Aula 08

Entrada

Claudio R. Lucinda

FEA/USP

Agenda

Agenda

Agenda

Agenda

Introdução

- Nesta aula, iremos mudar o foco de nossa análise, para investigarmos a questão da entrada e saída das empresas em um determinado mercado.
- Em especial, esta discussão se filia à questão de como entender a estrutura de mercado e a relação entre esta e a competição dentre deste mesmo mercado.
  - Como o número e organização das empresas neste mercado, o tamanho das mesmas, dos competidores em potencial e a forma das linhas de produtos das empresas afetam a competição e os lucros das mesmas.
- A discussão sobre este tema variou bastante ao longo do tempo.
- Nos anos 50 a 70, as análises econométricas eram voltadas para como as variáveis tais como lucro das empresas, gastos com P&D, e preços variavam em mercados concentrados ou pouco concentrados.
- A maior parte destes trabalhos assumiam que a estrutura de mercado era exógena à decisão sobre estas variáveis.

Introdução (II):

- Nos anos 80, os modelos teóricos de OI eram focados em entender como o comportamento estratégico poderia influenciar a estrutura de mercado.
- Tais modelos consideravam a estrutura de mercado como o resultado de um jogo em duas etapas, sendo que a primeira envolvia a decisão de entrada ou saída, enquanto que a segunda etapa modelava a competição entre as empresas que decidiram pela entrada.
- Do ponto de vista empírico, a maior disponibilidade de dados dos censos industriais permitiu documentar ricos padrões de entrada e saída das empresas, bem como mudanças na estrutura do mercado.
- Nesta aula, iremos descrever como a análise empírica mais moderna sobre este tema se baseia, utilizando modelos de teoria dos jogos para construir modelos econométricos de entrada, saída e concentração de mercado.

Introdução (III):

- Em especial, iremos discutir as previsões que estes modelos fazem sobre os efeitos sobre a estrutura de mercado das seguintes variáveis:
  - Tamanho e irrecuperabilidade dos custos fixos não recuperáveis;
  - Sensibilidade dos lucros das empresas à entrada e saída de competidores;
  - O grau de substitutibilidade dos produtos
  - Expectativas dos potenciais entrantes sobre a competição após a entrada propriamente dita;
  - A existência e a eficiência dos entrantes em potencial
  - A endogeneidade dos custos fixos e dos custos irrecuperáveis.
- Vamos começar a nossa análise com uma estrutura bem simples de estudo, na seção seguinte, originalmente apresentada no paper de Bresnahan (1991) e resumido em Berry and Reiss (2007)

Modelos de Escolhas Estratégicas Discretas

- Vamos começar a ilustrar como é esta metodologia com um problema bem simples.
- Vamos supor que existam dados sobre as decisões de entrada das firmas – supostas homogêneas – e queremos estimar os custos fixos de produção das mesmas.
- Além disso, vamos supor que se observa um grande número de mercados regionais distintos e que existem dados sobre a demanda de mercado e os custos dos insumos das empresas.
- Se estes mercados fossem competitivos – o que implicaria que as decisões de entrada dos diferentes agentes são independentes – poderíamos modelar esta entrada das empresas como um modelo de escolha discreta.
- No entanto, quando estamos falando de mercados oligopolizados, as expectativas das empresas acerca do comportamento dos seus competidores também afetam as decisões de entrada, e vice-versa.

Modelos de Escolhas Estratégicas Discretas (II)

- Para que possamos saber até que ponto os maiores custos fixos afetam a concentração de mercado ou se o comportamento dos competidores afeta os lucros, precisamos de modelos estatísticos para decisões interdependentes.
- Para isto, vamos começar com um modelo bem simples, para investigar como os custos fixos afetam a decisão de entrada de duas empresas.
- Vamos definir $a_i = 1$ como sendo o evento de entrada no mercado da empresa i, e $a_i = 0$ o evento de não entrada da empresa i.
- Podemos representar a decisão estratégica das empresas com a ajuda da seguinte matriz de *payoffs*:

