

PICAT: Uma Linguagem de Programação Multiparadigma

Claudio Cesar de Sá

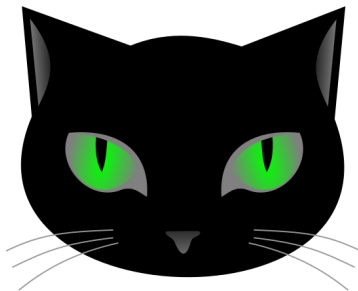
✉ claudio.sa@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação – DCC
Centro de Ciências e Tecnologias – CCT
Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC

13 de maio de 2019



- Conceituar a PR
- Princípios
- **03 exemplos \Rightarrow 14**
- 03 técnicas
- Aprendizagem da PR via estudos de casos
- Vamos dividir esta seção (Exemplos: 14)



- A Programação por Restrições (PR) é conhecida por *Constraint Programming* ou simplesmente **CP**



- A **Programação por Restrições** (PR) é conhecida por *Constraint Programming* ou simplesmente **CP**
- Uma poderosa teoria (e técnica) que contorna a complexidade de certos problemas exponenciais



- A **Programação por Restrições** (PR) é conhecida por *Constraint Programming* ou simplesmente **CP**
- Uma poderosa teoria (e técnica) que contorna a complexidade de certos problemas exponenciais
- A **PR** encontrava-se inicialmente dentro da IA e PO, mas como várias outras áreas, tornaram-se fortes e autônomas. Atualmente uma área de pesquisa bem forte em alguns países.



- A **Programação por Restrições** (PR) é conhecida por *Constraint Programming* ou simplesmente **CP**
- Uma poderosa teoria (e técnica) que contorna a complexidade de certos problemas exponenciais
- A **PR** encontrava-se inicialmente dentro da IA e PO, mas como várias outras áreas, tornaram-se fortes e autônomas. Atualmente uma área de pesquisa bem forte em alguns países.
- Nesta seção, temos 3 exemplos ilustrar conceitos da **PR**



- *Aproximadamente* o algoritmo da **PR** é dado:



- *Aproximadamente* o algoritmo da **PR** é dado:
 - 1 Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
 - 2 Intercala iterativamente a **propagação de restrições** com um **algoritmo de busca**
 - 3 A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
 - 4 Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes



- *Aproximadamente* o algoritmo da **PR** é dado:
 - 1 Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
 - 2 Intercala iterativamente a **propagação de restrições** com um **algoritmo de busca**
 - 3 A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
 - 4 Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes
- Este núcleo é uma busca por constantes otimizações



- *Aproximadamente* o algoritmo da **PR** é dado:
 - ① Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
 - ② Intercala iterativamente a **propagação de restrições** com um **algoritmo de busca**
 - ③ A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
 - ④ Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes
- Este núcleo é uma busca por constantes otimizações
- Uma das virtudes da **PR**: a legibilidade e clareza de suas soluções, conhecidos como **modelos**



- Problemas combinatoriais com domínio nos inteiros são bons candidatos a serem resolvidos por PR



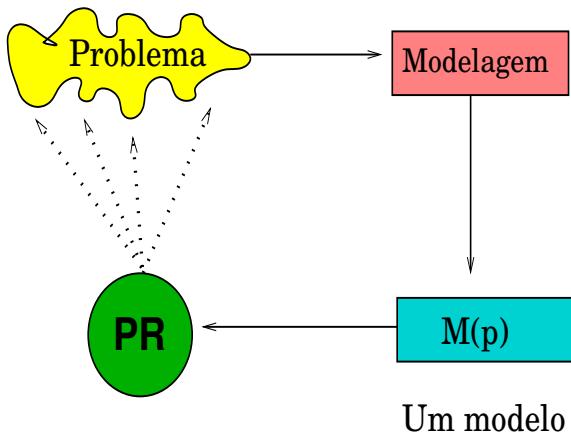
- Problemas combinatoriais com domínio nos inteiros são bons candidatos a serem resolvidos por PR
- Quando temos problemas que precisamos conhecer **todas** as respostas, não apenas a melhor resposta

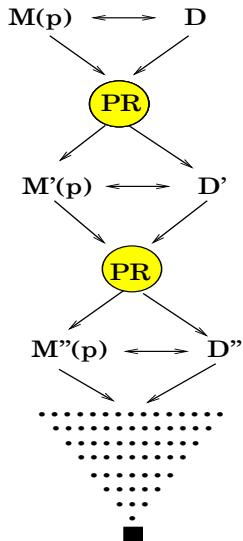


- Problemas combinatoriais com domínio nos inteiros são bons candidatos a serem resolvidos por PR
- Quando temos problemas que precisamos conhecer **todas** as respostas, não apenas a melhor resposta
- Quando necessitamos de respostas **precisas** e não apenas as aproximadas. Há um custo computacional a ser pago aqui!



