PROVA 3: SISTEMAS E CONTROLE DE AUTOMAÇÃO

1-a) $G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)(s+4)}$, nº zeros = 1 , nº polos = 3 , nº assíntotas = 3 - 1 = 2 ao infinito

Ângulos: $\frac{\pm 180°(2k+1)}{2}$ → múltiplos de 90°

- $k=0 \rightarrow \pm 90°$
- $k=1 \rightarrow \pm 270°$
- ⋮

Interseção com o eixo real

$$s = \frac{(-2-3-4)-(-1)}{3-1} = -4$$

Ponto de separação no eixo real

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{s+1}{(s+2)(s+3)(s+4)}\right) = 0 \rightarrow \frac{-2s^3-12s^2-18s-2}{(s+2)^2(s+3)^2(s+4)^2} = 0$$

$-2s^3-12s^2-18s-2 = 0 \rightarrow$ Raízes: $-0{,}12$, $-2{,}35$, $-3{,}53$

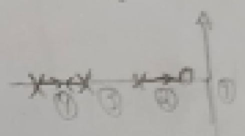
Interseção com eixo imaginário:

$$1 + \frac{k(s+1)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \rightarrow s^3 + 9s^2 + (26+k)s + k + 24$$

s^3	1	26+k	
s^2	9	24+k	
s^1	210+8k	0	$\rightarrow k > -\frac{210}{8}$
s^0	24+k		$\rightarrow k > -24$

Estável!!

Testar os ângulos

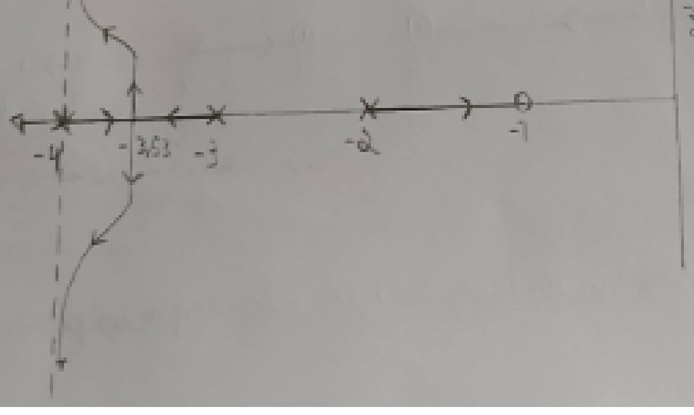


1 -0+0+0+0 = 0 não é múltiplo ímpar de 180°

2 -180+0+0+0 = -180 é múltiplo ímpar

3 -180+180+0+0 = 0 não é múltiplo ímpar

4 -180+180+180+0 = 180 é múltiplo ímpar



Os pontos saem dos pólos e vão aos zeros e assíntotas.

(as setas saem da raiz -3,53 pois é a única raiz em região preenchida

1-b) $G(s) = \frac{(s+5)(s+6)}{(s+2)(s+3)(s+4)}$, nº zeros $= 2$, nº pólos $= 3$, nº assíntotas ao infinito $= 3-2 = 1$

ângulo: $\pm\frac{180°}{1}(2k+1) \to$ múltiplos de 180°

$\to k=0 \to \pm 180°$

Interseção com o eixo real

$$s = \frac{(-2-3-4)-(-5-6)}{3-2} = 2$$

Ponto de separação no eixo real

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{(s+5)(s+6)}{(s+2)(s+3)(s+4)}\right) = 0$$

$$\frac{-s^4 - 22s^3 - 163s^2 - 492s - 516}{(s+2)^2(s+3)^2(s+4)^2} = 0$$

$$-s^4 - 22s^3 - 163s^2 - 492s - 516 = 0$$

Raízes: $-2{,}5$, $-3{,}69$, $-5{,}34$, $-10{,}47$

Interseção com eixo imaginário

$$1 + \frac{K(s+5)(s+6)}{(s+2)(s+3)(s+4)} = s^3 + (9+K)s^2 + (26+11K)s + 24 + 30K$$

s^3	1	$26+11K$	
s^2	$9+K$	$24+30K$	$\to K > -9$
s^1	$\frac{11K^2+69K-24}{K+9} + 26$	0	$\to K > \sqrt{\frac{-215}{484}} - \frac{95}{22}$
s^0	$24+30K$		$\to K > -\frac{24}{30}$

