Programação por Restrições *Um breve sobrevôo*

Claudio Cesar de Sá

Independent Researcher and WhatsTV Inc.

Programação por Restrições

- O que é a PR?
- Seus princípios
- No mundo dos NP-completos (complexidade exponencial), preferencialmente, domínios discretos ⇒ Otimização Combinatória
- Contexto da IA e a PO (Pesquisa Operacional)
- Contexto do Brasil × cenário mundial onde está esta turma? onde se usa isto?
- As ferramentas e linguagens
- Mãos a obra: códigos
- Conclusões

Rápida Apresentação Minha

- Prof universitário aposentado UDESC
- Trabalhei em várias IES: entre elas a UFAL
- Atualmente: avô, estagiário em uma start-up, jardinagem e maratonista de águas-abertas
- ▶ Interesses: CP, Picat, Linux, V, ARMs, etc

Rápida Apresentação Minha

- Prof universitário aposentado UDESC
- ► Trabalhei em várias IES: entre elas a UFAL
- Atualmente: avô, estagiário em uma *start-up*, jardinagem e maratonista de águas-abertas
- ▶ Interesses: CP, Picat, Linux, V, ARMs, etc
- Ou seja, estou no grupo dos inquietos!

Programação por Restrições (PR)

- ▶ A Programação por Restrições (PR) é conhecida por Constraint Programming ou simplesmente CP
- Restrição em inglês é restriction, só que tem a conotação é área, espaço, delimitação, etc, de algo que não é permitido ou seja restrito. O que não se relaciona com constraint do inglês.
- Mas constraint não tem um boa tradução. Algo como: filtragem, encolhimento para este contexto é quase lá.

Programação por Restrições (PR)

- ▶ A Programação por Restrições (PR) é conhecida por Constraint Programming ou simplesmente CP
- Restrição em inglês é restriction, só que tem a conotação é área, espaço, delimitação, etc, de algo que não é permitido ou seja restrito. O que não se relaciona com constraint do inglês.
- Mas constraint não tem um boa tradução. Algo como: filtragem, encolhimento para este contexto é quase lá.
- Uma poderosa teoria (e técnica) que contorna a complexidade de certos problemas exponenciais

Em termos práticos (e rápido):

- Sim, há muitos casos de uso no Brasil: ALL (usa o CPLEX para escalonamento e horário dos trens no sul do Brasil), TOTVS (comprou a DATASUL, módulo de planejamento de produção: SICSTUS PROLOG), mais rescentemente, a Mercado Livre, usam a OR-TOOLS para roteamento, logística de depósitos e empacotamento (bin packing nas vans. Tem uma equipe considerável só neste segmento!
- ► IBM oferece consultoria e soluções com uma equipe enorme nesta área. Há um custo clássico da IBM.
- ▶ O pacote free de roteamento/escalonamento de veículos da Google, tem feito muitas empresas investirem, nesta direção para agregar valor aos seus produtos.

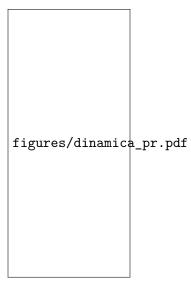
Um Algoritmo da Programação por Restrições (PR)

- ► *Aproximadamente* o algoritmo da PR é dado:
 - 1. Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
 - Intercala iterativamente a propagação de restrições com um algoritmo de busca
 - A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
 - 4. Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes

Um Algoritmo da Programação por Restrições (PR)

- Aproximadamente o algoritmo da PR é dado:
 - Avaliar algebricamente os domínios das variáveis com suas restrições
 - Intercala iterativamente a propagação de restrições com um algoritmo de busca
 - A cada variável instanciada, o processo é repetido sobre as demais variáveis, reduzindo progressivamente o espaço de busca
 - 4. Volte ao passo inicial até que os domínios permaneçam estáticos e que as variáveis apresentem instâncias consistentes
- Uma das virtudes da PR: a legibilidade e clareza em construir modelos
- ▶ Exemplo: 10x = y tal que $D_x = \{10..20\}$ e $D_y = \{150..170\}$, logo, a solução aqui é um cartesiano: $\{(15, 150), ..., (17, 170)\}$