		Empresa 1	
		$a_1 = 0$	$a_1 = 1$
Empresa 2	$a_2 = 0$	Π^1_{00}, Π^2_{00}	Π^1_{10}, Π^2_{10}
	$a_2 = 1$	Π^1_{01}, Π^2_{01}	Π^1_{11}, Π^2_{11}

Escolhas Discretas

- Supondo que os dados observados venham de um jogo sem repetição e simultâneo, e que possamos restringir a nossa atenção aos equilíbrios de Nash em estratégias puras, as estratégias de equilíbrio dos agentes podem ser representadas pelas seguintes condições:

$$a_1^* = \begin{cases} 1 & se\, \pi_1^* \geq 0 \\ 0 & se\, \pi_1^* < 0 \end{cases}$$

$$a_2^* = \begin{cases} 1 & se\, \pi_2^* \geq 0 \\ 0 & se\, \pi_2^* < 0 \end{cases}$$

- Sendo que π^* representa os lucros adicionais para a empresa decorrentes da decisão de entrar.
- Em especial, $\pi_1^* = (1 - a_2)(\Pi_{10}^1 - \Pi_{00}^1) + a_2(\Pi_{11}^1 - \Pi_{01}^1)$ e $\pi_2^* = (1 - a_1)(\Pi_{01}^2 - \Pi_{00}^2) + a_1(\Pi_{11}^2 - \Pi_{10}^2)$.

Estratégias Discretas:

- Uma vez que as empresas somente incorrem em custos fixos se elas decidirem pela entrada, estas diferenças de lucros apresentam os custos fixos como termos separados.
- Para a estimação econométrica, precisamos especificar a distribuição da parte variável dos lucros (o ganho de lucros além do custo fixo que as empresas auferem no caso da entrada propriamente dita).
- Seguindo Bresnahan (1991), podemos escrever estes lucros incrementais da entrada da seguinte forma:

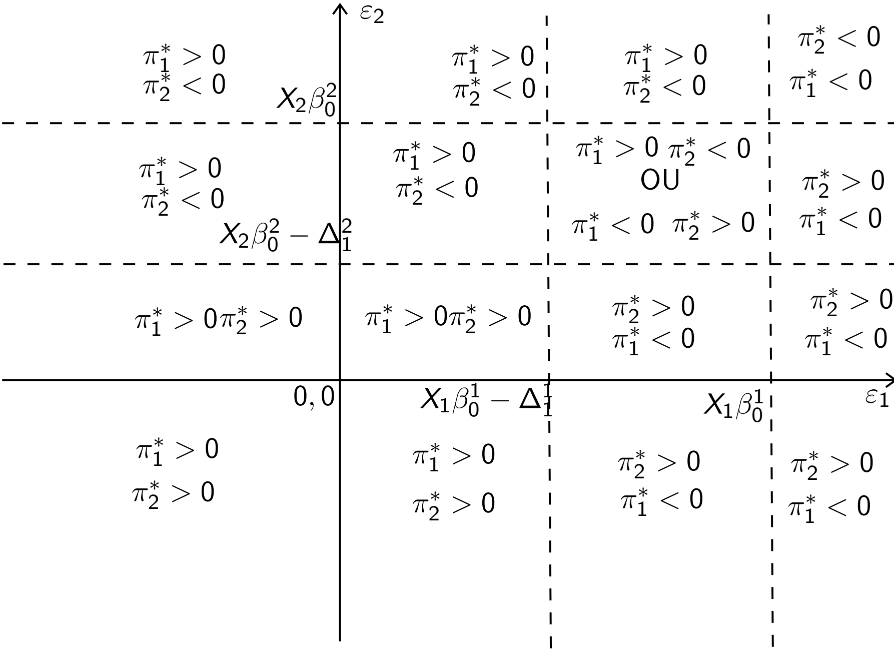
$$\begin{aligned}\pi_1^* &= X_1\beta_0^1 + a_2\Delta_1^1 - \varepsilon^1 \\ \pi_2^* &= X_2\beta_0^2 + a_1\Delta_1^2 - \varepsilon^2\end{aligned}$$