Estável

Teste de ângulo

① 0+0+0-0-0=0 não é múltiplo ímpar

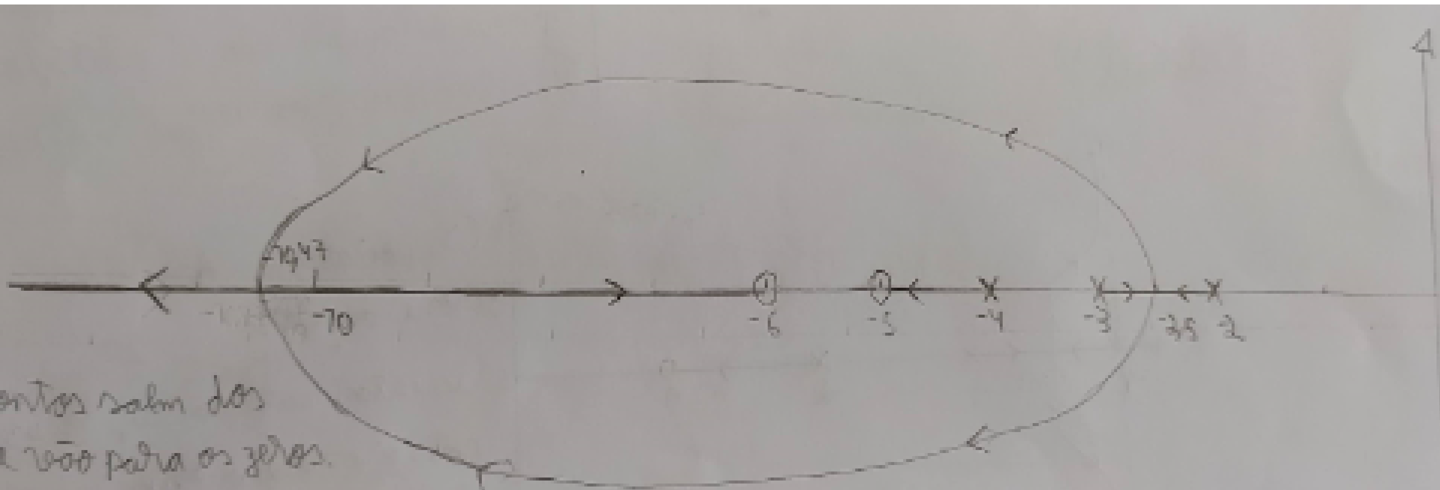
② 180+0+0-0-0= 180 é múltiplo ímpar

③ 180+180+0-0-0=360 não é múltiplo ímpar

④ 180+180+180-0-0=540 é múltiplo ímpar

⑤ 180+180+180-180-0=360

⑥ 180+180+180-180-180=180



Os pontos saem dos pólos e vão para os zeros.

Os pontos viajam entre raízes pois são as únicas raízes nos espaços preenchidos.