Metodologia da Construção de Modelos





Onde o objetivo da PR é:

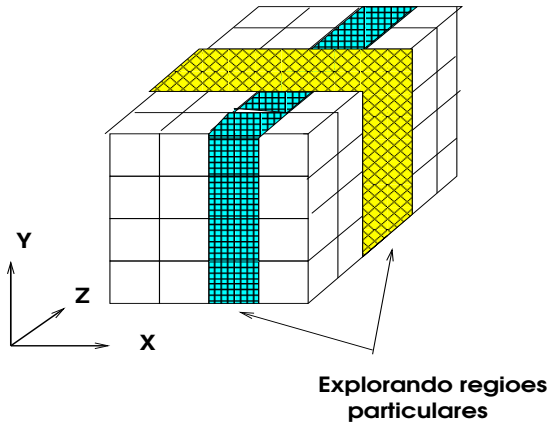


Figura 1: Realizar buscas com regiões reduzidas – promissoras (regiões factíveis de soluções)



Redução Iterativa em Sub-problemas

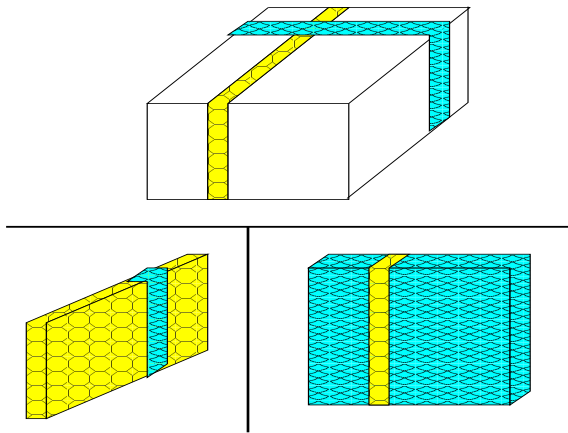


Figura 2: Redução de um CP em outros sub-problemas CPs equivalentes



A PR tem os seguintes elementos:



A PR tem os seguintes elementos:

- Um conjunto de **variáveis**: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$



A PR tem os seguintes elementos:

- Um conjunto de **variáveis**: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$
- Um conjunto de **domínios** dessas variáveis: $D_{X_1}, D_{X_2}, D_{X_3}, \dots, D_{X_n}$



A PR tem os seguintes elementos:

- Um conjunto de **variáveis**: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$
- Um conjunto de **domínios** dessas variáveis: $D_{X_1}, D_{X_2}, D_{X_3}, \dots, D_{X_n}$
- Finalmente, as **restrições**, que são relações n-árias entre estas variáveis



A PR tem os seguintes elementos:

- Um conjunto de **variáveis**: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$
- Um conjunto de **domínios** dessas variáveis: $D_{X_1}, D_{X_2}, D_{X_3}, \dots, D_{X_n}$
- Finalmente, as **restrições**, que são relações n-árias entre estas variáveis
- Exemplo: $D_{X_1} = D_{X_2} = \{3, 4\}$ e $X_1 \neq X_2$



- Para o exemplo anterior um código em Picat é dado por:



- Para o exemplo anterior um código em Picat é dado por:
 - `[X1, X2] :: 3..4`
 - `X1 #!= X2`



- Para o exemplo anterior um código em Picat é dado por:
 - `[X1, X2] :: 3..4`
 - `X1 #!= X2`
- Em resumo, as relações da PR tem o símbolo '#'



- Para o exemplo anterior um código em Picat é dado por:
 - `[X1, X2] :: 3..4`
 - `X1 #!= X2`
- Em resumo, as relações da PR tem o símbolo '#'
- Para tornar toda esta sintaxe da PR disponível, Picat tem um módulo para suporte da PR:

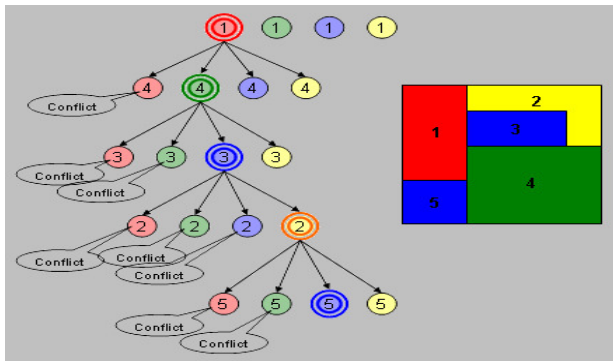
```
import cp
```

A seguir dois exemplos clássicos (NP's completos) bem resolvidos com PR!



Exemplo 01: Coloração de Mapas

Seja um mapa com 5 países. Cada país deve ter uma cor, mas os países vizinhos não podem ter a mesma cor.



