Aula 04

Função de Produção

Claudio R. Lucinda

FEA-RP/USP

Agenda

1. Produção e Custos – Introdução

Agenda

1. Produção e Custos – Introdução
2. Formas Funcionais – Produção e Custos

Agenda

Produção e Custos

- Agora vamos mudar o foco de nossa análise. Até o momento, estávamos preocupados com a modelagem do comportamento do produtor; agora, nos preocuparemos com o comportamento do produtor.
- Nesta aula, nos preocuparemos inicialmente com a derivação das principais primitivas do comportamento do produtor: a função de produção e a função custos, para apresentar algumas formas funcionais comuns para a modelagem da função custos.
- Peculiaridades da modelagem da decisão do produtor:
    - Viés de Seleção da Amostra: a atrição da amostra não é completamente aleatória.
    - Problemas de Endogeneidade entre a quantidade produzida e o uso dos insumos.
    - Ineficiência

Pontos Interessantes na Modelagem de Produção:

- Em geral, na análise da produção e custos, estamos interessados nos seguintes elementos:
  - Escala: Verificação de se a empresa ou o setor exibem retornos constantes de escala, crescentes ou decrescentes;
  - Substituição: O grau de substituição dos fatores de produção em resposta a alterações na quantidade produzida;
  - Separabilidade: A capacidade de separação das relações de produção – ou de custos – em componentes aninhados ou aditivos.
  - Progresso Técnico: Mudança na forma pela qual os fatores de produção são combinados para a produção.
  - Distribuição da renda: Como as parcelas da renda se distribuem entre os fatores de produção;
  - Custo Marginal: Obtenção de estimativas de custos marginais para as análises subsequentes.

Formas Funcionais

- Agora, começaremos a detalhar as formas funcionais mais comumente utilizadas para a modelagem de produção e custos.
- Em certo sentido, a modelagem que colocaremos é próxima das escolhas feitas no contexto da modelagem de funções de utilidade indireta: uma vez que não é de se esperar que observemos diretamente a primitiva relevante, tentaremos aproximar qual seria a "verdadeira" a partir dos dados observados.
    - Afinal de contas, NÃO EXISTE UMA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO ESCONDIDA EM ALGUM ARMÁRIO EM CADA EMPRESA

Formas Funcionais Flexíveis

- Todas estas funções podem ser vistas como expansões lineares em parâmetros que podem aproximar uma função arbitrária. Esta expansão pode ser vista na seguinte forma:

$$f^*(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} a_i h^i(\mathbf{x})$$

- Em que os a_i eram parâmetros, os h^i são funções conhecidas e os $\mathbf{x}$ são vetores de variáveis.
- Se algumas condições são satisfeitas para uma dada realização do vetor $\mathbf{x}^*$, podemos dizer que $f(\mathbf{x}^*)$ é uma aproximação da função verdadeira no ponto.
- Além disso, aproxima os valores da primeira e segunda derivadas da função também. Consideramos esta uma forma funcional flexível parsimoniosa.

Forma Funcional Flexível Parsimoniosa – Problemas

- Um cuidado adicional: quando estamos estimando uma função como esta com uma base de dados com um domínio extensivo – ou seja, com valores que mapeiam muito do quadrante relevante da variável $\mathbf{x}$ – é bem provável que a função obtida não será uma aproximação de segunda ordem da função de produção verdadeira em qualquer ponto.
- Como resultado, os efeitos de estática comparativa resultantes podem ser bem diferentes dos resultados da função verdadeira.
- Ou seja, podemos rejeitar uma hipótese mesmo quando a função verdadeira não rejeitaria.