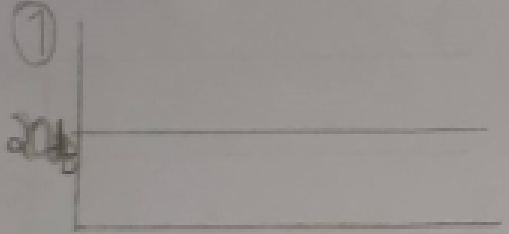
2-a) $G(s) = \frac{200s}{(s+2)(s+10)} \to s = j\omega \to 200(j\omega)\cdot\frac{1}{(j\omega+2)}\cdot\frac{1}{(j\omega+10)}$

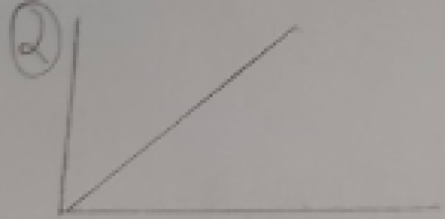
$$200j\omega \cdot \frac{1}{2\left(\frac{j\omega}{2}+1\right)}\cdot\frac{1}{10\left(\frac{j\omega}{10}+1\right)} = \underbrace{10}_{1}\,\underbrace{j\omega}_{2}\cdot\underbrace{\frac{1}{\frac{j\omega}{2}+1}}_{3}\cdot\underbrace{\frac{1}{\frac{j\omega}{10}+1}}_{4}$$

