}$
- Temos então um sistema de equações, com $\mathbf{b}^r$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{A_l}$ sendo matrizes de coeficientes:

$$\mathbf{s} \approx \sum_{r=1}^{5} \mathbf{b}^r \tilde{y}^r + \mathbf{Cz} + \mathbf{Dz}\tilde{y} + \sum_{l=1}^{L} z_l \mathbf{A_l p} + \mathbf{Bp}\tilde{y} + \varepsilon$$

- Versão Completa
- Seja $y = \frac{x - \mathbf{p}'\mathbf{s} + \sum_{l=1}^{L} z_l \mathbf{p}'\mathbf{A_l p}/2}{1 - \mathbf{p}'\mathbf{Bp}}$

$$\mathbf{s} = \sum_{r=1}^{5} \mathbf{b}^r y^r + \mathbf{Cz} + \mathbf{Dz}y + \sum_{l=1}^{L} z_l \mathbf{A_l p} + \mathbf{Bp}y + \varepsilon$$

Elasticidades

- Semielasticidade-preço compensadas:

$$\nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{s} = \sum_{l=1}^{L} z_l \mathbf{A_l} + \mathbf{B} y$$

- Semielasticidade-renda compensada:

$$\nabla_{\mathbf{y}} \mathbf{s} = \sum_{r=1}^{5} \mathbf{b}^r y^{r-1} r + \mathbf{Dz} + \mathbf{Bp}$$

- As elasticidades-preço são obtidas por meio da divisão desses valores pelos shares (e no caso das elasticidades-preço próprias, subtraindo um).

Aspectos Econométricos

- Análise com Microdados:
  - Solução de canto e consumo zero. Inicialmente enfrentado por Heien and Wessells (1990) e posteriormente por Shonkwiler and Yen (1999)
  - Imputação de preços. Ainda que as listas de produtos de pesquisas de orçamento sejam bastante detalhadas, ainda assim parte das diferenças de qualidade se perdem. Cox and Wohlgenant (1986) sugerem um método de imputação.
  - Aspectos demográficos e Escalas de Equivalência. Detalhes
- Análise com Dados Agregados:
  - Estacionariedade. Ng (1995) e Lewbel (1996) enfrentam o problema, ainda que reconhecem que os resultados não são conclusivos (muitas séries de preços com dimensão temporal não muito grande, como diz Lewbel (1997)).
  - Identificação/Endogeneidade

Aspectos Econométricos – Escalas de Equivalência

- Um nome confuso e que pode significar quatro coisas diferentes na literatura, como apontam Lewbel (1997) e os livros de Pollak and Wales (1992) e Deaton and Muellbauer (1980*b*).

Retorno

Aspectos Econométricos – Escalas de Equivalência

- Um nome confuso e que pode significar quatro coisas diferentes na literatura, como apontam Lewbel (1997) e os livros de Pollak and Wales (1992) e Deaton and Muellbauer (1980*b*).
- Aqui utilizaremos uma definição mais genérica como o conjunto de procedimentos pelos quais se modelam os efeitos que as características das unidades de observação possuem sobre o padrão do consumo da "unidade de observação representativa".

Retorno

Aspectos Econométricos – Escalas de Equivalência

- Um nome confuso e que pode significar quatro coisas diferentes na literatura, como apontam Lewbel (1997) e os livros de Pollak and Wales (1992) e Deaton and Muellbauer (1980*b*).
- Aqui utilizaremos uma definição mais genérica como o conjunto de procedimentos pelos quais se modelam os efeitos que as características das unidades de observação possuem sobre o padrão do consumo da "unidade de observação representativa".
  - Consistência com os axiomas da agregação: Pollak and Wales (1981) para uma referência mais antiga e Ray (1983) para uma referência mais recente.