- **Variáveis** são os países: X1 a X5 – **nós** em uma representação em grafo
- Quanto ao **domínio**? $Coras = \{1, 2, 3, 4\}$ – **rotulação** destes nós
- **Restrições**: as **arestas** de um grafo representam a relação entre países-vizinhos



Exemplo 02: N-Rainhas no Tabuleiro $N \times N$

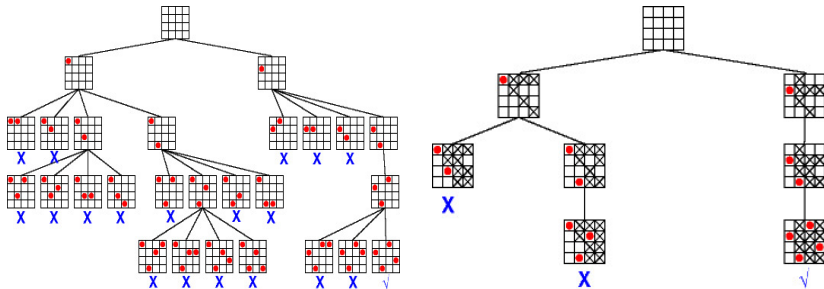


Figura 3: Distribuir 4 rainhas no tabuleiro sem se atacarem mutuamente

- Este problema tem muitas aplicações práticas! – uma metáfora
- Muitas abordagens quanto ao número de variáveis e domínios
- Estudo sobre **simetrias** (e *espelhamentos*) de na modelagem e resultados (algo comum na PR)



- 1 Soma de dois números primos (problema *ad-hoc*) \Rightarrow 15



- 1 Soma de dois números primos (problema *ad-hoc*) $\Rightarrow 15$
- 2 Escala (simplificada) de consultórios médicos (uso de matriz)
 $\Rightarrow 23$



- ① Soma de dois números primos (problema *ad-hoc*) \Rightarrow 15
 - ② Escala (simplificada) de consultórios médicos (uso de matriz) \Rightarrow 23
 - ③ Caixeiro-viajante (uso de matriz binária de decisão) – diferente da solução do Hakank, aqui discutida \Rightarrow 36
- Basicamente, 3 problemas distintos!
 - Volte ao início da seção \Rightarrow 2



Exemplo – 01 – Soma de Números Primos

- Dado um número par qualquer, N_{PAR} , encontre dois de números primos, N_1 e N_2 , diferentes entre si, que somados dêem este número par.



Exemplo – 01 – Soma de Números Primos

- Dado um número par qualquer, N_{PAR} , encontre dois de números primos, N_1 e N_2 , diferentes entre si, que somados dêem este número par.

- Exemplo:

Seja o $PAR = 18$

Uma solução:

$$N_1 = 7 \text{ e } N_2 = 11$$

pois

$$N_1 + N_2 = 18$$



- N_1 e N_2 assumem valores no domínio dos números primos. Logo, é importante ter os números primos prontos!



- N_1 e N_2 assumem valores no domínio dos números primos. Logo, é importante ter os números primos prontos!
- A soma destes números é o par fornecido como entrada, N_{PAR} :
$$N_1 + N_2 = N_{PAR}$$



- N_1 e N_2 assumem valores no domínio dos números primos. Logo, é importante ter os números primos prontos!
- A soma destes números é o par fornecido como entrada, N_{PAR} :
$$N_1 + N_2 = N_{PAR}$$
- N_1 e N_2 são diferentes entre si
$$N_1 \neq N_2$$



- N_1 e N_2 assumem valores no domínio dos números primos.
Logo, é importante ter os números primos prontos!
- A soma destes números é o par fornecido como entrada, N_{PAR} :
$$N_1 + N_2 = N_{PAR}$$
- N_1 e N_2 são diferentes entre si
$$N_1 \neq N_2$$
- Como são inteiros: $N_1 < N_{PAR}$ e $N_2 < N_{PAR}$
Sim, é óbvio, mas isto faz uma redução significativa de domínio!



- Acompanhar as explicações do código de:
`https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/picat/soma_N1_N2_primos_CP.pi`
- Confira a execução e testes



```
modelo =>  
  PAR = 382,  
  Variaveis = [N1,N2],  
  % Gerando um domino soh de primos  
  % L_dom = [I : I in 1..1000, eh_primo(I) == true],    %OU  
  L_dom = [I : I in 1..1000, prime(I)],  
  Variaveis :: L_dom,
```



```
modelo =>  
    PAR = 382,  
    Variaveis = [N1,N2],  
    % Gerando um domino soh de primos  
    % L_dom = [I : I in 1..1000, eh_primo(I) == true],    %OU  
    L_dom = [I : I in 1..1000, prime(I)],  
    Variaveis :: L_dom,
```

- Uma ótima estratégia: sair com um **domínio de números candidatos!**




```
modelo =>  
    PAR = 382,  
    Variaveis = [N1,N2],  
    % Gerando um domino soh de primos  
    % L_dom = [I : I in 1..1000, eh_primo(I) == true],    %OU  
    L_dom = [I : I in 1..1000, prime(I)],  
    Variaveis :: L_dom,
```

