Programação por Restrições
Um breve sobrevôo

Claudio Cesar de Sá

Independent Researcher and WhatsTV Inc.

Programação por Restrições

- O que é a PR?
- Seus princípios
- Onde usar?
  R: No mundo dos NP-completos (complexidade exponencial), preferencialmente, domínios discretos $\Rightarrow$ Otimização Combinatória
- Contexto na IA e na PO (Pesquisa Operacional)
- Contexto do Brasil x cenário mundial
  onde está esta *turma*? onde se usa *isto*?
- As ferramentas e linguagens
- *Mãos a obra*: código
- Conclusões

Rápida Apresentação Minha

- Prof universitário aposentado – UDESC
- Trabalhei em várias IES: entre elas a UFAL
- Atualmente: avô, estagiário em uma *start-up*, jardinagem e maratonista de águas-abertas
- Interesses: CP, Picat, Linux, V, ARMs, etc
- Ou seja, estou no grupo dos inquietos!

Programação por Restrições (PR) – I

- A Programação por Restrições (PR) é conhecida por *Constraint Programming* ou simplesmente **CP**
- *Restrição* em inglês é *restriction*, só que tem a conotação é área, espaço, delimitação, etc, de algo que não é permitido ou seja restrito. O que não se relaciona com *constraint* do inglês.
- Mas *constraint* não tem um boa tradução. Algo como: *filtragem*, *encolhimento* para **este** contexto é quase lá.

Programação por Restrições (PR) – I

- A Programação por Restrições (PR) é conhecida por *Constraint Programming* ou simplesmente **CP**
- *Restrição* em inglês é *restriction*, só que tem a conotação é área, espaço, delimitação, etc, de algo que não é permitido ou seja restrito. O que não se relaciona com *constraint* do inglês.
- Mas *constraint* não tem um boa tradução. Algo como: *filtragem*, *encolhimento* para **este** contexto é quase lá.
- Uma poderosa teoria (e técnica) que contorna a complexidade de certos problemas exponenciais

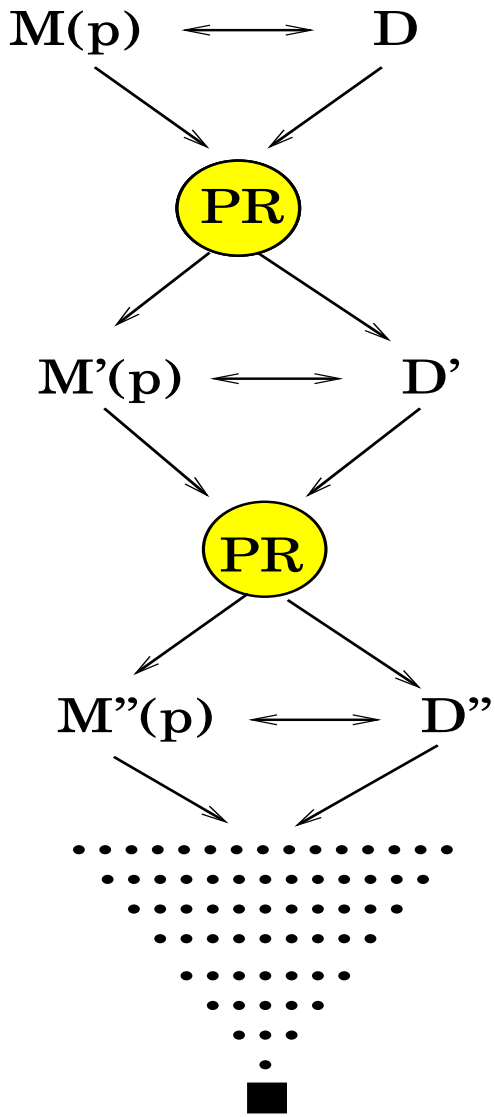
Programação por Restrições (PR) – II

- *Aproximadamente* o algoritmo da **PR** é dado:
  1. Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
  2. Intercala iterativamente a propagação de restrições com um algoritmo de busca
  3. A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
  4. Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes

Programação por Restrições (PR) – II

- *Aproximadamente* o algoritmo da **PR** é dado:
  1. Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
  2. Intercala iterativamente a propagação de restrições com um algoritmo de busca
  3. A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
  4. Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes
- Uma das virtudes da PR: a legibilidade e clareza em construir **modelos**
- Exemplo: $y = 10x$ tal que $D_x = \{10..20\}$ e $D_y = \{150..170\}$

Fluxo de Cálculo da PR



Onde o objetivo da PR é:

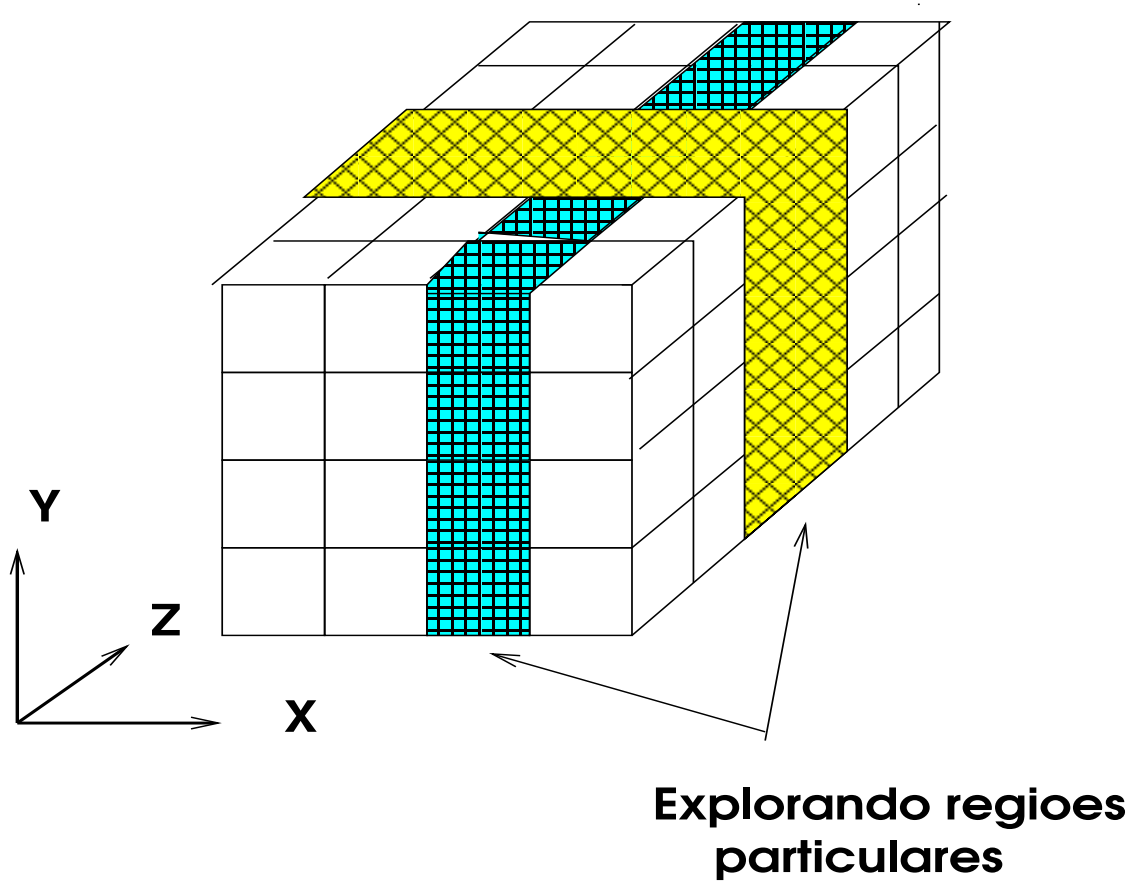


Figura: Realizar buscas com regiões reduzidas – promissoras (regiões factíveis de soluções)

Redução Iterativa em Sub-problemas

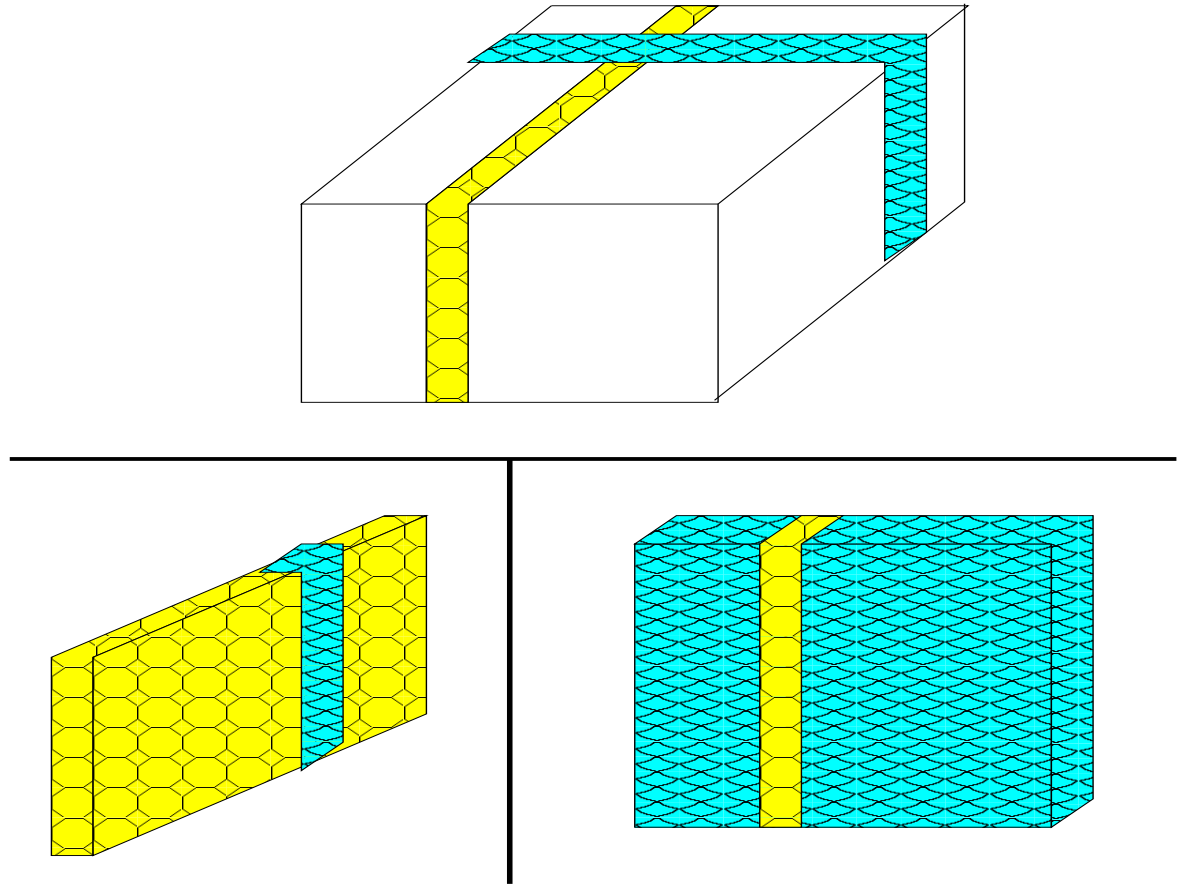


Figura: Redução de um CP em outros sub-problemas CPs equivalentes – uma bisecção

Conceitos

A PR tem os seguintes elementos:

- Um conjunto de **variáveis**: X_1, X_2, X_3, ..., X_n
- Um conjunto de **domínios** dessas variáveis: D_{X_1}, D_{X_2}, D_{X_3}, ..., D_{X_n}
- Finalmente, as **restrições**, que são relações n-árias entre estas variáveis
- Exemplo completo: $D_{X_1} = D_{X_2} = \{3, 4\}$ e $X_1 \neq X_2$

Aliado a tudo isto, a CP tem um jargão todo particular: I

- Problemas $\Rightarrow$ Modelos matemáticos (quase sempre, prontos para codar)
- Ferramentas de CP: linguagens $\times$ *solvers* $\times$ bibliotecas e extensões de linguagens
- Sintaxe: algumas simples outras .... mas todas entendem $7\#= x$ é reflexivo
- Tipagem?
- Domínios: inteiros? reais?
- Tipos de restrições: globais $\times$ a objetos
- Nível das restrições: simples ($a\#> b$) as complexas (*circuit*(*all_vertex*), dfa – exp regulares, soma....
- Otimização: *branch-bound*
- Bisseção: ramos/trilhas por onde segue a busca
- Suporte a clones? (*threads*)