Retorno

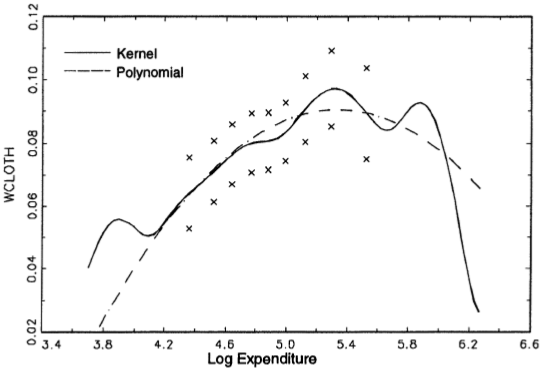
Aspectos Econométricos – Escalas de Equivalência

- Um nome confuso e que pode significar quatro coisas diferentes na literatura, como apontam Lewbel (1997) e os livros de Pollak and Wales (1992) e Deaton and Muellbauer (1980*b*).
- Aqui utilizaremos uma definição mais genérica como o conjunto de procedimentos pelos quais se modelam os efeitos que as características das unidades de observação possuem sobre o padrão do consumo da "unidade de observação representativa".
  - Consistência com os axiomas da agregação: Pollak and Wales (1981) para uma referência mais antiga e Ray (1983) para uma referência mais recente.
  - Definição formal de escalas de equivalência: o valor que o dispêndio de um domicílio de referência precisaria ser multiplicado para alcançar o dispêndio de um outro domicílio com características diferentes (Lewbel, 1997).

Retorno

Evidência Gráfica

FIGURE 1C.—NONPARAMETRIC ENGEL CURVE FOR CLOTHING SHARES



Retorno

Banks, James, Richard Blundell, and Arthur Lewbel. 2007. "Quadratic Engel Curves and Consumer Demand." *The Review of Economics and Statistics*, 79(4): 527–539.

Barnett, William A. 1983. "Defintions of 'Second Order Approximation' and of 'Flexible Functional Form'." *Economics Letters*, 12: 31–35.

Barnett, William A, and Apostolos Serletis. 2008. "The Differential Approach to Demand Analysis and the Rotterdam Model." , (12319).

Christensen, Laurits R., Dale W. Jorgenson, and Lawrence J. Lau. 1975. "Transcendental Logarithmic Utility Functions." *The American Economic Review*, 65(3): 367–383.

Cox, Thomas L, and Michael K Wohlgenant. 1986. "Price and Quality Effects in Cross-Sectional Demand Analysis." *American Journal of Agricultural Economics*, 68(4): 908–919.

Deaton, Angus. 1986. "Demand analysis." In *Handbook of Econometrics*. Vol. II, , ed. Zvi Griliches and M. D. Intriligator, 1767–1830. Elsevier B.V.

Deaton, Angus, and John Muellbauer. 1980*a*. "An almost ideal demand system." *The American economic review*, 70(3): 312–326.

Deaton, Angus, and John Muellbauer. 1980*b*. *Economics and Consumer Behavior.* Cambridge, UK:Cambridge University Press.

Heien, Dale, and Cathy Roheim Wessells. 1990. "Demand Systems Estimation with Microdata: A Censored Regression Approach." *Journal of Business & Economic Statistics*, 8(3): 365–371.

Klein, LR, and H Rubin. 1947. "A constant-utility index of the cost of living." *The Review of Economic Studies*, 18(1): 65–66.

Lewbel, Arthur. 1996. "Aggregation Without Separability: A Generalized Composite Commodity Theorem." *American Economic Review*, 86(3): 524–543.

Lewbel, Arthur. 1997. "Consumer Demand System and Household Equivalence Scales." In *Handbook of Applied Econometrics II*. , ed. M. H. Pesaram and P. Schmidt, Chapter 4, 167–201. Oxford:Blackwell.

Lewbel, Arthur, and Krishna Pendakur. 2009. "Tricks with hicks: The EASI demand system." *American Economic Review*, 99(3): 827–863.

Ng, Serena. 1995. "Testing for Homogeneity in Demand Systems When the Regressors are Nonstationary." *Journal of Applied Econometrics*, 10(2): 147–163.

Pollak, Robert A., and Terence J. Wales. 1981. "Demographic Variables in Demand Analysis." *Econometrica*, 49(6): 1533–1551.

Pollak, Robert A., and Terence J. Wales. 1992. *Demand System Specification and Estimation.* . 1st ed., Oxford.

Ray, Ranjan. 1983. "Measuring the Costs of Children: An alternative approach." *Journal of Public Economics*, 22: 89–102.

Shonkwiler, J. Scott, and Steven T. Yen. 1999. "Two-Step Estimation of a Censored System of Equations." *American Journal of Agricultural Economics*, 81(November): 972–982.

Stone, Richard. 1954. *The measurement of consumers' expenditure and behaviour in the United Kingdom, 1920-1938.* Vol. 1, Cambridge, UK:Cambridge University Press.