- Podemos entender estas equações da seguinte forma. Normalizando os lucros na eventualidade da não entrada em zero, temos que $\pi_1^* = \Pi_{10}^1 + a_2(\Pi_{11}^1 - \Pi_{10}^1)$.
- O primeiro dos termos representa os lucros que a empresa 1 desfrutaria caso fosse monopolista neste mercado, que podemos assumir que é uma função de elementos observáveis, alguns parâmetros e componentes aleatórios, dando $\Pi_{10}^1 = X_1\beta_0^1 - \varepsilon^1$.

Estratégias Discretas

- Além disso, o termo entre parênteses representa a diferença nos lucros da empresa 1 decorrente da entrada da empresa 2.
- Este elemento podemos deixar como sendo um parâmetro a ser estimado e denotado por Δ_1^1.
- Estas considerações fazem com que possamos especificar um modelo econométrico e estimar os parâmetros relevantes.
- No entanto, ainda temos dois problemas, um de natureza teórica e outro de natureza econométrica. O problema de natureza econométrica é que, dado que consideramos Δ_1^1 como um parâmetro a ser estimado, se não pusermos nenhuma restrição sobre o suporte da distribuição do termo ε, não conseguiremos identificar adequadamente os parâmetros β.

Graficamente



Estratégias Discretas

- O problema de natureza teórica é que nem sempre os valores são tais que garantem a existência e a unicidade do equilíbrio (ou seja, pode haver um equilíbrio múltiplo, em que apenas uma das empresas entra).
- A solução para estes problemas passou pelo fato de se considerar os resultados não únicos como observacionalmente equivalentes. Esta foi a abordagem de Bresnahan and Reiss (1990).
- Esta restrição implica que o modelo econométrico deixa de ser um modelo especificamente voltado para a decisão de entrada, mas sim um modelo para a previsão do número de entrantes em um determinado mercado.
- No caso de um duopólio, a função de verossimilhança contém as seguintes assertivas sobre as probabilidades de ocorrência:

$$
\begin{aligned}
\Pr(a_1 = 0, a_2 = 0) &= \Pr(X\beta_0^1 < \varepsilon^1, X\beta_0^2 < \varepsilon^2) \\
\Pr(a_1 = 1, a_2 = 1) &= \Pr(X\beta_0^1 + \Delta_1^1 > \varepsilon^1, X\beta_0^1 + \Delta_1^2 > \varepsilon^2) \\
\Pr(a_1 = 1 \vee a_2 = 1) &= 1 - \Pr(a_1 = 0, a_2 = 0) - \Pr(a_1 = 1, a_2 = 1)
\end{aligned}
$$

Estratégias Discretas

- A distribuição dos termos Δ_1^i determinaria, então, a forma funcional específica para estas probabilidades.
- Evidentemente, esta distribuição deve respeitar as restrições sobre os *payoffs* dos jogadores e permitir a identificação dos parâmetros chave.
- Uma forma utilizada por Bresnahan e Reiss (1990 e 1991) foi modelar este negócio permitindo heterogeneidades não observáveis entre os jogadores.
- Por exemplo, estes autores usam $\Delta_1^i = g(Z\gamma^i) + \eta^i$, em que $g(\cdot)$ é uma função definida no ramo negativo dos números reais e η^i é uma variável aleatória com um limite superior de zero.
- Primeiro colocaremos um modelo mais geral, para depois abordar especificamente a forma pela qual estes artigos chegaram aos seus resultados, de forma a nos familiarizar com as suas premissas.