- Uma ótima estratégia: sair com um **domínio de números candidatos**!
- O par da entrada: **382**
- Quanto maior este valor, maior o número de soluções?



```
% RESTRICOES
N1 #!= N2,
N1 #< PAR,
N2 #< PAR,
N1 + N2 #= PAR,

% A BUSCA
solve([ff], Variaveis),
    % UMA SAIDA
printf("\n  N1: %d\t N2: %d", N1,N2),
printf("\n.....")
.
```



```
import cp.  
  
% main => modelo .  
% main ?=> modelo, false.  
% main => true.  
  
main =>  
    L = findall(_, $modelo),  
    writef("\n Total de solucoes:  %d \n", length(L)) .
```



```
Picat> cl('soma_N1_N2_primos_CP').  
Compiling:: soma_N1_N2_primos_CP.pi  
** Warning   : redefine_preimported_symbol(math): prime / 1  
soma_N1_N2_primos_CP.pi compiled in 7 milliseconds  
loading...
```

yes

```
Picat> main.
```

```
    N1: 3   N2: 379
```

```
.....
```

```
    N1: 23  N2: 359
```

```
.....
```

```
    N1: 29  N2: 353
```

```
.....
```



```
.....  
N1: 353  N2: 29  
.....  
N1: 359  N2: 23  
.....  
N1: 379  N2: 3  
.....  
Total de solucoes:  18  
  
yes  
  
Picat>
```



- Seja um Posto Atendimento Médico, um PA, com 4 consultórios e 7 especialidades médicas



- Seja um Posto Atendimento Médico, um PA, com 4 consultórios e 7 especialidades médicas
- O problema é distribuir estes médicos nestes 4 consultórios tal que alguns requisitos sejam atendidos (restrições satisfeitas)



- Seja um Posto Atendimento Médico, um PA, com 4 consultórios e 7 especialidades médicas
- O problema é distribuir estes médicos nestes 4 consultórios tal que alguns requisitos sejam atendidos (restrições satisfeitas)
- A abordagem aqui é ingênua e sem muitos critérios



- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas \leftrightarrow consultórios (1 a 4), e as colunas \leftrightarrow dias da semana (1 a 5)



- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas \leftrightarrow consultórios (1 a 4), e as colunas \leftrightarrow dias da semana (1 a 5)
- Esta matriz será preenchida com valores/códigos de 1 a 7, de acordo com a especialidade médica.



- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas \leftrightarrow consultórios (1 a 4), e as colunas \leftrightarrow dias da semana (1 a 5)
- Esta matriz será preenchida com valores/códigos de 1 a 7, de acordo com a especialidade médica.
- Assim o domínio da matriz Quadro (4×5) será preenchida com um destes códigos.



- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas \leftrightarrow consultórios (1 a 4), e as colunas \leftrightarrow dias da semana (1 a 5)
- Esta matriz será preenchida com valores/códigos de 1 a 7, de acordo com a especialidade médica.
- Assim o domínio da matriz Quadro (4×5) será preenchida com um destes códigos.
- Vamos utilizar restrições globais: `member` e `all_different`



- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas \leftrightarrow consultórios (1 a 4), e as colunas \leftrightarrow dias da semana (1 a 5)
- Esta matriz será preenchida com valores/códigos de 1 a 7, de acordo com a especialidade médica.
- Assim o domínio da matriz Quadro (4×5) será preenchida com um destes códigos.
- Vamos utilizar restrições globais: `member` e `all_different`
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis.



	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.
1a. Sala	[1..7]	[1..7]	[1..7]	[1..7]	[1..7]
2a. Sala	[1..7]
3a. Sala	[1..7]
4a. Sala	[1..7]

O domínio de valores: 1..7 (7 especialidades médicas)



- A fase de busca e propagação do comando `solve(Critérios, Variáveis)`, há dezenas de combinações possíveis: consultar o guia do usuário



- A fase de busca e propagação do comando `solve(Critérios, Variáveis)`, há dezenas de combinações possíveis: consultar o guia do usuário
- Tem-se os predicados extras ... são muitos, todos os da CP



- A fase de busca e propagação do comando `solve(Critérios, Variáveis)`, há dezenas de combinações possíveis: consultar o guia do usuário
- Tem-se os predicados extras ... são muitos, todos os da CP
- Finalmente, exemplos sofisticados– de PR com PICAT:
<http://www.hakank.org/picat/> – ***My Picat page*** – por Hakan Kjellerstrand