Formas Funcionais – Exemplos:

Forma Funcional	Fórmula	Restrições
Cobb-Douglas (Cobb e Douglas 1928)	$\ln y = a_0 + \sum_{j=1}^{J} a_j \ln z_j$	$\sum_{j=1}^{J} a_j = 1$ para homog. li
CES (Arrow et. al 1961)	$y^{\rho} = a_0 + \sum_{j=1}^{J} a_j z_j^{\rho}$	$a_0 = 0$ para Homog.lin.
Leontief/Linear Generalizada (Diewert 1971)	$y = a_0 + \sum_{j=1}^{J} a_j \sqrt{z_j} + \sum_{k=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} a_{kj} \sqrt{z_k z_j}$	$a_i = 0, i = 0, \cdots J$ para Homog. Lin.
Translog (Christensen, Jorgenson e Lau (1971))	$\ln y = a_0 + \sum_{j=1}^{J} a_j \ln z_j + \sum_{k=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} a_{kj} \ln z_k \ln z_j$	$\sum a_j = 1$ e $\sum a_{ij} = 0$para Homog. Lin.
Cobb-Douglas Generalizada (Diewert (1971))	$\ln y = a_0 + \sum_{k=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} a_{jk} \ln((z_k + z_j)/2)$	$\sum_k \sum_j a_{jk} = 1$para H. L.
Quadrática (Lau (1974))	$y = a_0 + \sum_{j=1}^{J} a_j z_j + \sum_{k=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} a_{kj} z_k z_j$	
Côncava Generalizada (McFadden (1974))	$y = \sum_{k=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} z_j \phi^{kj} \left(\frac{z_k}{z_j}\right) a_{kj}$	ϕ^{kj} é uma função côncava conhecida

Estimação de Funções de Produção

- A estimação das funções de produção começou com o trabnalho de Cobb e Douglas (1928), que buscavam testar as implicações da teoria da distribuição baseada na produtividade marginal dos fatores.
- A principal crítica deste tipo de literatura é que os dados sobre fatores de produção, quando estamos falando em quantidades agregadas, são determinados simultaneamente aos valores do produto;
- desta forma, a função de produção não seria identificável.
- Vamos ilustrar este ponto mais detalhadamente, considerando a seguinte equação:,

$$q = a + \alpha z + \beta x + u$$

- Em que q é o log da quantidade produzida, z é o log do capital (ou qualquer outra quantidade de fatores "fixos" de produção), e x o log de todos os insumos variáveis.

Estimação de Funções de Produção (II):

- A demanda pelo insumo variável, supondo que as empresas escolham as quantidades de x ao observar a realização de u, é dada por:

$$X = \left[\frac{p}{w}\beta e^{a+u} Z^{\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\beta}}$$

- Uma vez que a escolha de X depende de u, temos problemas de endogeneidade.
- Um segundo problema é o da seleção de amostra. Um exemplo clássico é o de Dunne, Roberts e Samuelson (1988) encontrou taxas de saída maiores do que 30% entre intervalos de 5 e 5 anos.
- É de se supor que o principal determinante deste padrão de saída não é o componente aleatório ortogonal à escolha das variáveis.
    - Pelo contrário! É de se supor que as decisões da empresa tenham papel preponderante nas decisões de saída (i.e., falência) das empresas.

Endogeneidade da Função de Produção

- Dois exemplos de endogeneidade como a mencionada no slide anterior:
  1. Vamos supor que observemos um *cross section* de empresas. Algumas delas são mais produtivas e têm melhores gestores.E por isso, elas podem precisar de menos trabalho para produzir a mesma quantidade. Ou seja, estas empresas vão produzir mais com menos trabalho e por isso OLS vai subestimar β_l
  2. Suponha que, agora observamos um painel e, em cada período a empresa tem um choque de produtividade – positivo por ela observado e com este valor vai contratar mais. Ou seja, no final o aumento de produção com o choque de produtividade vai ser devido às duas coisas mas OLS vai atribuir TODO o aumento de produção ao aumento de trabalho, sobrestimando β_l
- Ou seja, pode ir para qualquer direção.
- Usualmente, assumimos que o problema da endogeneidade é mais presente no trabalho.

Atrição da Amostra em Funções de Produção

- Pra ilustrar melhor este ponto, suponha que as empresas sejam monpólios que são dotados exogenamente de diferentes quantidades de capital.
- Desta forma, dependendo do valor de u, elas podem decidir sair ou não.
  - Ou seja, se u for "muito ruim", pode ser melhor vender o valor residual da empresa.
- Isto pode ser racionalizado com a seguinte regra de saída:

$$\chi(u, Z, p, w, a, \beta, \alpha) = 0 \, se \, \Pi(u, Z, p, w, a, \beta, \alpha) < \Psi$$

- Em que Π é a parte variável dos lucros e Ψo valor residual da empresa.