Um Modelo Geral de firmas homogêneas

- Como vimos anteriormente, para evitarmos o problema da identificação dos modelos econométricos, bem como a questão de como modelar os equilíbrios múltiplos, a solução é considerar os resultados múltiplos como um único elemento e, depois, modelar a questão sobre o número de empresas que entram.
- Iremos, em especial, discutir o que poderemos aprender sobre as primitivas do modelo quando observamos um vetor de quantidades $N_1, N_2, \cdots, N_T$, que entraram em T mercados diferentes.
- Para isto, precisamos relacionar o N_T observado com os lucros não observados no mercado T.
- Dados N_i entrantes no mercado T , temos que os lucros de cada uma delas é dado por:

$$\pi_i(N_i) = V(N_i, x_i, \theta) - F_i$$

Modelo Geral (II)

- Em que $V(\cdot)$ representa os lucros variáveis totais e F o custo fixo. Vamos assumir que os custos fixos, que também não são observados pelo econometrista são distribuídos de acordo com $\Phi(F_i|x_i, \omega)$. Com esta função lucro, podemos ligar as decisões de entrada ao número observado de empresas. Para as N^* empresas que entraram, temos:

$$V(N^*, x, \theta) - F > 0$$

- Enquanto que para qualquer entrante potencial, temos que:

$$V(N^* + 1, x, \theta) - F < 0$$

- Combinando estas duas desigualdades, temos um limite para os custos fixos:

$$V(N^*, x, \theta) \geq F > V(N^* + 1, x, \theta)$$

Modelo Geral (III):

- Estes limites permitem que possamos estimar os parâmetros da função lucro variável e os custos fixos a partir da observação do vetor x e do número de empresas:

$$\begin{aligned} \Pr(V(N^*, x) &\geq F|x) - \Pr(V(N^*+1, x) > F|x) = \\ &= \Phi(V(N^*, x, \theta)|x) - \Phi(V(N^*+1, x, \theta)|x) \end{aligned}$$

- Supondo amostras independente eidenticamente distribuídas, temos que a amostra possui uma função de verossimilhança "ordenada" da seguinte forma:

$$LL(\theta|\{x, N^*\}) = \sum_t (\ln(V(N_t^*, x_t)) - \ln(V(N_t^*+1, x_t)))$$

Modelo Geral

- A pergunta, para a qual veremos algumas respostas mais adiante, é como especificar esta função de lucros variáveis.
- Uma delas seria montar a função $V(\cdot)$ de tal forma que ela torne a estimação simples e, ao mesmo tempo, atenda a restrição que a função seja não crescente em N.
- A segunda abordagem é baseada em especificar a função $V(\cdot)$diretamente a partir de premissas de mercado e hipóteses sobre o jogo após a entrada.
- Vamos ver dois exemplos deste tipo de abordagem nos papers a seguir.

Bresnahan e Reiss (1990)

- Bresnahan and Reiss (1990), fazem a suposição de que os resultados que equivalem a equilíbrios múltiplos são observacionalmente equivalentes.
- Neste caso, eles se focam no número de empresas – que, neste caso, podem ser zero, uma ou duas empresas. A função de lucro de cada empresa é dada por:

$$\Pi_i^N = V_i^N \times S(Y) - F_i^N$$

- Sendo que a empresa i pode ser monopolista $N = M$, ou duopolista $N = D$.
- A função V_i representa os "lucros variáveis por consumidor", ou seja, a margem entre preço e custo marginal, multiplicada pela função demanda individual.

Bresnahan e Reiss (1990) (II)

- O termo $S(Y)$ seria uma medida do tamanho do mercado, enquanto que F_i^N é uma medida dos custos fixos.
- A modelagem é refinada ao assumirmos uma parte não observável para os lucros variáveis por consumidor, bem como para os custos fixos, o que deixa a função lucro da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\Pi_i^N &= [\bar{V}_i^N + \eta_i^N] \times S(Y) - \bar{F}_i^N + \varepsilon_i^N \\
&= \bar{V}_i^N \times S(Y) - \bar{F}_i^N + \xi_i^N \\
&= \bar{\Pi}_i^N + \xi_i^N
\end{aligned}$$

- Acredito que as similaridades entre a forma colocada anteriormente e a que desenvolvemos agora estejam bastante claras.