Fluxo de Cálculo da PR



Onde o objetivo da PR é:

figures/reducao_PR_01.pdf

Figura: Realizar buscas com regiões reduzidas – promissoras (regiões factíveis de soluções)

Redução Iterativa em Sub-problemas

figures/reducao_PR_02.pdf

Figura: Redução de um CP em outros sub-problemas CPs equivalentes – uma bisecção

Conceitos

A PR tem os seguintes elementos:

- ▶ Um conjunto de **variáveis**: X_1 , X_2 , X_3 , ..., X_n
- ▶ Um conjunto de **domínios** dessas variáveis: D_{X_1} , D_{X_2} , D_{X_3} , ..., D_{X_n}
- Finalmente, as **restrições**, que são relações n-árias entre estas variáveis
- ▶ Exemplo completo: $D_{X_1} = D_{X_2} = \{3,4\}$ e $X_1 \neq X_2$

Aliado a tudo isto, a CP tem um jargão todo particular: I

- ▶ Problemas ⇒ Modelos matemáticos (quase sempre, prontos para codar)
- ► Ferramentas de CP: linguagens × solvers × bibliotecas e extensões de linguagens
- Sintaxe: algumas simples outras mas todas entendem 7#=x é reflexivo
- Tipagem?
- Domínios: inteiros? reais?
- ▶ Tipos de restrições: globais × a objetos
- Nível das restrições: simples (a#> b) as complexas (circuit(all_vertex), dfa − exp regulares, soma....
- Otimização: branch-bound
- Bisseção: ramos/trilhas por onde segue a busca
- Suporte a clones? (threads)



Aliado a tudo isto, a CP tem um jargão todo particular: II

- Reificação: condição lógica que valida uma disjunção de restrições
- ► Channeling : $y = f(x) \leftrightarrow x = g(y)$ Exemplificando estes 2 tópicos em OR-TOOLS (Python):

```
# Criar duas restrições reifadas tal que : c1 <--> c2 # c1: b implica (y == 10 - x).

model.Add(y == 10 - x). OnlyEnforceIf (b) # c2: not(b) implica y == 0.

model.Add(y == 0). OnlyEnforceIf (b.Not())
```

- ▶ Na CP 'raiz', não há "if-then-else", então a reifagem (reyfing) contorna esta dificuldade
- ► Finalmente:

Aliado a tudo isto, a CP tem um jargão todo particular: III

- Escolha da sequência da variáveis do modelo a serem exploradas
- Escolha por onde se inicia a exploração dos domínios destas variáveis
- Provadores SAT, provadores lógicos baseado em LPO etc
- No meio de tudo isto, linguagens declarativas cairam feito luva ⇒ Prolog e seus dialetos
- Resumo: CP é postar restrições (declarar) afim de encolher o domínio problema
- ▶ A CP quanto há um paradigma programação (semântica): $C_1 \land C_2 \land ... \land C_m \vdash \{\blacksquare_1, ..., \blacksquare_n\} \lor \emptyset$

Problemas para CP na indústria

- Escalonamento e alocação de recursos
- Distribuição de turnos de trabalhos
- Problemas de empacotamento (a van do Mercado Livre)
- Roteamento (veículos, cabos, paineis, placas)
- Sequenciamento de DNA (várias regras sobre sequências válidas)
- Planejamento financeiro
- Enfim: problemas que envolvam uma busca combinatória e otimização

Ou seja, ainda bem que existem os NPs !!!!