Aliado a tudo isto, a CP tem um jargão todo particular: II

- Reificação: condição lógica que valida uma disjunção de restrições
- *Channeling* : $y = f(x) \leftrightarrow x = g(y)$
  Exemplificando estes 2 tópicos em OR-TOOLS (Python):

```
# Criar duas restriçoes reifadas tal que : c1 <--> c2
# c1:  b implica  (y == 10 - x).
model.Add(y == 10 - x) . OnlyEnforceIf (b)
# c2: not(b) implica  y == 0.
model.Add(y == 0) . OnlyEnforceIf (b.Not())
```

- Na CP '*raiz*', não há "if-then-else", então a *reifagem* (*reyfing*) contorna esta dificuldade
- Finalmente:

Aliado a tudo isto, a CP tem um jargão todo particular: III

- **Escolha da sequência** da variáveis do modelo a serem exploradas
- **Escolha** por onde se inicia a exploração dos **domínios** destas variáveis

- Provadores SAT, provadores lógicos baseado em LPO etc
- No meio de tudo isto, linguagens declarativas *cairam feito luva* $\Rightarrow$ Prolog e seus dialetos
- Resumo: CP é **postar** restrições (**declarar**) afim de *encolher* o domínio problema
- A CP quanto há um paradigma programação (semântica):
  $C_1 \bigwedge C_2 \bigwedge ... \bigwedge C_m \vdash \{\blacksquare_1, ..., \blacksquare_n\} \vee \emptyset$

Problemas para CP na indústria

- Escalonamento e alocação de recursos
- Distribuição de turnos de trabalhos
- Problemas de empacotamento (a van do Mercado Livre)
- Roteamento (veículos, cabos, paineis, placas ....)
- Sequenciamento de DNA (várias regras sobre sequências válidas)
- Planejamento financeiro
- Enfim: problemas que envolvam uma busca combinatória e otimização

Ou seja, ainda bem que existem os NPs !!!!

A CP no Brasil

Rapidamente:

- Década de 70: primeiros doutores em CC regressam ao país
- Década de 80: primeiros programas de pós-graduação em CC
- Década de 90: primeiros simpósios, congressos e áreas se estabelecendo
- Ano 2000: CAPES qualifica a pesquisa, programas, etc, indicadores de produtividade

A CP no Brasil

Rapidamente:

- Década de 70: primeiros doutores em CC regressam ao país
- Década de 80: primeiros programas de pós-graduação em CC
- Década de 90: primeiros simpósios, congressos e áreas se estabelecendo
- Ano 2000: CAPES qualifica a pesquisa, programas, etc, indicadores de produtividade
- **Aí correria começa $\Rightarrow$ publicar !!!!**
- **Apenas uma parte do modelo americano foi instanciado !**