- Acompanhar as explicações do código de:
`https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/picat/horario_medico_CP.pi`
- Confira a execução e testes



```
modelo =>
    Dias = 5, % segunda= 1, ...., sexta-feira = 5
    Consultorio = 4,
    L_dom = [ oftalmo, otorrino, pediatria,  gineco,
%           1         2         3         4
             cardio, dermato, clin_geral ],
%           5         6         7
    Quadro = new_array(Consultorio, Dias ), %% Lin x Col
    Quadro :: 1 .. L_dom.len , %% operador len . "eh colado"
    ...
```



```
% 0 medico 2 NUNCA trabalha no consultorio 1  
foreach ( J in 1 .. Dias )  
    Quadro[1,J] #!= 2  
end,
```

```
% 0 medico 5 NUNCA trabalha no consultorio 4  
foreach ( J in 1 .. Dias )  
    Quadro[4,J] #!= 5  
end,
```

...



```
%% O Clin Geral deve vir o maior numero de dias ...
%% Esta restricao eh matematicamente é HARD
foreach ( I in 1 .. Consultorio )
    member(7,[Quadro[I,J] : J in 1..Dias])
end,

%% Ninguém trabalha no mesmo consultorio em dias seguidos
foreach ( J in 1 .. Dias )
    all_different( [Quadro[I,J] : I in 1..Consultorio] )
end,

%% Ninguém trabalha no mesmo dia em mais de um consultorio
foreach ( I in 1 .. Consultorio )
    all_different( [Quadro[I,J] : J in 1..Dias] )
end,
```



```
% A BUSCA
solve([ff], Quadro),
    % UMA SAIDA

    printf("\n Uma escolha:"),
    print_matrix( Quadro ),
    print_matrix_NAMES( Quadro , L_dom ),
    printf(".....\n") .
```



```

print_matrix_NAMES( M, Lista ) =>
  L = M.length,
  C = M[1].length,
  nl,
  foreach(I in 1 .. L)
    foreach(J in 1 .. C)
      printf(":%w \t" , print_n_lista( M[I,J], Lista) )
    % printf("(%d,%d): %w " , I, J, M[I,J] ) -- FINE
  end,
  nl
end.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
print_n_lista( _, [] ) = [].
print_n_lista( 1, [A|_] ) = A.
print_n_lista( N, [_|B] ) = print_n_lista( (N-1), B ) .
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```



```
Picat> cl('horario_medico_CP.pi').  
Compiling:: horario_medico_CP.pi  
horario_medico_CP.pi compiled in 10 milliseconds  
loading...
```

yes

```
Picat> main
```

Uma escolha:

```
7 1 3 4 5  
4 7 2 3 1  
1 3 7 5 2  
3 2 1 7 4
```




```
:clin_geral :oftalmo :pediatria :gineco :cardio  
:gineco :clin_geral :otorrino :pediatria :oftalmo  
:oftalmo :pediatria :clin_geral :cardio :otorrino  
:pediatria :otorrino :oftalmo :clin_geral :gineco  
.....  
yes
```