Rapidamente:

- Década de 70: primeiros doutores em CC regressam ao país
- Década de 80: primeiros programas de pós-graduação em CC
- Década de 90: primeiros simpósios, congressos e áreas se estabelecendo
- ► Ano 2000: CAPES qualifica a pesquisa, programas, etc, indicadores de produtividade

Rapidamente:

- Década de 70: primeiros doutores em CC regressam ao país
- Década de 80: primeiros programas de pós-graduação em CC
- Década de 90: primeiros simpósios, congressos e áreas se estabelecendo
- ► Ano 2000: CAPES qualifica a pesquisa, programas, etc, indicadores de produtividade
- ► Aí correria começa ⇒ publicar !!!!
- Apenas uma parte do modelo americano foi instanciado !

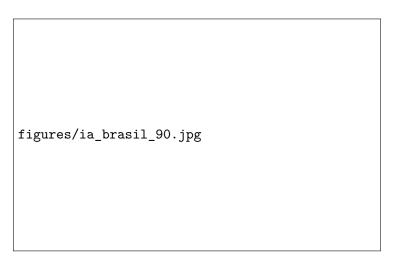


Figura: Cenário aproximado do borburinho em torno da IA

figures/ia_brasil_2020.jpg

Figura: A chegada dos métodos evolutivos ou bio-inspirados

figures/ia_brasil_2020.jpg

Figura: A chegada dos métodos evolutivos ou bio-inspirados

Sim, um TSP alcançou dimensões jamais vistas com um ACO (colônia de formigas)

Contexto Mundial I

- No cenário mundial, a CP já tinha seus nichos de sucesso na indústria. Muitas aplicações de escalonamento foram possíveis com as linguagens declarativas!
- Sim, o IJCAI tem a sua força de impacto!

Contexto Mundial II

- ▶ França: pessoas espalhadas (isoladas), mas presente em quase todas universidades. Embora tenha sido o berço do Prolog, hoje os admiradores estão em Marselha apenas. Contudo, o ILOG veio de lá e foi comprado pela IBM, virou o CPLEX (muito investimento por parte da IBM), com vários cases de sucesso pelo mundo. Há outros produtos por lá: Choco (Java com CP) e Scala/JaCoP
- Alemanha: vários centros de pesquisa e aplicações consolidadas. Contudo, o ambiente com Answer Set Programming, da Universidade de Potsdam tem atraído muito a atenção. Grupo POTASCO. Usa várias lógicas para fazer inferência em seus modelos ground. Essencialmente, visa descobrir o Universo de Herbrand, por isto é conjunto de respostas!

Contexto Mundial III

- ▶ <u>Itália</u>: tem investido em ferramentas para o ASP. Há alguns expoentes por lá.
- <u>UK</u>: vários centros. Destaque: Imperial College com o <u>ECLiPSe−CLP</u>, contudo, Cork na Irlanda tem um grupo forte de CP. Até Oxford tem investido em ASP+Prolog+Python
- ► <u>Suécia</u>: uma empresa produz o SICtus Prolog, um Prolog compilado com mais de 20 anos de estrada e aplicações. Ainda ativa! *Gecode*: uma biblioteca em C++, muito veloz, junto com o pessoal da Alemanha mantém este resolvedor ativo, e muito bem documentado. Na Suécia, temos ainda: Hakan Kjellerstrand http://hakank.org

Contexto Mundial IV

- Noruegua: há uma empresa chamada PDC (Prolog compitado e tipado), com uma história de uso e sucesso. Apenas sob Windows. A PDC existe com muitos cases pela Europa.
- <u>Holanda</u>: Swi-Prolog, do departamento de psicologia da universidade Amsterdan. Ainda ativo e mantido pelo Jan e outros. Interpretado e academicamente é o mais usado no mundo. A propósito, o Prolog é bem usado nas boas e grandes universidades pelo mundo.
- Polônia: há um livro escrito free sobre CLP A Gentle Guide to Constraint Logic Programming via ECLiPSe por Antoni Niederlinski - Varsóvia http://www.anclp.pl/download/AN_CLP.pdf