A CP no Brasil

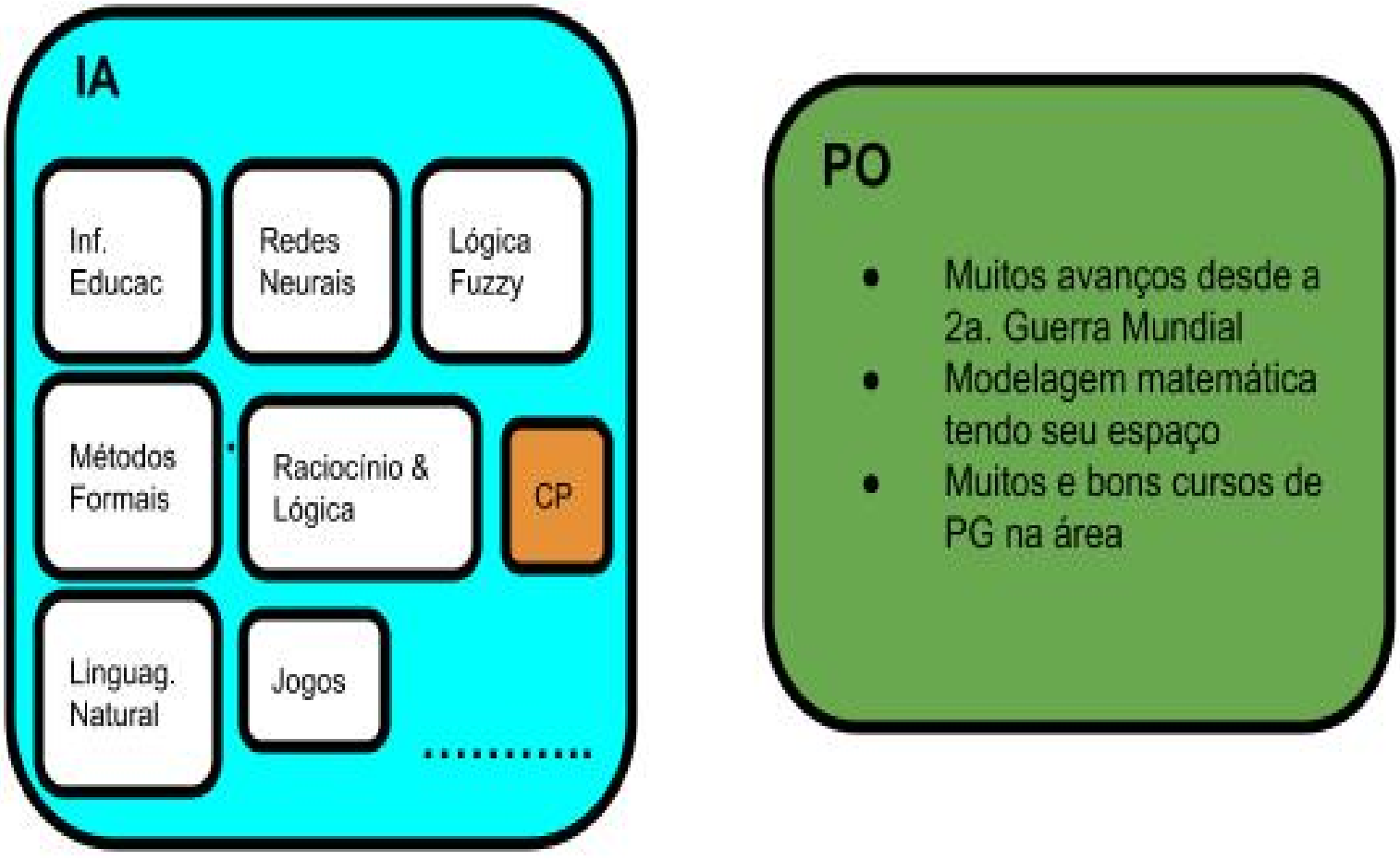


Figura: Cenário *aproximado* do borburinho em torno da **IA**

A CP no Brasil

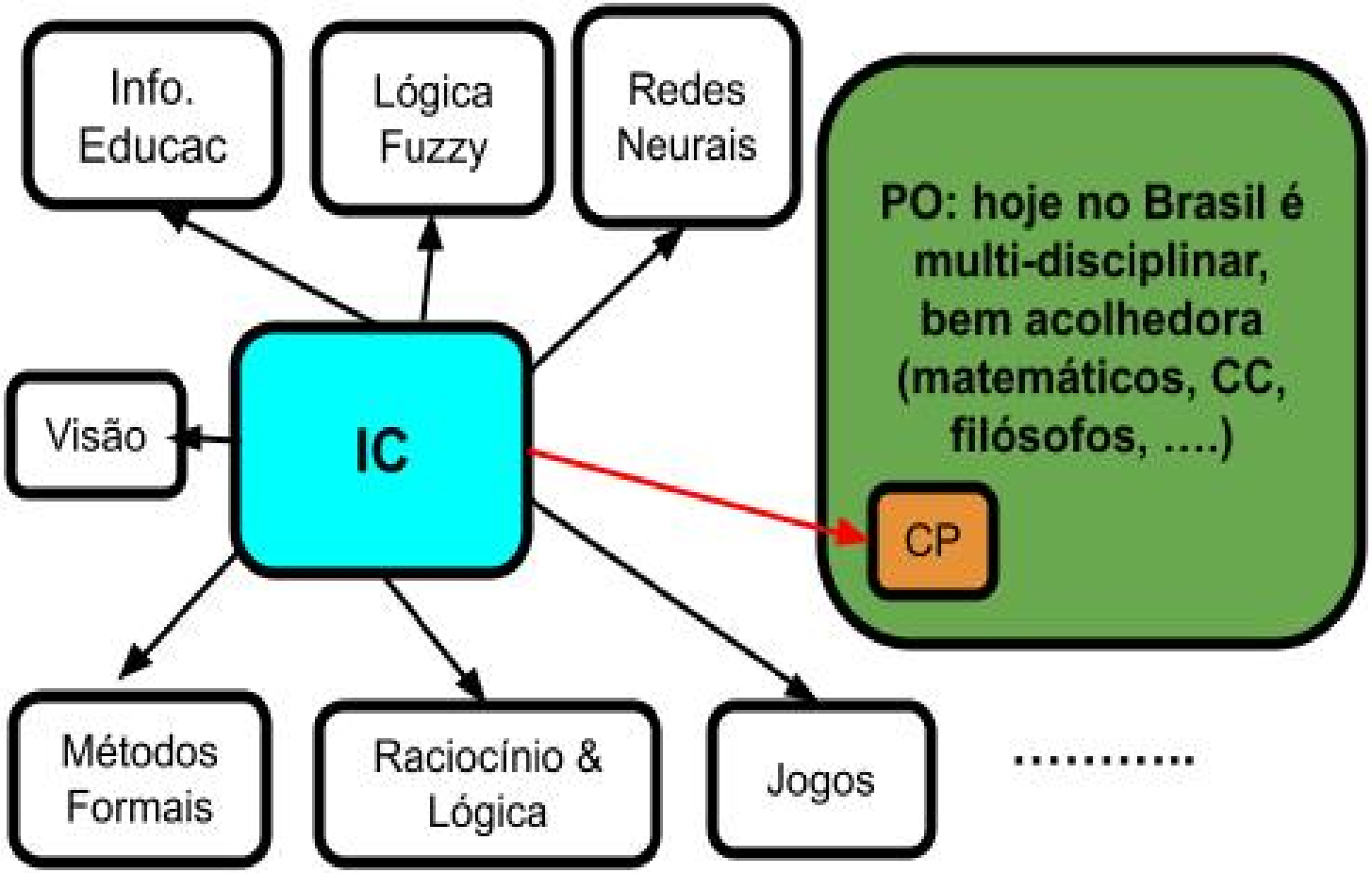


Figura: A chegada dos métodos evolutivos ou bio-inspirados

A CP no Brasil

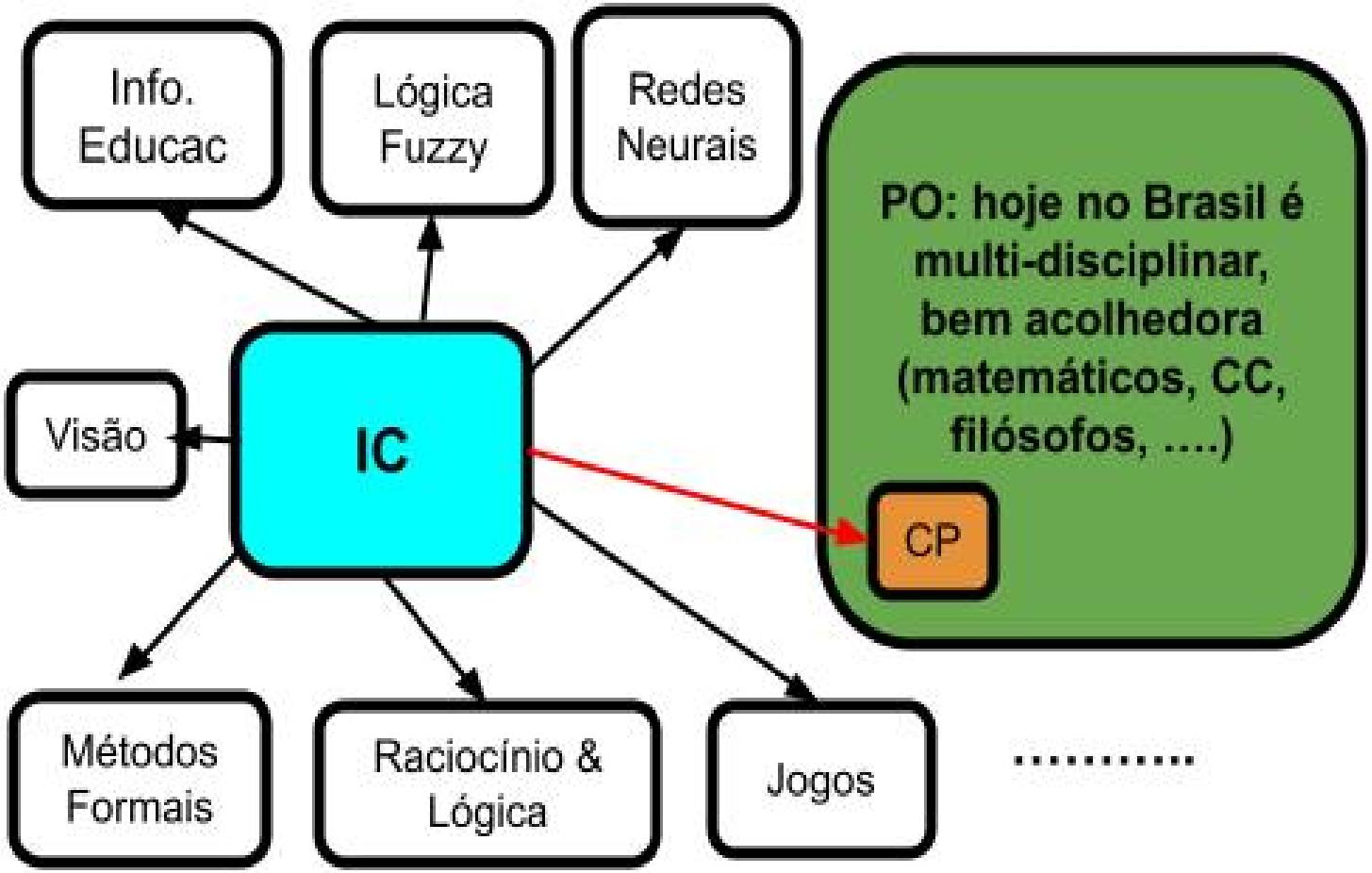


Figura: A chegada dos métodos evolutivos ou bio-inspirados

Sim, um TSP alcançou dimensões jamais vistas com um ACO (colônia de formigas)

Contexto Mundial I

- No cenário mundial, a CP já tinha seus nichos de sucesso na indústria. Muitas aplicações de escalonamento foram possíveis com as linguagens declarativas!
- Sim, o IJCAI tem a sua força de impacto!

Contexto Mundial II

- **França**: pessoas espalhadas (isoladas), mas presente em quase todas universidades. Embora tenha sido o berço do Prolog, hoje os admiradores estão em Marselha apenas. Contudo, o ILOG veio de lá e foi comprado pela IBM, virou o CPLEX (muito investimento por parte da IBM), com vários cases de sucesso pelo mundo. Há outros produtos por lá: Choco (Java com CP) e Scala/JaCoP
- **Alemanha**: vários centros de pesquisa e aplicações consolidadas. Contudo, o ambiente com **Answer Set Programming**, da Universidade de Potsdam tem atraído muito a atenção. Grupo POTASCO. Usa várias lógicas para fazer inferência em seus modelos *ground*. Essencialmente, visa descobrir o Universo de Herbrand, por isto é conjunto de respostas!

Contexto Mundial III

- **Itália**: tem investido em ferramentas para o ASP. Há alguns expoentes por lá.
- **UK**: vários centros. Destaque: Imperial College com o **ECLiPSe–CLP**, contudo, Cork na Irlanda tem um grupo forte de CP. Até Oxford tem investido em ASP+Prolog+Python
- **Suécia**: uma empresa produz o SICtus Prolog, um Prolog compilado com mais de 20 anos de estrada e aplicações. Ainda ativa! *Gecode*: uma biblioteca em C++, muito veloz, junto com o pessoal da Alemanha mantém este resolvedor ativo, e **muito bem documentado**. Na Suécia, temos ainda: Hakan Kjellerstrand – `http://hakank.org`