```
$ time(picat horario_medico_CP.pi )
```

```
Uma escolha:
```

```
7 1 3 4 5
```

```
4 7 2 3 1
```

```
1 3 7 5 2
```

```
3 2 1 7 4
```

```
:clin_geral :oftalmo :pediatria :gineco :cardio
```

```
:gineco :clin_geral :otorrino :pediatria :oftalmo
```

```
:oftalmo :pediatria :clin_geral :cardio :otorrino
```

```
:pediatria :otorrino :oftalmo :clin_geral :gineco
```

```
.....
```

```
real 0m0,023s
```

```
user 0m0,007s
```

```
sys 0m0,013s
```

```
[ccs@gerzat picat]$
```



- Este é um exemplo clássico \Rightarrow um NP-Completo \Rightarrow boas soluções apenas com Colônia de Formigas (técnica da Computação Evolucionária)



- Este é um exemplo clássico \Rightarrow um NP-Completo \Rightarrow boas soluções apenas com Colônia de Formigas (técnica da Computação Evolucionária)
- Neste exemplo do **Problema do Caixeiro-Viajante** (do inglês: TSP – *Travelling Salesman Problem*) são discutido com **dois modelos da PR**, destacando as virtudes de cada um:
 - ① **1o. Modelo**: usa restrições globais: **element** e **circuit**
 - ② **2o. Modelo**: usa variáveis de decisão binária (uma matriz binária: $N \times N$)



- Este é um exemplo clássico \Rightarrow um NP-Completo \Rightarrow boas soluções apenas com Colônia de Formigas (técnica da Computação Evolucionária)
- Neste exemplo do **Problema do Caixeiro-Viajante** (do inglês: TSP – *Travelling Salesman Problem*) são discutido com **dois modelos da PR**, destacando as virtudes de cada um:
 - ① **1o. Modelo**: usa restrições globais: **element** e **circuit**
 - ② **2o. Modelo**: usa variáveis de decisão binária (uma matriz binária: $N \times N$)
- Tecnicamente, o TSP tem muitas aplicações similares!



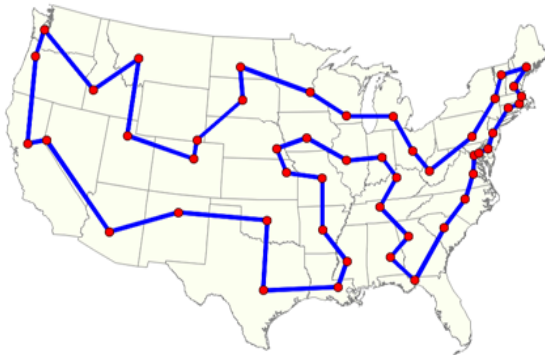


Figura 4: Passar por algumas cidades uma única vez e retornar a cidade de origem



- Usaremos a modelagem matemática de uma matriz binária de decisão



- Usaremos a modelagem matemática de uma matriz binária de decisão
- Esta abordagem é bem conhecida, porém, eficiente para alguns tipos de problemas



- Usaremos a modelagem matemática de uma matriz binária de decisão
- Esta abordagem é bem conhecida, porém, eficiente para alguns tipos de problemas
- Idéia da matriz binária de decisão: N cidades, logo, há possíveis conexões entre elas



	1	2	...	(N-1)	N
1	0/1	0/1	...	0/1	0/1
2	0/1
...
(N-1)	0/1
N	0/1	0/1

Tabela 1: Matriz de Decisão Binária: $N \times N$

- Uma matriz a ser preenchida com 0's e 1's
- Esta matriz pode ter um domínio n-ário
- 1: selecionado e 0: não-selecionado



- **Restrições Globais:** afetam todo modelo ou boa parte deste



- **Restrições Globais:** afetam todo modelo ou boa parte deste
- Algumas conhecidas: `member` e `all_different`



- **Restrições Globais:** afetam todo modelo ou boa parte deste
- Algumas conhecidas: `member` e `all_different`
- Para este modelo, duas novas: `element` e `circuit`



```
element_ex(Vars) =>  
    X :: 1..4, %% NUM de indices da lista  
    element(X , [22, 33, 44, 55], Index),  
    Vars = [X , Index],  
    solve(Vars).
```



```
exe04 =>
  Todas_Sol = findall(Uma_Sol , $element_ex(Uma_Sol)),
  foreach( X in Todas_Sol )
    printf("\n Sol %w", X)
  end,
  printf("\n Total de SOL: %d", Todas_Sol.len).
```



```
exe04 =>  
  Todas_Sol = findall(Uma_Sol , $element_ex(Uma_Sol)),  
  foreach( X in Todas_Sol )  
    printf("\n Sol %w", X)  
  end,  
  printf("\n Total de SOL: %d", Todas_Sol.len).
```

Saída:

```
Sol [1,22]  
Sol [2,33]  
Sol [3,44]  
Sol [4,55]  
Total de SOL: 4
```




```
circ_ex(L) =>  
    L = [X1,X2,X3,X4],  
    L :: 1..4, %% NUM de indices da lista  
    circuit(L),  
    solve(L).
```



```
exe02 =>  
  Todas_Sol = findall( Uma_Sol , $circ_ex(Uma_Sol)),  
  foreach( X in Todas_Sol )  
    printf("\n Sol %w", X)  
  end,  
  printf("\n Total de SOL: %d", Todas_Sol.len).
```



```
exe02 =>  
  Todas_Sol = findall( Uma_Sol , $circ_ex(Uma_Sol)),  
  foreach( X in Todas_Sol )  
    printf("\n Sol %w", X)  
  end,  
  printf("\n Total de SOL: %d", Todas_Sol.len).
```

Saída:

```
Sol [2,3,4,1]  
Sol [2,4,1,3]  
Sol [3,1,4,2]  
Sol [3,4,2,1]  
Sol [4,1,2,3]  
Sol [4,3,1,2]  
Total de SOL: 6
```



- Acompanhar as explicações do 1º modelo:
https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/picat/tsp_ESTUDO_hakan.pi
- Acompanhar as explicações do 2º modelo:
https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/picat/tsp_CP.pi
- Confira a execução e testes



1º. Modelo para o TSP – Nilsson e Hakan

```
% Original formulation from Nilsson cited above.  
% Codificado por HAKAN e CCS  
tsp_test(nilsson, Cidades, Custo) =>  
    Cidades    = [X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7],  
    %% a matriz adjacencia - do mapa - 7 cidades  
    element(X1,[ 0, 4, 8,10, 7,14,15],C1),  
    element(X2,[ 4, 0, 7, 7,10,12, 5],C2),  
    element(X3,[ 8, 7, 0, 4, 6, 8,10],C3),  
    element(X4,[10, 7, 4, 0, 2, 5, 8],C4),  
    element(X5,[ 7,10, 6, 2, 0, 6, 7],C5),  
    element(X6,[14,12, 8, 5, 6, 0, 5],C6),  
    element(X7,[15, 5,10, 8, 7, 5, 0],C7),  
    Custo #= C1+C2+C3+C4+C5+C6+C7 ,  
    circuit( Cidades ) ,  
    solve([$min(Custo)], Cidades).
```