Contexto Mundial V

- ► Tchéquia: em Praga há o Roman Barták (planejamento, Prolog, Picat, PDDL, etc), esteve no NE algumas vezes
- ▶ **USA**: tivemos nas decadas de 80/90 Arity Prolog, Amzi Prolog, Stramberry Prolog, empresas fechadas. Restou a Google, com o OR-TOOLS (núcleo em C++) e interfaces de programação em: Java, C++, Python. Devido o investimento nos algoritmos de roteamento de veículos autônomos, hoje é a ferramenta com maior número de usuários. Seu suporte é espalhado, mas, gerenciado por Paris (resquícios do pessoal do ILOG). Há ainda o Picat de Neng-Fa e outros, como um dos principais avanços do Prolog em 40 anos. O livro do Picat está disponível ...

Contexto Mundial VI

Austrália: NICTA patrocina a turma CP e OR há vários anos. Ações conjuntas e um plano nacional, tornou o país de referência na área de CP. Destaque para: Peter Stuckley, Pascal Van Hentenryck, Guido, ... há um solver para OR+CP chamado FlatZinc, e sua linguagem de interface é o Minizinc. Hoje, os aussies (embora a maioria deles tenham vindo da Europa) ditam as várias ramificações da área de Otimização Combinatória (sim, a turma da PO está junto)

Em resumo: lá fora a área é ativa com várias inserções na indústria, aqui corremos atrás das publicações com qualis!

Eventos

- CP 2022 : Principles and Practice of Constraint Programming
 Haifa Israel (capítulos de livros)
- CPAIOR 2022: International Conference on the Integration of Constraint Programming, Artificial Intelligence, and Operations Research – Los Angeles – USA

Até 20xx nenhum brasileiro havia publicado nestes 2 eventos! Sem qualis ...

Antes das *mãos-na-massa*:

Antes dos códigos, relembrando que a CP realiza buscas, encolhendo domínios, realizando saltos a frente, ou quando voltar, sabe por onde já passou.

Ou seja, a CP é uma técnica que preza por uma busca completa!

Exemplo clássico 01: Coloração de Mapas

Seja um mapa com 5 países. Cada país deve ter uma cor, mas os países vizinhos não podem ter a mesma cor.

```
figures/coloracao_01.jpg
```

- Variáveis são os países: X1 a X5 − nós em uma representação em grafo
- Paramonico Quanto ao domínio? $Cores = \{1, 2, 3, 4\}$ rotulação destes nós
- Restrições: as arestas de um grafo representam a relação entre países-vizinhos

Exemplo clássico 02: N-Rainhas no Tabuleiro $N \times N$ I

figures/4_queens.pdf

Figura: Distribuir 4 rainhas no tabuleiro sem se atacarem mutuamente

Exemplo clássico 02: N-Rainhas no Tabuleiro $N \times N$ II

figures/4_rainhas_01.jpg

figures/4_rainhas_02.jpg

- Este problema tem muitas aplicações práticas! uma metáfora
- Muitas abordagens quanto ao número de variáveis e domínios
- Estudo sobre simetrias (e espelhamentos) de na modelagem e resultados (algo comum na PR)

Exemplos – Mão na massa

Apresentando a essência dos elementos da CP na prática:

- 1. Um Cripto-Aritmético: um clássico escrito em Minizinc (boa para modelar) e OR-TOOLS (Python)
- 2. Um de escala de consultórios médicos (uso de matriz) ⇒ em Picat (um Prolog *vitaminado*)

Basicamente, 2 problemas distintos!

Exemplo – 01 – Um Cripto-Aritmético

Preencher as letras acima, com números de $\{0..9\}$, sem repetições e que satisfaçam a a subtração acima.

Exemplo – 01 – Um Cripto-Aritmético

Preencher as letras acima, com números de $\{0..9\}$, sem repetições e que satisfaçam a a subtração acima.

Poderíamos transformar o problema:

Mas, vamos manter a formulação original!