Contexto Mundial IV

- **Noruegua**: há uma empresa chamada PDC (Prolog compitado e tipado), com uma história de uso e sucesso. Apenas sob Windows. A PDC existe com muitos cases pela Europa.
- **Holanda**: **Swi-Prolog**, do departamento de psicologia da universidade Amsterdan. Ainda ativo e mantido pelo Jan e outros. Interpretado e academicamente é o mais usado no mundo. A propósito, o Prolog é bem usado nas boas e grandes universidades pelo mundo.
- **Polônia**: há um livro escrito free sobre CLP – A Gentle Guide to Constraint Logic Programming via ECLiPSe por Antoni Niederlinski - Varsóvia
  `http://www.anclp.pl/download/AN_CLP.pdf`

Contexto Mundial V

- **Tchéquia**: em Praga há o Roman Barták (planejamento, Prolog, Picat, PDDL, etc), esteve no NE algumas vezes
- **USA**: tivemos nas decadas de 80/90 Arity Prolog, Amzi Prolog, Stramberry Prolog, empresas fechadas. Restou a Google, com o OR-TOOLS (núcleo em C++) e interfaces de programação em: Java, C++, Python. Devido o investimento nos algoritmos de roteamento de veículos autônomos, hoje é a ferramenta com maior número de usuários. Seu suporte é espalhado, mas, gerenciado por Paris (resquícios do pessoal do ILOG). Há ainda o Picat de Neng-Fa e outros, como um dos principais avanços do Prolog em 40 anos. O livro do Picat está disponível ...

Contexto Mundial VI

- **Austrália**: NICTA patrocina a turma CP e OR há vários anos. Ações conjuntas e um plano nacional, tornou o país de referência na área de CP. Destaque para: Peter Stuckley, Pascal Van Hentenryck, Guido, ... há um solver para OR+CP chamado FlatZinc, e sua linguagem de interface é o Minizinc. Hoje, os *aussies* (embora a maioria deles tenham vindo da Europa) ditam as várias ramificações da área de Otimização Combinatória (sim, a turma da PO está junto)

Em resumo: lá fora a área é ativa com várias inserções na indústria, aqui corremos atrás das publicações com qualis!