```
$ picat tsp_ESTUDO_hakan.pi
Cidades: [2,7,1,3,4,5,6] Custo: 34
  A viagem:
Da cidade 1 --> 2 custa: 4   Acumulado: 4
Da cidade 2 --> 7 custa: 5   Acumulado: 9
Da cidade 7 --> 6 custa: 5   Acumulado: 14
Da cidade 6 --> 5 custa: 6   Acumulado: 20
Da cidade 5 --> 4 custa: 2   Acumulado: 22
Da cidade 4 --> 3 custa: 4   Acumulado: 26
Da cidade 3 --> 1 custa: 8   Acumulado: 34
```



```
$ picat tsp_ESTUDO_hakan.pi
Cidades: [2,7,1,3,4,5,6] Custo: 34
  A viagem:
Da cidade 1 --> 2 custa: 4  Acumulado: 4
Da cidade 2 --> 7 custa: 5  Acumulado: 9
Da cidade 7 --> 6 custa: 5  Acumulado: 14
Da cidade 6 --> 5 custa: 6  Acumulado: 20
Da cidade 5 --> 4 custa: 2  Acumulado: 22
Da cidade 4 --> 3 custa: 4  Acumulado: 26
Da cidade 3 --> 1 custa: 8  Acumulado: 34
```

- A importância deste modelo: facilmente se entende o TSP



```
$ picat tsp_ESTUDO_hakan.pi
Cidades: [2,7,1,3,4,5,6] Custo: 34
A viagem:
Da cidade 1 --> 2 custa: 4 Acumulado: 4
Da cidade 2 --> 7 custa: 5 Acumulado: 9
Da cidade 7 --> 6 custa: 5 Acumulado: 14
Da cidade 6 --> 5 custa: 6 Acumulado: 20
Da cidade 5 --> 4 custa: 2 Acumulado: 22
Da cidade 4 --> 3 custa: 4 Acumulado: 26
Da cidade 3 --> 1 custa: 8 Acumulado: 34
```

- A importância deste modelo: facilmente se entende o TSP
- Hakan fez uma versão genérica para este modelo, de bom desempenho!




```
$ picat tsp_ESTUDO_hakan.pi
Cidades: [2,7,1,3,4,5,6] Custo: 34
A viagem:
Da cidade 1 --> 2 custa: 4 Acumulado: 4
Da cidade 2 --> 7 custa: 5 Acumulado: 9
Da cidade 7 --> 6 custa: 5 Acumulado: 14
Da cidade 6 --> 5 custa: 6 Acumulado: 20
Da cidade 5 --> 4 custa: 2 Acumulado: 22
Da cidade 4 --> 3 custa: 4 Acumulado: 26
Da cidade 3 --> 1 custa: 8 Acumulado: 34
```

- A importância deste modelo: facilmente se entende o TSP
- Hakan fez uma versão genérica para este modelo, de bom desempenho!
- O 2º modelo tem importância como técnica para PR!



2º Modelo para o TSP – Usando Matriz de Decisão

```
import cp,util.  
matriz_adj(Matrix) =>  
    Matrix =  
        [[ 0, 4, 8,10, 7,14,15],  
         [ 4, 0, 7, 7,10,12, 5],  
         [ 8, 7, 0, 4, 6, 8,10],  
         [10, 7, 4, 0, 2, 5, 8],  
         [ 7,10, 6, 2, 0, 6, 7],  
         [14,12, 8, 5, 6, 0, 5],  
         [15, 5,10, 8, 7, 5, 0]].
```

- Os dados são os mesmos do exemplo anterior
- Poderia ser feita leitura via arquivos: ver exemplos de entrada e saída no GitHub
- Comentários no código e áudio



```
tsp_D(Matriz, Cidades, M_Decisao, Custo) =>  
  Len = Matriz.length, %% N x N cidades  
  Cidades = new_list(Len), %%% 1a. dimensao  
  Cidades :: 1..Len,  
  % grafo de DECISAO que representa o resultado dos nos escolhidos  
  M_Decisao = new_array (Len, Len),  
  M_Decisao :: 0..1 ,
```



```
tsp_D(Matriz, Cidades, M_Decisao, Custo) =>  
  Len = Matriz.length, %% N x N cidades  
  Cidades = new_list(Len), %%% 1a. dimensao  
  Cidades :: 1..Len,  
  % grafo de DECISAO que representa o resultado dos nos escolhidos  
  M_Decisao = new_array (Len, Len),  
  M_Decisao :: 0..1 ,  
  
% calculate upper and lower bounds of the Costs list -- HAKAN  
% repensar MELHORAR .....  
SOMA_Dists = sum([Matriz[I,J] : I in 1..Len,  
                  J in 1..Len, Matriz[I,J] > 0]),  
MinDist = 0,  
MaxDist = SOMA_Dists,  
Custo :: 0..MaxDist,
```