- Reversabilidade (exemplo: element(Value, L, Index))
- Simetria (exemplo: n-rainhas)
- Dualidade (dual view, problema da cerca set covering)



Considerações sobre este clássico:

- Embora sejam toy problems, tem um viés de aplicações reais muito forte
- Efetivamente ilustram a força da CP. Como aperitivo: implemente o problema acima em uma linguagem procedural (9 laços de repetição aninhados)
- As árvores de busca ilustradas nas figuras anteriores, estão aqui presentes
- Características da CP: escolha de variável e varredura no domínio tem seus impactos bem visíveis nestes exemplos (não apresentarei estes itens)

Implementação em Minizinc

```
Acompanhar:
https://raw.githubusercontent.com/claudiosa/CCS/
master/minizinc/violin_cripto.mzn
Compiling violin_cripto.mzn
Running violin_cripto.mzn
V: 7 I: 0 O: 4 L: 8 I: 0 N: 9
   C: 6 E: 2 L: 8 L: 8 O: 4
C: 6 O: 4 R: 1 N: 9 E: 2 T: 5
f MAXIMIMIZACAO: 21
C1: 0 C2: 1 C3: 1 C4: 0 C5: 1
```

Implementação em OR-TOOLS (Python)

```
Acompanhar:
https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/python/
or-tools/violin_cripto.py
$ python3 violin_cripto.py
======== RESULTS ===========
MAX = 21
V:7 | I:0 | 0:4 | L:8 | N:9 | C:6 | E:2 | R:1 | T:5
carry[0] : 0
carry[1] : 1
carry[2] : 1
carry[3] : 0
carry[4] : 1
** Final Statistics **
 - conflicts: 16
 - branches : 29
 - wall time: 0.023359 \text{ s}
```

Exemplo – 02 – Escala de Consultórios

	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.
1a. Sala	[17]	[17]	[17]	[17]	[17]
2a. Sala	[17]				
3a. Sala	[17]				
4a. Sala	[17]				

- ▶ Basicamente, alocar 7 especialidades médicas nestas 4 salas, nestes 5 dias da semana assignment problem
- ► 1:oftalmo, 2:otorrino, 3:pediatra, 4:gineco, 5:cardio, 6:dermato, 7:clin_geral

Exemplo – 02 – Escala de Consultórios

- Seja um Posto Atendimento Médico, um PA, com 4 consultórios e 7 especialidades médicas
- O problema é distribuir estes médicos nestes 4 consultórios tal que alguns requisitos sejam atendidos (restrições satisfeitas)
- A abordagem aqui é ingênua e sem muitos critérios (problema de minha autoria)

Modelagem do Problema

- Vamos usar uma matriz bi-dimensional para representar o problema. Linhas \leftrightarrow consultórios (1 a 4), e as colunas \leftrightarrow dias da semana (1 a 5)
- ► Esta matriz será preenchida com valores/códigos de 1 a 7, de acordo com a especialidade médica.
- Assim o domínio da matriz Quadro (4 x 5) será preenchida com um destes códigos.
- Vamos utilizar restrições globais: member e all_different
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis.

Matriz de Atribuição

	2a.	3a.	4a.	5a.	6a.
1a. Sala	[17]	[17]	[17]	[17]	[17]
2a. Sala	[17]				
3a. Sala	[17]				
4a. Sala	[17]				

O domínio de valores: 1..7 (7 especialidades médicas)

Modelagem – Comentários

- A fase de busca e propagação do comando solve(Critérios, Variáveis), há dezenas de combinações possíveis: consultar o guia do usuário
- ► Tem-se os predicados extras ... são muitos, todos os da CP

Código Completo

- Acompanhar as explicações do código de: https://github.com/claudiosa/CCS/blob/master/ picat/horario_medico_CP.pi
- Confira a execução e testes