Bresnahan e Reiss (1990) (III)

- Caso não tenhamos elementos não observáveis sobre os lucros variáveis por consumidor, o termo ξ_i^N fica igual ao termo ε_i^N, de forma que podemos estimar este negócio por um modelo PROBIT ordenado.
- A diferença entre o modelo PROBIT multinomial (ou seja, a extensão do modelo PROBIT para o caso de mais de dois resultados) para o modelo PROBIT multinomial reside no fato que a ordem dos valores que a variável representativa dos lucros possui relevância para a análise.
- Caso tenhamos elementos não observáveis sobre os lucros variáveis, chegamos ao modelo PROBIT ordenado, só que o termo ξ_i^N é inerentemente heterocedástico, pois o termo ε_i^N ali presente está multiplicado pela função $S(Y)$. Neste caso, as funções de probabilidade ficariam sendo:

$$
\begin{aligned}
P_0 &= 1 - \Phi(\bar{\Pi}^M/\sigma_\xi) \\
P_2 &= \Phi(\bar{\Pi}^D/\sigma_\xi) \\
P_1 &= 1 - P_0 - P_2
\end{aligned}
$$

Bresnahan e Reiss (1990)

- Em que uma restrição deveria ser imposta para que $\bar{\Pi}^M \geq \bar{\Pi}^D$. Com relação às precisas formas funcionais utilizadas, elas foram:

$$S(Y) = TOWNPOP + \lambda_1 OPOP10 + \lambda_2 NGRW70 + \lambda_3 PGRW70 + \lambda_4 OCTY$$

- Em que *TOWNPOP* representa a população da cidade, *OPOP*10 representa o montante de demanda das pessoas em volta da cidade, *NGRW*70 e *PGRW*70 são as taxas de crescimento negativas e positivas no tamanho da população entre 1970 e 1980. *OCTY* é a fração dos residentes da cidade que comutam para fora da cidade.
- Com relação à função lucros variáveis por consumidor, temos a seguinte função:

$$V^N = \theta^M + \theta^D D + Z\theta_Z + W\theta_W$$

- Em que os θ são parâmetros a serem estimados, D é uma *dummy* com valor de um caso exista mais de uma empresa no mercado, e W e Z são variáveis que explicariam variações na demanda e nos custos em cada uma das regiões.

Bresnahan e Reiss (1990)

- Os autores colocam variáveis tais como renda média dos consumidores, a mediana da idade e dos anos de estudo, bem como o salário médio no varejo. Com relação aos custos fixos, os autores colocam a seguinte especificação:

$$F^N = \gamma^N + \gamma^D D + \gamma_W RETWAGE + \gamma_L LANDVAL$$

- Em que *RETAWGE* é o salário médio do varejo na região e *LANDVAL* é o valor médio do acre.
- As variáveis relevantes para o estudo são os valores de S^De S^M, o mínimo tamanho de mercado que é viável a sustentação de duas e uma empresa, respectivamente.
- Além disso, outro elemento importante é $\frac{V^D}{V^M}$ mensura a fração pela qual os lucros variáveis por consumidor caem com a entrada da segunda firma.
  - Por exemplo, se os duopolistas vendessem produtos iguais, esta razão deveria ser igual a 0,5.
  - Além disso, outra coisa interessante envolve a razão $\frac{F^D}{F^M}$.

Bresnahan e Reiss (1991)

- O segundo dos artigos em que temos a aplicação e o desenvolvimento desta metodologia também é Bresnahan and Reiss (1991).
- Este artigo é uma extensão da metodologia anterior para o caso de um oligopólio.
- Ele faz a mesma premissa de equivalência entre os diferentes equilíbrios múltiplos em estratégias puras em um jogo de entrada,assumindo a seguinte função para os lucros de uma entrante em potencial:

$$\Pi_N = S(\mathbf{Y}, \lambda) \times V_N(\mathbf{Z}, \mathbf{W}, \alpha, \beta) - F(\mathbf{W}, \gamma) + \varepsilon$$

Bresnahan e Reiss (1991)