```
% Se NAO HOUVER CONEXAO ou ARCO = 0 entao não há conexão  
foreach(I in 1..Len , J in 1..Len)  
    (Matriz[I,J] != 0) ==> (M_Decisao[I,J] != 0)  
end,
```



```
% Se NAO HOUVER CONEXAO ou ARCO = 0 entao não há conexão
foreach(I in 1..Len , J in 1..Len)
    (Matriz[I,J] != 0) ==> (M_Decisao[I,J] != 0)
end,

% Para todas linhas, a soma das colunas é igual a 1
% UMA: uma saída como caminho a ser traçado e somente UMA
foreach(I in 1..Len)
    sum([M_Decisao[I,J] : J in 1..Len, I != J]) != 1
end,
```



```
% Se NAO HOUVER CONEXAO ou ARCO = 0 entao não há conexão
foreach(I in 1..Len , J in 1..Len)
    (Matriz[I,J] != 0) ==> (M_Decisao[I,J] != 0)
end,

% Para todas linhas, a soma das colunas é igual a 1
% UMA: uma saida como caminho a ser traçado e somente UMA
foreach(I in 1..Len)
    sum([M_Decisao[I,J] : J in 1..Len, I != J]) != 1
end,

% Para todas colunas, a soma das linhas é igual a 1
% UMA: uma chegada ao nó de destino e somente UMA chegada
foreach(J in 1..Len)
    sum([M_Decisao[I,J] : I in 1..Len, I != J]) != 1
end,
```



```
%% Relacionar as escolhas da M_Decisao com a
%% ... sequencia das Cidades.
foreach(I in 1..Len , J in 1..Len)
    ( M_Decisao[I,J] #= 1 ) #<=> ( Cidades[I] #= J )
end,

%% garante o circuito entre os nós selecionados
circuit(Cidades),
```




```
%% Relacionar as escolhas da M_Decisao com a
%% ... sequencia das Cidades.
    foreach(I in 1..Len , J in 1..Len)
        ( M_Decisao[I,J] #= 1 ) #<=> ( Cidades[I] #= J )
    end,

%% garante o circuito entre os nós seleccionados
circuit(Cidades),

%% Função custo a ser minimizada
Custo #= sum([M_Decisao[I,J] * Matriz[I,J] :
              I in 1..Len , J in 1..Len]),

%% Vars para BUSCA
Vars = [Cidades, M_Decisao], %% OU Cidades ++ M_Decisao
solve([$min(Custo)], Vars ).
```



```
$ picat tsp_CP.pi
M_Decisao: {{0,1,0,0,0,0,0},{0,0,0,0,0,0,1},{1,0,0,0,0,0,0},{0,0,1,0,0,0,0},
DESTINOS:
```

```
      1 2 3 4 5 6 7
1 -> 0 1 0 0 0 0 0
2 -> 0 0 0 0 0 0 1
3 -> 1 0 0 0 0 0 0
4 -> 0 0 1 0 0 0 0
5 -> 0 0 0 1 0 0 0
6 -> 0 0 0 0 1 0 0
7 -> 0 0 0 0 0 1 0
```

```
Sequência das Cidades: [2,7,1,3,4,5,6]
```

```
Custo: 34
```

```
A viagem:
```

```
Da cidade 1 --> 2 custa: 4   Acumulado: 4
```

```
.....
```

```
Da cidade 3 --> 1 custa: 8   Acumulado: 34
```



As funções/regras de saída não foram apresentadas!

- Há outros métodos para se resolver estes problemas.
Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa etc



- Há outros métodos para se resolver estes problemas.
Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa etc
- As **restrições globais** se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas outras importantes disponíveis no Picat



- Há outros métodos para se resolver estes problemas.
Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa etc
- As **restrições globais** se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas outras importantes disponíveis no Picat
- A área é extensa e **Picat adere há todos requisitos da PR**



- Há outros métodos para se resolver estes problemas.
Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa etc
- As **restrições globais** se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas outras importantes disponíveis no Picat
- A área é extensa e **Picat adere há todos requisitos da PR**
- Resumo da PR: segue por uma notação/manipulação algébrica restrita, simplificar e bissecionar as restrições, instanciar variáveis, verificar inconsistências, avançar sobre as demais variáveis, até que todas estejam instanciadas.



- Há outros métodos para se resolver estes problemas.
Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa etc
- As **restrições globais** se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas outras importantes disponíveis no Picat
- A área é extensa e **Picat adere há todos requisitos da PR**
- Resumo da PR: segue por uma notação/manipulação algébrica restrita, simplificar e bissecionar as restrições, instanciar variáveis, verificar inconsistências, avançar sobre as demais variáveis, até que todas estejam instanciadas.
- Enfim, agora é o momento de praticar e aprimorar os conhecimentos \Rightarrow Bons códigos!