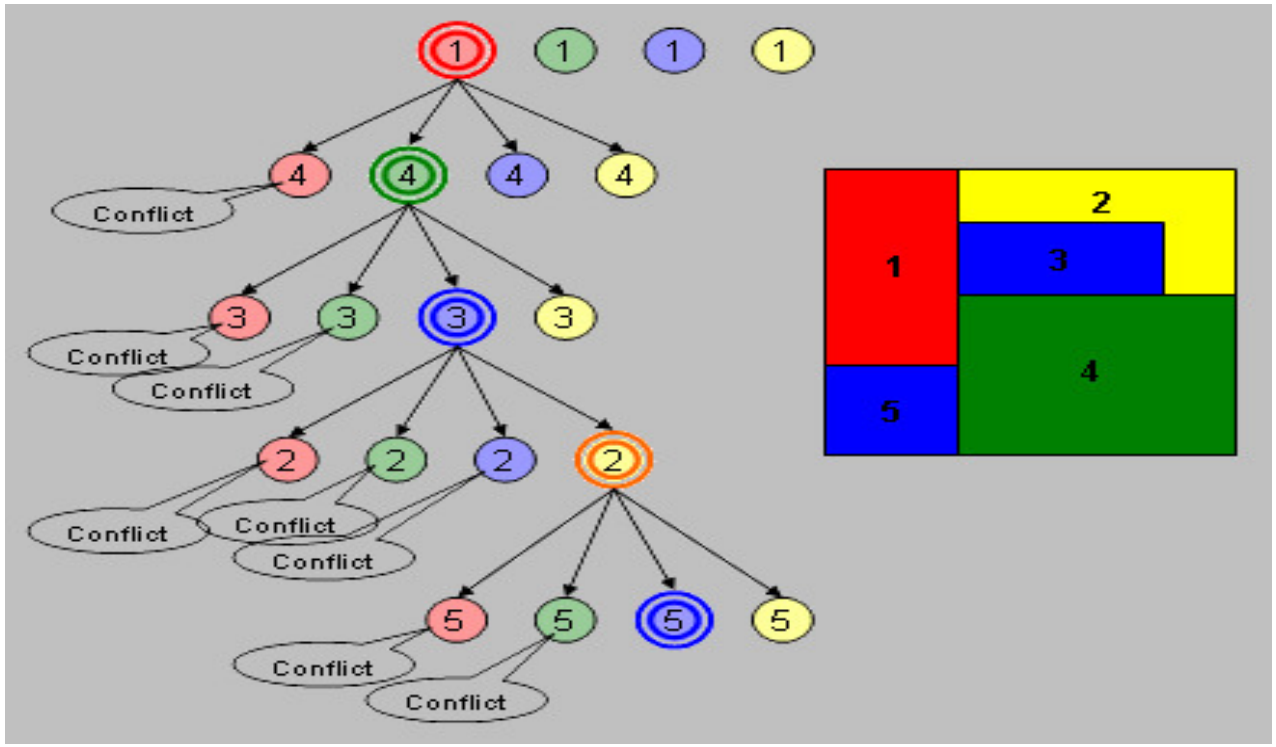
Antes das *mãos-na-massa*:

Antes dos códigos, relembrando que a CP realiza buscas, encolhendo domínios, realizando saltos a frente, ou quando voltar, sabe por onde já passou.

Ou seja, **a CP é uma técnica que preza por uma busca completa**!

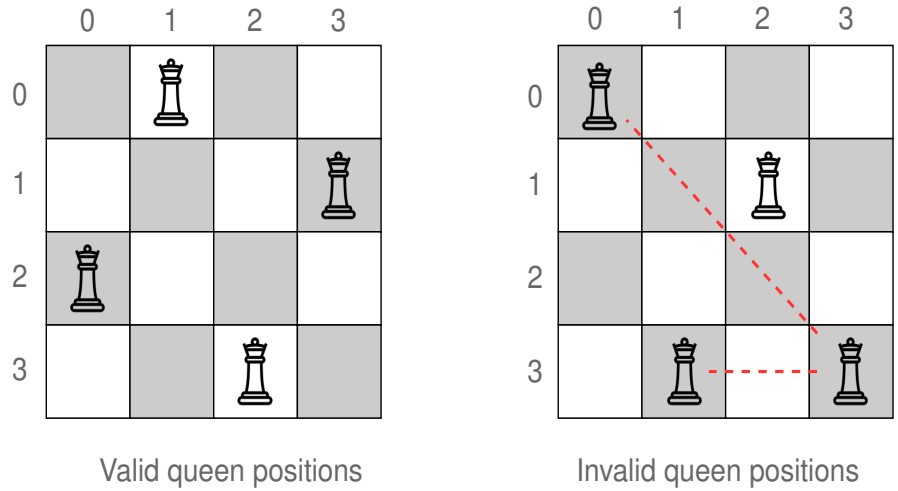
Exemplo clássico 01: Coloração de Mapas

Seja um mapa com 5 países. Cada país deve ter uma cor, mas os países vizinhos não podem ter a mesma cor.



- **Variáveis** são os países: `X1` a `X5` – **nós** em uma representação em grafo
- Quanto ao **domínio**? *Cores* $= \{1, 2, 3, 4\}$ – **rotulação** destes nós
- **Restrições**: as **arestas** de um grafo representam a relação entre países-vizinhos