- A verossimilhança deste negócio é dada por:

$$\begin{aligned} P(N &= 0) = P(\Pi_1 < 0) = 1 - \Phi(\bar{\Pi}_1) \\ P(N = n) &= P(\bar{\Pi}_n > 0 \wedge \bar{\Pi}_{n+1} < 0) = \Phi(\bar{\Pi}_n) - \Phi(\bar{\Pi}_{n+1}) \\ P(N \geq n^{max}) &= \Phi(\bar{\Pi}_{n^{max}}) \end{aligned}$$

- A forma da função de lucros variáveis por consumidor é dada por

$$V_N = \alpha_1 + \mathbf{X}\beta + \sum_{n=2}^{N} \alpha_n$$

- Neste paper, eles calculam os "limites de entrada", ou seja, o menor tamanho de mercado necessário para sustentar exatamente N empresas, que é dado por $S_N^* = \frac{\bar{F}}{V_N}$, bem como o limite de entrada por empresa, que seria $\frac{S_N^*}{N}$

Modelos de Informação Completa

- Após os papers de Bresnahan e Reiss, a literatura avançou em quatro caminhos diferentes para lidar com o problema apontado por B& R:
  - Agregar o problema para eliminar a questão da multiplicidade de equilíbrios (Bresnahan and Reiss (1991))
  - Colocar restrições sobre a ordem dos *players* que garanta a unicidade (Berry (1992))
  - Especificar uma regra de seleção de equilíbrio na área onde não dá unicidade
  - Usar coisas mais invocadas, tipo *Bounds Approach* ou *Moment Inequalities*
- Hoje vamos falar mais do segundo ponto.

Berry 1992

- O Objetivo do paper de Berry (1992) é avaliar os efeitos da escala de operação sobre a propabilidade de entrada em rotas que saem deste aeroporto.
- Hipótese subjacente: existe um jogo em dois estágios em cada mercado i.
  - No primeiro estágio, cada uma das K_i decide entrar ou não no mercado
  - Cada configuração é um vetor s com dimensão K_i, composto por uns e zeros.
- A função lucro de cada empresa é dada por:

$$\pi_{ik}(N) = X_i \beta - \delta \ln N + Z_{ik}\alpha + \rho u_{io} + \sigma u_{ik}$$

- u_{io} é um choque de mercado e u_{ik} é um choque das firmas – observado pelas empresas, mas não pelo econometrista. Adicionalmente, $\sigma = \sqrt{1-\rho^2}$.

Probabilidade de Observarmos N empresas

- O Cálculo destas probabilidades é complicado por duas razões:
  1. É multidimensional
  2. E tem uma região de integração meio maluca
- A região de integração é meio maluca porque ela depende dos não observáveis de TODAS as empresas e dos parâmetros do modelo

$$Pr(a_{i1} = 1|\theta) = \int_{\epsilon_{i1}} \int_{\epsilon_{i2}} \cdots \int_{\epsilon_{iK}} \mathbf{1}(a_{i1} = 1|\theta, \tilde{\epsilon}) d(\tilde{\epsilon})$$

Soluções de Berry para o problema dos Equilíbrios – Alternativas

- Solução 1: $\delta = 0$, $\rho = 0$. Neste caso, não há interação estratégica e você cai em um probit tradicional para cada empresa.
- Solução 2: $\rho = 0$. Neste caso, há a interação estratégica, e os componentes não observáveis de cada empresa não são correlacionados. Dá pra fazer igual Bresnahan e Reiss, só que tem que se focar em mercados com poucas empresas (a integral de probabilidade fica enorme, pq vc tem que calcular as probabilidades caso a caso).
- Solução 3: $\rho = 1$ e heterogeneidade entre as firmas apenas observada. Aí dá um Probit Ordenado, mas implica que você tenha as características da pior empresa como regressores.
-

Solução de Berry – A Ordem importa

- A solução que ele considera como a mais interessante é colocar restrições sobre a ordem das empresas.
- Ou seja, quando os parâmetros do modelo apontarem para a região onde o modelo é ambíguo, o "first mover" (ou a firma mais eficiente) entra e faz com que a outra não entre.
- Essa é uma forma de seleção de equilíbrio bastante arbitrária. Outra forma de seleção poderia ser por meio dos dados, onde vc colocaria as duas possibilidades indicadas por probabilidades π, que seria estimada.

