Aula 11

Leilões

Claudio R. Lucinda

FEA/USP

Agenda

Agenda

Identificação

- Agora que falamos sobre uma abordagem paramétrica para os leilões, vamos falar sobre os modelos que tentam identificar não parametricamente objetos nos leilões.
- Vamos falar sobre identificação.
  - Sejam os seguintes objetos:
    - **F** - Um espaço de distribuições sobre as coisas que não são observadas e queremos estimar
    - Γ - Um espaço de mapeamentos das coisas que não são observadas para as coisas que são obasevadas.
  - Podemos definir um "modelo" como sendo o par $(\mathbf{F}, \Gamma)$

Identificação

Definition

Um modelo $(\mathbf{F}, \Gamma)$ *é identificado se para cada* $(F, \hat{F}) \in \mathbf{F}^2$ *e* $(\gamma, \hat{\gamma}) \in \Gamma^2$, *se* $\gamma(F) = \hat{\gamma}(\hat{F}) \implies (F, \gamma) = (\hat{F}, \hat{\gamma})$

- Em palavras, um par (Família de distribuições, mapeamento) é identificado se só tem um par (distribuição+mapeamento) que é consistente com os dados que observamos.

Identificação em Leilões

- Vamos imaginar o contexto de identificação.
- 1PA, você tem todos os N lances.
- Vamos assumir o contexto de Valores Comuns mais simples, o sinal que cada concorrente recebe é $U_0 + \varepsilon_n$
- Precisamos identificar:
  - A distribuição conjunta dos N ε
  - O U_0
- Ou seja, temos pelo menos $N + 1$ variáveis aleatórias para identificar com N lances. Vai precisar de bem mais estrutura.
- A estrutura mais óbvia é a de IPV.

GPV (2000)

- Começando com as condições de primeira ordem:

$$\frac{d\sigma(v)}{dv} = (v - \sigma(v))(N-1)\frac{f_V(v)}{F_V(v)}$$

- Agora vamos fazer uma mudança de variáveis.

$$G(s_n) = F(v_n)$$
$$g(s_n) = \frac{f(v_n)}{s'_n}$$

GPV(2000) II

- Podemos reescrever a equação do outro slide do seguinte jeito:

$$\frac{1}{g(s_n)} = (N-1)\frac{v_n - s_n}{G(s_n)}$$
$$\Leftrightarrow v_n = s_n + \frac{G(s_n)}{(N-1)g(s_n)}$$
$$= v_n = b_n + \frac{G(b_n)}{(N-1)g(b_n)}$$

- Note que todos os termos do lado direito da igualdade podem ser obtidos a partir dos dados: o lance do jogador *n*e as pdf e cdf $G(b_n)$ e $g(b_n)$.
- Eles vão obter as distribuições não parametricamente.

GPV (2000) III

- Vamos assumir um conjunto de dados composto por T leilões com N jogadores em cada um
- Estimativas consistentes das funções podem ser obtidas da seguinte forma

$$\hat{g}(b) \approx \frac{1}{T \times N} \sum_{t=1}^{T} \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{h} \mathcal{K} \left(\frac{b - b_{nt}}{h} \right)$$

$$\hat{G}(b) \approx \frac{1}{T \times N} \sum_{t=1}^{T} \sum_{n=1}^{N} \mathbf{1}(b_{nt} \leq b)$$

- O primeiro é estimativa de densidade de kernel, definida por uma função kernel $\mathcal{K}$ e uma largura de banda h

GPV (2000) - Exemplo

- Um exemplo de kernel estimate é o histograma:

$$\hat{g}(b) \approx \frac{1}{T \times N} \sum_{t=1}^{T} \sum_{n=1}^{N} \mathbf{1}(b_{nt} \in [b - \epsilon, b + \epsilon])$$

- A estimativa da densidade de probabilidade em torno de uma ϵ-vizinhança de b é a frequência de pontos nessa vizinhança.
- A estimativa de kernel substitui o $\mathbf{1}(b_{nt} \in [b - \epsilon, b + \epsilon])$ por $\frac{1}{h}\mathcal{K}\left(\frac{b - b_{nt}}{h}\right)$

GPV (2000)

- Após a estimação das funções $\hat{g}$ e $\hat{G}$ e o cálculo dos v_n, a distribuição das valuations é dada por:

$$\hat{f}(v) \approx \frac{1}{T \times N} \sum_{t=1}^{T} \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{h} \mathcal{K}\left(\frac{v - \hat{v}_{nt}}{h}\right)$$

- Produtos heterogenêneos entre os leilões: inicialmente projetar os lances nas características e usar o resíduo

Alternativas

- Podemos usar uma abordagem parecida, mas sem lançar mão da mudança de variáveis.
- Vamos começar com uma função de lucro da seguinte forma:

$$\max_{s_n} (s_n - v_n) Pr(s_n \quad \text{ganhar})$$

- Em que $Pr(s_n \quad \text{ganhar}) = P(s_{-n} \leq s_n) = G(s_n)^{N-1}$ é a probabilidade do bid do jogador n ganhar.
- As condições de primeira ordem são

$$G(s_n)^{N-1} + (s_n - v_n)(N-1)G(s_n)^{(N-2)} g(s_n) = 0$$

- Essa abordagem pode ser generalizada para leilões de múltiplos objetos, leiões combinatórios (em que os participantes oferecem lances por grupos de produtos).
- Aqui a IPV é muito importante para identificação.