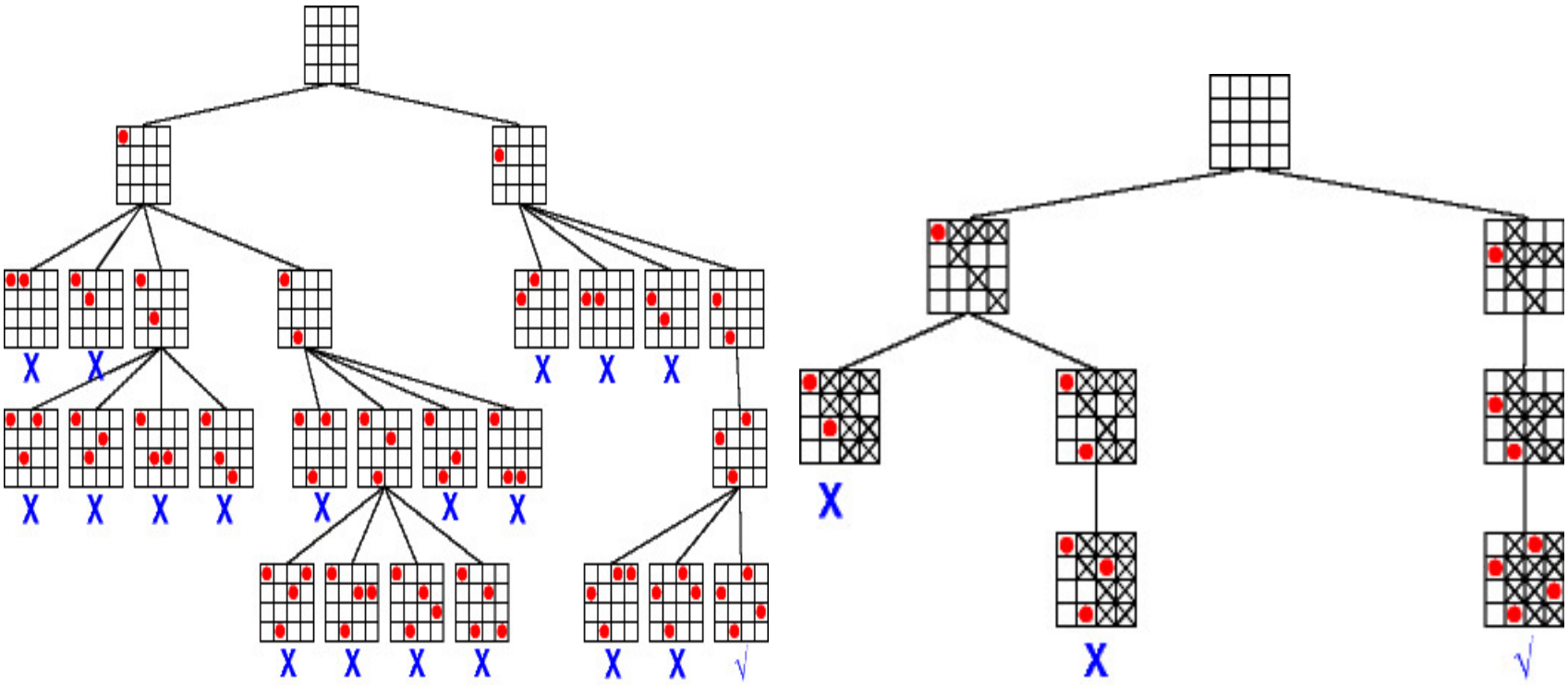
Exemplo clássico 02: N-Rainhas no Tabuleiro $N \times N$ I



Viewer does not support full SVG 1.1

Figura: Distribuir 4 rainhas no tabuleiro sem se atacarem mutuamente

Exemplo clássico 02: N-Rainhas no Tabuleiro $N \times N$ II



- **Este problema tem muitas aplicações práticas! – uma metáfora**
- Muitas abordagens quanto ao número de variáveis e domínios
- Estudo sobre **simetrias** (e *espelhamentos*) de na modelagem e resultados (algo comum na PR)

Exemplos – *Mão na massa*

Apresentando a essência dos elementos da CP na prática:

1. Um Cripto-Aritmético: um clássico escrito em Minizinc (boa para modelar) e OR-TOOLS (Python)
2. Um de escala de consultórios médicos (uso de matriz) $\Rightarrow$ em Picat (um Prolog *vitaminado*)

Basicamente, 2 problemas distintos!

Exemplo – 01 – Um Cripto-Aritmético

$$\begin{array}{cccccc} V & I & O & L & I & N \\ - & C & E & L & L & O \\ \hline C & O & R & N & E & T \end{array}$$

Preencher as letras acima, com números de $\{0..9\}$, sem repetições e que satisfaçam a a subtração acima.

Exemplo – 01 – Um Cripto-Aritmético

$$\begin{array}{cccccc} V & I & O & L & I & N \\ - & C & E & L & L & O \\ \hline C & O & R & N & E & T \end{array}$$

Preencher as letras acima, com números de $\{0..9\}$, sem repetições e que satisfaçam a a subtração acima.

Poderíamos transformar o problema:

$$\begin{array}{cccccc} C & O & R & N & E & T \\ + & C & E & L & L & O \\ \hline V & I & O & L & I & N \end{array}$$

Mas, vamos manter a formulação original!

Considerações sobre este clássico:

- Embora sejam *toy problems*, tem um viés de aplicações reais muito forte
- Efetivamente ilustram a força da CP. Como aperitivo: implemente o problema acima em uma linguagem procedural (9 laços de repetição aninhados)
- As árvores de busca ilustradas nas figuras anteriores, estão aqui presentes
- Características da CP: **escolha de variável** e **varredura no domínio** tem seus impactos bem visíveis nestes exemplos (não apresentarei estes itens)

Implementação em Minizinc

Acompanhar:
https://raw.githubusercontent.com/claudiosa/CCS/master/minizinc/violin_cripto.mzn

```
Compiling violin_cripto.mzn
Running violin_cripto.mzn
V: 7 I: 0 O: 4 L: 8 I: 0 N: 9
    C: 6 E: 2 L: 8 L: 8 O: 4
----------------------------------------
C: 6 O: 4 R: 1 N: 9 E: 2 T: 5

 f MAXIMIMIZACAO: 21
C1: 0 C2: 1 C3: 1 C4: 0 C5: 1
----------
==========
```

Implementação em OR-TOOLS (Python)

Acompanhar:
https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/python/or-tools/violin_cripto.py

```
$ python3 violin_cripto.py
============== RESULTS ====================
MAX = 21
V:7 || I:0 || O:4 || L:8 || N:9 || C:6 ||  E:2 ||  R:1 || T:5
carry[0] : 0
carry[1] : 1
carry[2] : 1
carry[3] : 0
carry[4] : 1
** Final Statistics **
  - conflicts : 16
  - branches  : 29
  - wall time : 0.023359 s
```

Exemplo – 02 – Escala de Consultórios

	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.
1a. Sala	[1..7]	[1..7]	[1..7]	[1..7]	[1..7]
2a. Sala	[1..7]	...	...	...	...
3a. Sala	[1..7]	...	...	...	...
4a. Sala	[1..7]	...	...	...	...