Atrição de Amostra em Funções de Produção

- O ponto aqui é que esta condição gerará uma correlação entre u e Z condicional à empresa estar no mercado.
- Isto ocorre porque as empresas com maiores estoques de capital devem ter maiores lucros variáveis e, portanto, podem suportar piores choques u sem sair do mercado.
    - Ou seja, devemos observar apenas aquelas empresas em que o Z é relativamente grande e/ou u relativamente pequeno.
    - Isso implica que as empresas menores devem sair da amostra

Soluções Tradicionais para o Problema:

- Existem duas formas de lidar com alguns dos problemas mencionados aqui:
  - Aproveitamento de amostra de dados em painel
  - Utilização de Variáveis Instrumentais
- Vamos representar nosso modelo da seguinte forma:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \omega_{it} + \eta_{it}$$

- Em que ω_{it} representa a parte de informação não observada pelo econometrista que é observada pela empresa na tomada de suas decisões, e η_{it} representa a parte da informação não observada pelo econometrista que também não é observada pela empresa.
  - ω_{it}: capacidade gerencial
  - η_{it}: comportamento anômalo.

Solução I – Dados em Painel

- Uma solução interessante para o problema da endogeneidade é utilizar a informação da estrutura em painel dos dados.
- Aqui estamos considerando que a parte ω_{it} é constante ao longo do tempo
- Neste caso, podemos usar os diferentes estimadores mencionados em Wooldridge (2002), e que alguns de vocês viram no curso de Econometria com Dados em Painel:
  - Primeiras Diferenças: $(y_{it} - y_{it-1}) = \beta_k(k_{it} - k_{it-1}) + \beta_l(l_{it} - l_{it-1}) + (\eta_{it} - \eta_{it-1})$
  - Efeitos Fixos: $(y_{it} - \bar{y}_i) = \beta_k(k_{it} - \bar{k}_i) + \beta_l(l_{it} - \bar{l}_i) + \eta_{it}$

Dados em Painel:

- Dada a hipótese que η_{it} são independentes das escolhas de insumos em qualquer instante do tempo, podemos estimar as duas equações por OLS.
  - Esta hipótese é a chamada "exogeneidade estrita". Em alguns casos, podemos estimar este modelo de efeitos fixos sob a premissa de "exogeneidade seqüencial", em que η_{it} não é correlacionado com a escolha de insumos nos instantes anteriores à t.
- Esta premissa de ω constante ao longo do tempo também resolveria o problema da atrição da amostra, caso a regra de saída dependa somente de ω, e não de η_{it}.
- No entanto, existem algumas limitações da abordagem com dados em painel.

Dados em Painel – Limitações

- É uma premissa complicada assumir que os ω sejam constantes ao longo do tempo, especialmente quando bases de microdados mais longas estão disponíveis.
- Além disso, pode haver interesse nas mudanças em ω propriamente dito.
- Outro problema é que, quando há erros de medida nos insumos, os estimadores de dados em painel podem gerar estimativas piores que OLS - em especial, β_k muito baixos
  - Griliches e Hausman (1986) mostram que quando os insumos são mais correlacionados que os erros de medida, pode se reduzir a razão sinal/ruído nas variáveis independentes (a parcela da variabilidade mais devida a alterações na variável mesmo do que nos erros de medida).
- Um terceiro problema é que, em geral, efeitos fixos dão estimativas muito baixas para os coeficientes de retornos de escala.