As variáveis do problema são em letras MAIÚSCULAS, idem a Prolog

. . .

```
%% O medico 2 NUNCA trabalha no consultorio 1
foreach ( J in 1 .. Dias )
    Quadro[1,J] #!= 2
end,

%% O medico 5 NUNCA trabalha no consultorio 4
foreach ( J in 1 .. Dias )
    Quadro[4,J] #!= 5
end,
```

```
%% O Clin Geral deve vir o major numero de dias ...
%% Esta restricao en matematicamente é HARD
foreach ( I in 1 .. Consultorio )
  member(7, [Quadro[I,J] : J in 1..Dias])
end,
%% Ninguém trabalha no mesmo consultorio em dias seguidos
foreach ( J in 1 .. Dias )
    all_different( [Quadro[I,J] : I in 1..Consultorio] )
end.
%% Ninguém trabalha no mesmo dia em mais de um consultorio
foreach ( I in 1 .. Consultorio )
    all different( [Quadro[I,J] : J in 1..Dias] )
end.
```

```
% A BUSCA
solve([ff], Quadro),
  % UMA SAIDA

printf("\n Uma escolha:"),
 print_matrix( Quadro ),
 print_matrix_NAMES( Quadro , L_dom ),
printf(".....\n") .
```

```
print matrix NAMES( M, Lista ) =>
L = M.length,
C = M[1].length,
 nl.
  foreach(I in 1 .. L)
   foreach(J in 1 .. C)
    printf(":%w \t" , print_n_lista( M[I,J], Lista) )
   % printf("(%d,%d): %w " , I, J, M[I,J] ) -- FINE
   end,
   n٦
  end
print_n_lista( _, [] ) = [].
print_n_lista(1, [A|_]) = A.
print_n_lista( N, [ | B] ) = print_n_lista( (N-1), B ) .
```

Saída - I

3 2 1 7 4

```
Picat> cl('horario_medico_CP.pi').
Compiling:: horario_medico_CP.pi
horario_medico_CP.pi compiled in 10 milliseconds
loading...
yes
Picat> main
 Uma escolha:
7 1 3 4 5
4 7 2 3 1
1 3 7 5 2
```

Saída - II

Saída - III

```
$ time(picat horario_medico_CP.pi )
 Uma escolha:
7 1 3 4 5
47231
1 3 7 5 2
3 2 1 7 4
:clin_geral :oftalmo :pediatra :gineco :cardio
:gineco :clin_geral :otorrino :pediatra :oftalmo
:oftalmo :pediatra :clin_geral :cardio :otorrino
:pediatra :otorrino :oftalmo :clin_geral :gineco
real 0m0,023s
user 0m0,007s
sys 0m0,013s
[ccs@gerzat picat]$
```

► Há outros métodos para se resolver problemas. Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs, Busca Gulosa, ACOs etc

- Há outros métodos para se resolver problemas.
 Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs,
 Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções

- Há outros métodos para se resolver problemas.
 Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs,
 Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções
- A área é extensa e caminha para um hibridismo: paradigmas e computação evolutiva (os reais)

- Há outros métodos para se resolver problemas.
 Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs,
 Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções
- A área é extensa e caminha para um hibridismo: paradigmas e computação evolutiva (os reais)
- Por tratar de técnica baseada em busca completa, pode ser uma técnica essencial em algumas áreas: finanças, regras de negócio, etc.

- Há outros métodos para se resolver problemas.
 Exemplo: Programação Linear, Buscas Heurísticas, AGs,
 Busca Gulosa, ACOs etc
- As restrições globais se aplicam sobre um conjunto de variáveis e há muitas disponíveis nos sistemas de CP, que promovem um atalho nas soluções
- A área é extensa e caminha para um hibridismo: paradigmas e computação evolutiva (os reais)
- Por tratar de técnica baseada em busca completa, pode ser uma técnica essencial em algumas áreas: finanças, regras de negócio, etc.
- Resumo da PR: segue por uma notação/manipulação algébrica restrita, simplificar e bissecionar as restrições, instanciar variáveis, verificar inconsistências, avançar sobre as demais variáveis, até que todas estejam instanciadas.

Perguntas e Agradecimentos

figures/thank-you-cloud.jpg

- https://github.com/claudiosa
- ► Email: ccs1664@gmail.com
- Email: claudio@colmeia.udesc.br