Basicamente, alocar 7 especialidades médicas nestas 4 salas, nestes 5 dias da semana – *assignment problem*

Exemplo – 02 – Escala de Consultórios

- Seja um Posto Atendimento Médico, um PA, com 4 consultórios e 7 especialidades médicas
- O problema é distribuir estes médicos nestes 4 consultórios tal que alguns requisitos sejam atendidos (restrições satisfeitas)
- A abordagem aqui é ingênua e sem muitos critérios (problema de minha autoria)

Modelagem do Problema

- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas $\leftrightarrow$ consultórios (1 a 4), e as colunas $\leftrightarrow$ dias da semana (1 a 5)
- Esta matriz será preenchida com valores/códigos de 1 a 7, de acordo com a especialidade médica.
- Assim o domínio da matriz `Quadro` (4×5) será preenchida com um destes códigos.
- Vamos utilizar restrições globais: `member` e `all_different`
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis.

Matriz de Atribuição

	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.
1a. Sala	[1..7]	[1..7]	[1..7]	[1..7]	[1..7]
2a. Sala	[1..7]	...	...	...	...
3a. Sala	[1..7]	...	...	...	...
4a. Sala	[1..7]	...	...	...	...

O domínio de valores: `1..7` (7 especialidades médicas)

Modelagem – Comentários

- A fase de busca e propagação do comando `solve(Critérios, Variáveis)`, há dezenas de combinações possíveis: consultar o guia do usuário
- Tem-se os predicados extras ... são muitos, todos os da CP

Código Completo

- Acompanhar as explicações do código de: `https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/picat/horario_medico_CP.pi`
- Confira a execução e testes

Código em Partes

```
modelo =>
    Dias = 5, % segunda= 1, ...., sexta-feira = 5
    Consultorio = 4,
    L_dom = [ oftalmo, otorrino, pediatra,  gineco,
%                1         2           3          4
              cardio, dermato, clin_geral ],
%                5        6         7
   Quadro = new_array(Consultorio, Dias ), %% Lin x Col
   Quadro :: 1 .. L_dom.len , %% operador len . "eh colado"
...
```

Código em Partes

```
    %% O medico 2 NUNCA trabalha no consultorio 1
    foreach ( J in 1 .. Dias )
        Quadro[1,J] #!= 2
    end,

    %% O medico 5 NUNCA trabalha no consultorio 4
    foreach ( J in 1 .. Dias )
        Quadro[4,J] #!= 5
    end,
...
```

Código em Partes

```
  %% O Clin Geral deve vir o maior numero de dias ...
  %% Esta restricao eh matematicamente é HARD
   foreach ( I in 1 .. Consultorio )
     member(7,[Quadro[I,J] : J in 1..Dias])
   end,

  %% Ninguém trabalha no mesmo consultorio em dias seguidos
  foreach ( J in 1 .. Dias )
      all_different( [Quadro[I,J] : I in 1..Consultorio] )
  end,

  %% Ninguém trabalha no mesmo dia em mais de um consultorio
   foreach ( I in 1 .. Consultorio )
      all_different( [Quadro[I,J] : J in 1..Dias] )
   end,
...
```

Código em Partes

```
% A BUSCA
solve([ff], Quadro),
  % UMA SAIDA

   printf("\n Uma escolha:"),
   print_matrix( Quadro ),
   print_matrix_NAMES( Quadro , L_dom ),
 printf(".............................\n") .
```

Código em Partes

```
print_matrix_NAMES( M, Lista ) =>
 L = M.length,
 C = M[1].length,
  nl,
   foreach(I in 1  .. L)
     foreach(J in 1  ..  C)
      printf(":%w \t" , print_n_lista( M[I,J], Lista) )
     % printf("(%d,%d): %w " , I, J, M[I,J] ) -- FINE
     end,
     nl
   end.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
print_n_lista( _, [] ) =  [].
print_n_lista( 1, [A|_] ) = A.
print_n_lista( N, [_|B] ) = print_n_lista( (N-1), B ) .
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Saída - I

```
Picat> cl('horario_medico_CP.pi').
Compiling:: horario_medico_CP.pi
horario_medico_CP.pi compiled in 10 milliseconds
loading...

yes

Picat> main

 Uma escolha:
7 1 3 4 5
4 7 2 3 1
1 3 7 5 2
3 2 1 7 4
```

Saída - II

```
:clin_geral :oftalmo :pediatra :gineco :cardio
:gineco :clin_geral :otorrino :pediatra :oftalmo
:oftalmo :pediatra :clin_geral :cardio :otorrino
:pediatra :otorrino :oftalmo :clin_geral :gineco
.....................................
yes
```

Saída - III

```
$ time(picat horario_medico_CP.pi )

 Uma escolha:
7 1 3 4 5
4 7 2 3 1
1 3 7 5 2
3 2 1 7 4

:clin_geral  :oftalmo  :pediatra  :gineco  :cardio
:gineco  :clin_geral  :otorrino  :pediatra  :oftalmo
:oftalmo  :pediatra  :clin_geral  :cardio  :otorrino
:pediatra  :otorrino  :oftalmo  :clin_geral  :gineco
.....................................
real 0m0,023s
user 0m0,007s
sys 0m0,013s
[ccs@gerzat picat]$
```

Resumindo a PR

- Há outros métodos para se resolver problemas.
  Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa, ACOs etc

Resumindo a PR

- Há outros métodos para se resolver problemas.
  Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções

Resumindo a PR

- Há outros métodos para se resolver problemas.
  Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções
- A área é extensa e caminha para um hibridismo: paradigmas e computação evolutiva (os reais)

Resumindo a PR

- Há outros métodos para se resolver problemas.
  Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções
- A área é extensa e caminha para um hibridismo: paradigmas e computação evolutiva (os reais)
- Por tratar de técnica baseada em **busca completa**, pode ser uma técnica essencial em algumas áreas: finanças, regras de negócio, etc.

Resumindo a PR

- Há outros métodos para se resolver problemas.
  Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções
- A área é extensa e caminha para um hibridismo: paradigmas e computação evolutiva (os reais)
- Por tratar de técnica baseada em **busca completa**, pode ser uma técnica essencial em algumas áreas: finanças, regras de negócio, etc.
- Resumo da PR: segue por uma notação/manipulação algébrica restrita, simplificar e bissecionar as restrições, instanciar variáveis, verificar inconsistências, avançar sobre as demais variáveis, até que todas estejam instanciadas.

Perguntas e Agradecimentos

- https://github.com/claudiosa
- Email: ccs1664@gmail.com
- Email: claudio@.colmeia.udesc.br