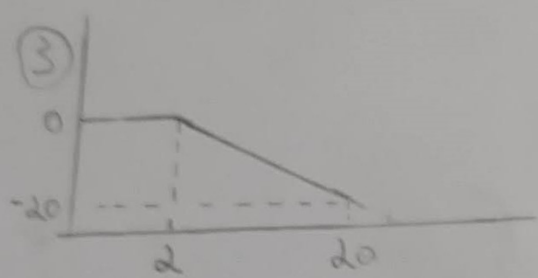
$\to \omega_c = 10$

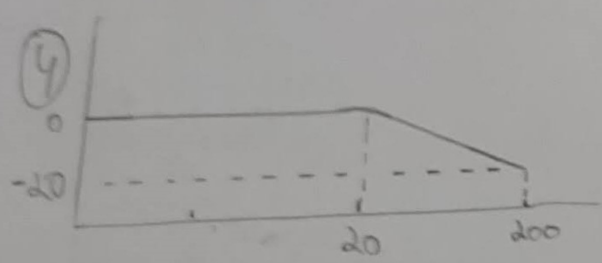
$\to \omega_c = 2$

$20\log 10 = 20$

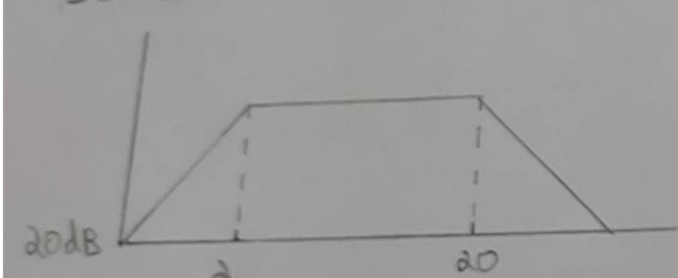




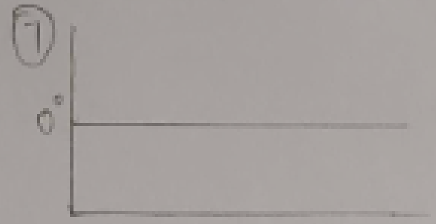


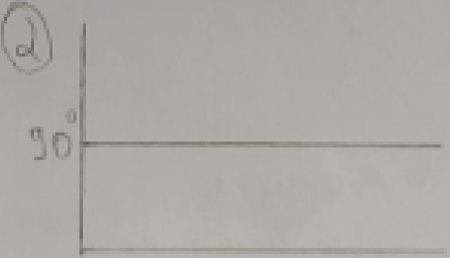


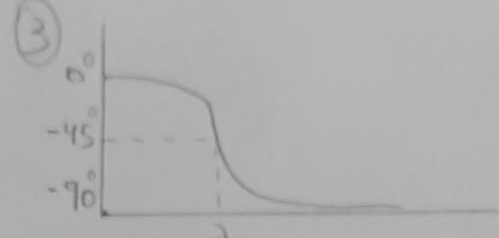
SOMA

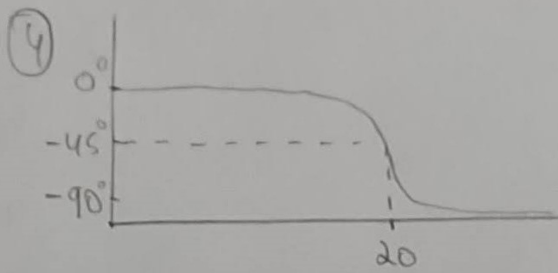


Fases:

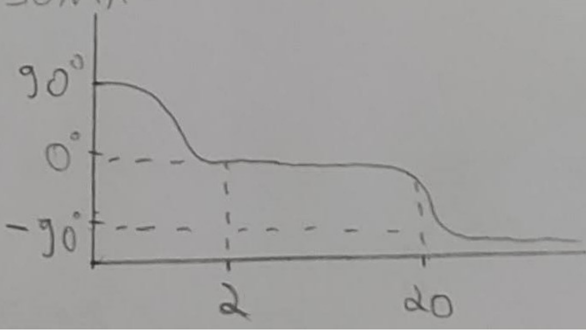






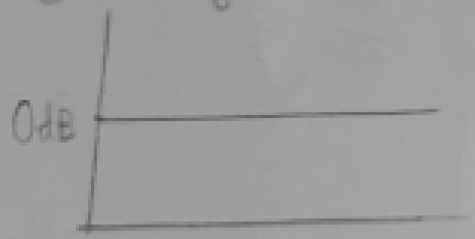


SOMA



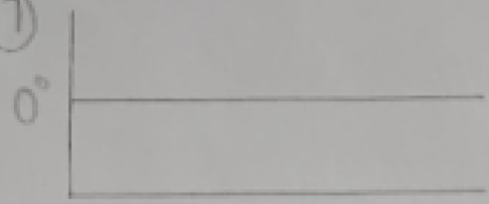
2 - b) $H(j\omega) = \dfrac{10}{(1+j\omega)(10+j\omega)} = 10 \cdot \dfrac{1}{(1+j\omega)} \cdot \dfrac{1}{10\left(\frac{j\omega}{10}+1\right)} = \underset{①}{1} \cdot \underset{②}{\dfrac{1}{(1+j\omega)}} \cdot \underset{③}{\dfrac{1}{\left(\frac{j\omega}{10}+1\right)}}$

① $20\log 1 = 0$

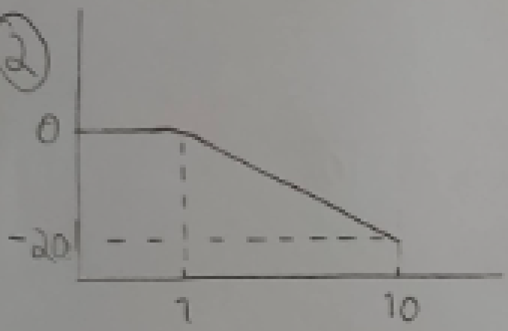


Fases:

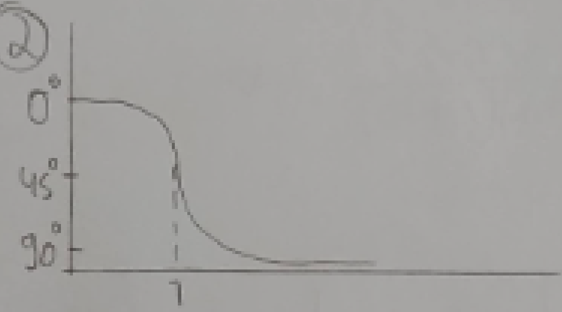
①



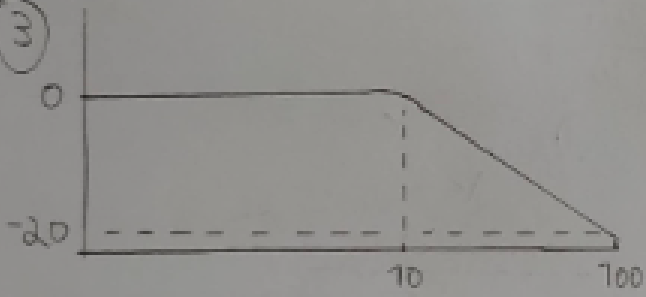
②



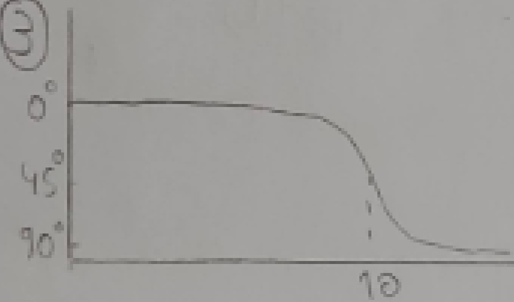
②



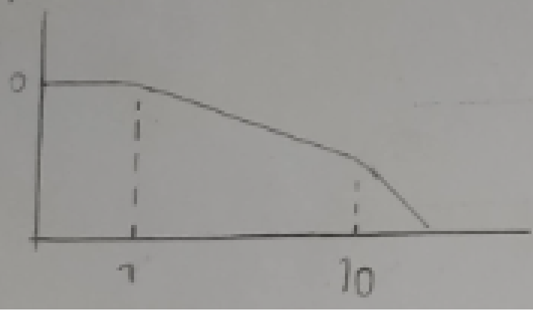
③



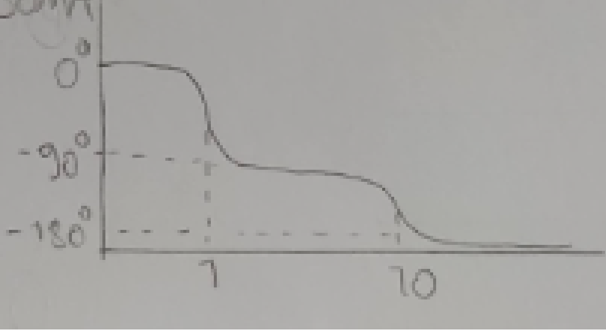
③



SOMA



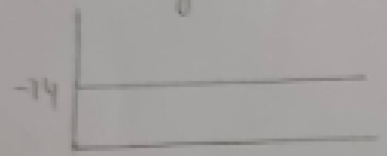
SOMA



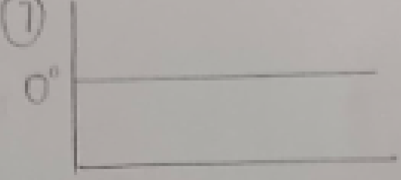
$$2\text{-}c)\ G(s) = \frac{5}{(s+5)(s+5)} \rightarrow s = j\omega \rightarrow 5 \cdot \frac{1}{(j\omega+5)} \cdot \frac{1}{(j\omega+5)} = \underbrace{\frac{1}{5}}_{①} \cdot \underbrace{\frac{1}{\left(\frac{j\omega}{5}+1\right)}}_{②} \cdot \underbrace{\frac{1}{\left(\frac{j\omega}{5}+1\right)}}_{③}$$