Solução II – Variáveis Instrumentais:

- As abordagens de variáveis instrumentais se baseiam na premissa que é possível encontrar instrumentos adequados.
- Alguns instrumentos "naturais"
  - Preços dos fatores de produção: se eles forem independentes de ω, tudo bem
- Estamos, neste caso, assumindo que não existe poder de mercado por parte das empresas na aquisição de insumos.
- No entanto, existem problemas com esta abordagem:
  - Preços pagos por insumos não são reportados pelas empresas
  - Nem sempre há variação econometricamente "boa" nestas variáveis
  - É difícil imaginar que ω não seja afetado pelos preços dos insumos
  - Não resolve a questão da saída

Solução III – Painéis Dinâmicos

- Uma linha de ataque aos problemas mencionados anteriormente envolve a estimação de modelos de painel dinâmico.
- Vamos começar supondo o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} y_{it} &= \gamma_t + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + f_i + \eta_{it} \\ \eta_{it} &= \rho \eta_{it-1} + \epsilon_{it} \\ \epsilon_{it} &\sim MA(0) \end{aligned}$$

- Assume-se que a parte da produtividade tenha um componente aleatório e um componente persistente – para refletir o fato que a produtividade apresenta forte persistência ao longo do tempo.
- Este modelo tem uma representação dinâmica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} y_{it} &= \beta_l l_{it} - \rho \beta_l l_{it-1} + \beta_k k_{it} - \rho \beta_k k_{it-1} + \rho y_{it-1} + \\ &+ (\gamma_t - \rho \gamma_{t-1}) + (f_i(1-\rho) + \epsilon_{it}) \end{aligned}$$

Painéis Dinâmicos

- Podemos reescrever esta equação como:

$$y_{it} = \pi_1 l_{it} + \pi_2 l_{it-1} + \pi_3 k_{it} + \pi_4 k_{it-1} + \pi_5 y_{it-1} + \gamma_t^* + (f_i^* + \epsilon_{it})$$

- Sujeita a duas restrições:
  - $\pi_2 = -\pi_1 \pi_5$
  - $\pi_4 = -\pi_3 \pi_5$
- Arellano e Bond (1991) supõem as seguintes premissas sobre as condições iniciais:
  - $E(\mathbf{x_{i1}} \epsilon_{it}) = 0$, sendo que $\mathbf{x_{it}} = (y_{it}, l_{it}, k_{it})$
- Podemos utilizar as seguintes condições de momento:

$$m(\theta) = E(\mathbf{x_{it-s}} \Delta \epsilon_{it}) = 0$$

- Em que $s \geq 2$ caso não tenhamos erros de medida.

Painéis Dinâmicos (II):

- O problema é que a estimação tem propriedades ruins quando os níveis defasados da série, os $\mathbf{x_{it-s}}$ são pouco correlacionados com as primeiras diferenças subseqüentes $\Delta\epsilon_{it}$.
- Causas possíveis para isso:
    - Processo marginal de determinação de l_{it} e k_{it} são muito persistentes, próximos a ter uma raiz unitária.
- Neste casos, os $\mathbf{x_{it-s}}$ são instrumentos fracos

Problemas de GMM-Diff

- Esta abordagem também tem suas limitações. Em algumas aplicações, é comum encontrar estimativas muito baixas de β_l e β_k e grandes erros-padrão.
- Geralmente, a validade das restrições sobre-identificadoras é rejeitada. Além disso, a hipótese que o processo dos η seja exatamente AR(1) pode ser rejeitada, o que implica que os $\mathbf{x_{it-2}}$ não seriam instrumentos válidos.
- Além disso, a transformação em primeira diferença pode levar ao mesmo problema no caso de erros de medida nas variáveis

GMM – Sistema

- Supondo adicionalmente que $E(\Delta l_{it} f_i^*) = E(\Delta k_{it} f_i^*) = 0$, e que as condições iniciais incluam $E(\Delta y_{i2} f_i^*) = 0$, podemos incluir as seguintes condições de momento na estimação:

$$m^2(\theta) = E(\Delta \mathbf{x_{it-s}}(f_i^* + \epsilon_{it})) = 0$$

- Com $s = 1$ caso não haja erros de medida.
- Este é o chamado estimador GMM em Sistema de Blundell e Bond (1998).
- Podemos testar a adequação das restrições adicionais por meio de um teste de diferença de Sargan:
  - Calcular a diferença entre os valores da função objetivo e comparar com o valor crítico de uma distribuição χ^2, com número de graus de liberdade igual à diferença de condições de ortogonalidade nos dois casos.