O Algoritmo

1. Antes de rodar o código:
    1. Escolher um valor inicial para os parâmetros $\theta = \{\beta, \delta, \alpha\}$
    2. Sortear um vetor de u_{io} e outro vetor de $\{u_{ik}\}_{k=1}^{K}$
2. Enquanto roda o otimizador, para um vetor de parâmetros $\hat{\theta}$, calcular:
    1. Calcular o vetor $\hat{\epsilon_{ik}} = \hat{\rho} u_{io} + \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} u_{ik}$, para um draw
    2. Ordenar os elementos do vetor $\hat{\epsilon_{ik}}$ de acordo com a ordem que vc impôs. Seja do menor para o maior, seja pela incumbente...
    3. Calcule os $\pi_{ik}(N) = X_i \hat{\beta} - \hat{\delta} \ln N + Z_{ik} \hat{\alpha} + \hat{\rho} u_{io} + \hat{\sigma} u_{ik}$ e os ordene.
    4. Some as firmas de $n = 1, \cdots, N$ até o ponto em que:

    $$v(N|\hat{\theta}) + \hat{\epsilon_{iN}} \geq 0, v(N+1|\hat{\theta}) + \hat{\epsilon_{iN+1}} < 0$$

    5. Esse vai ser o $N^*(\hat{\theta}, \hat{\epsilon})$.

O Algoritmo II

- A condição de momento é a diferença entre o número predito - a média do de antes entre todos os draws - e o observado:

$$\xi = \frac{1}{d} \sum_{d} N^*(\hat{\theta}, \hat{\epsilon})$$

- Empilhamos essas diferenças em todos os mercados e temos as condições de momento, e podemos calcular a função critério:

$$Q(\theta) = (\xi \mathbf{Z})(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} (\xi \mathbf{Z})^T$$

O Paper

- O paper em anexo reúne exercícios empíricos sobre um mesmo banco de dados para vermos como as coisas mudam.
- Estes dados são de um paper da Econometrica (Jia (2008)) e envolve um jogo de entrada entre a WalMart e a Kmart.
- 2065 mercados locais relativamente isolados.
- Função lucro para uma firma i no mercado m:

$$\pi_{im} = \alpha_i' X_m + \beta_i' Z_{im} + \delta_i y_{-im} + \varepsilon_{im}$$

- Os ε não são observados pelo econometrista, mas são observados pelas empresas. Ou seja, pra elas isso é um jogo de informação completa.
- Sendo um jogo simultâneo, o Equilíbrio de Nash resultante leva às seguintes desigualdades

Desigualdades de Momento

$$y_{Km} = \mathbf{1}(\alpha_K' X_m + \beta_K' Z_{Km} + \delta_K y_{Wm} + \varepsilon_{Km} \geq 0)$$
$$y_{Wm} = \mathbf{1}(\alpha_W' X_m + \beta_W' Z_{Wm} + \delta_W y_{Km} + \varepsilon_{Wm} \geq 0)$$

Berry, Steven. 1992. "Estimation of a Model of Entry in the Airline Industry." *Econometrica*, 60(4): 889–917.

Berry, Steven, and Peter C. Reiss. 2007. "Empirical models of entry and market structure." *Handbook of industrial organization*, III: 1845–1886.

Bresnahan, Timothy F. 1991. "Empirical models of discrete games." *Journal of Econometrics*, 48(1-2): 57–81.

Bresnahan, Timothy F., and Peter C. Reiss. 1990. "Entry in Monopoly Markets." *The Review of Economic Studies*, 57(4): 531–553.

Bresnahan, Timothy F., and Peter C. Reiss. 1991. "Entry and Competition in Concentrated Markets." *Journal of Political Economy*, 99(5): 977–1009.