Fase

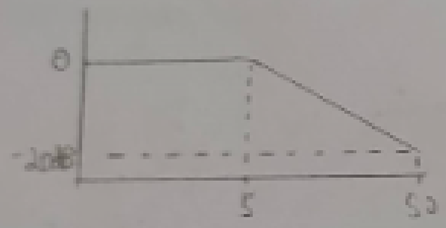
① $20 \log 0,2 = -14$



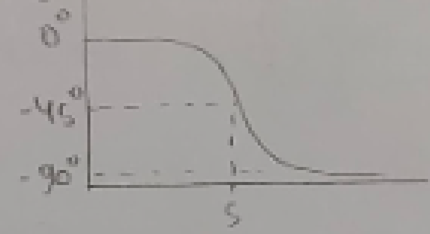
①



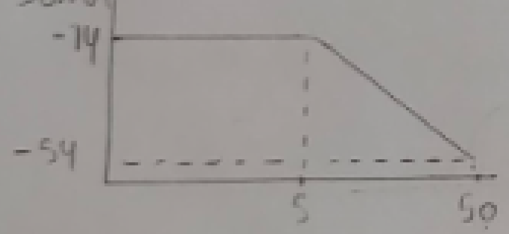
② e ③



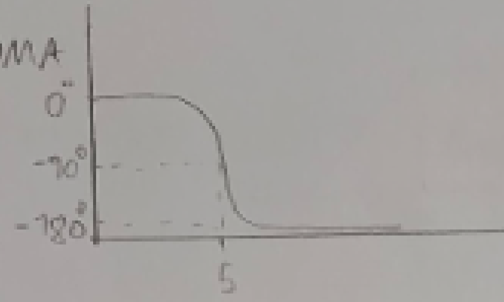
② e ③



SOMA



SOMA



$$3\text{-}\ 20 \log\left(\frac{3,8}{20 \cdot 10^{-3}}\right) = 45,58$$

$$4\text{-}\ G(s) = \frac{0,5}{(1+2s)(1+s)(1+0,5s)} = \frac{0,5}{s^3+3,5s^2+3,5s+1}$$

$$1 + KG(s) = s^3+3,5s^2+3,5s+1+K0,5 \rightarrow s = j\omega \rightarrow (j\omega)^3 + 3,5(j\omega)^2 + 3,5(j\omega) + 1 + \frac{K}{2}$$

Parte imaginária: $-j\omega^3 + 3,5j\omega$ ① $\rightarrow -j\omega^3 + 3,5j\omega = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{3,5} = 1,87$

Parte real: $-3,5\omega^2 + 1 + \frac{K}{2}$ ② $\rightarrow -3,5\omega^2 + 1 + \frac{K}{2} = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{3,5} \rightarrow K_{cr} = 22,5$

$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} = 3,36$

Tabela de Ziegler-Nichols: $K_p = \frac{K_{cr}}{1,7} = 13,24$

$: T_i = \frac{P_{cr}}{2} = 1,68$

$: T_d = \frac{P_{cr}}{8} = 0,42$

$$G_c(s) = 13,24\left(1 + \frac{1}{1,68s} + 0,42s\right)$$

5 - $G(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+5)} = \frac{s^2+5s+6}{s^3+6s^2+5s}$

$1 + KG(s) = s^3+6s^2+5s+Ks^2+K5s+6K \rightarrow (j\omega)^3+6(j\omega)^2+5j\omega+K(j\omega)^2+5Kj\omega+6K$

Parte imaginária: $-j\omega^3+(5+5K)j\omega=0 \rightarrow \omega=\sqrt{5+5K}$

Parte real: $-(6+K)\omega^2+6K=0 \rightarrow -(6+K)(5+5K)+6K=0$???

$\rightarrow$ Equação de 2° grau com K assumindo valores complexos

$K_1 = \frac{-29 \pm \sqrt{241}}{10}$, sendo assim ω fica imaginário

6 - Com $n=2$ então $M_c=[B\ AB]$

$AB = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$, então: $M_c = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, como todas as colunas são não-nulas então posto $=2=n$

Portanto é controlável

7 - Com $n=2$ então $M_o=[C\ CA]^T$

$CA=[1 0]\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = [-2\ 0]$, então, $M_o=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ com posto $=1$

Como $2 \neq 1$ o sistema não é observável.