

Parte 2 da Aula 05 – Lógica Digital

Simplificação de funções

Mintermos e Maxtermos

Mapas de Karnaugh

Exercícios

Simplificação:

- Redução do número de portas do circuito lógico que implementa a função.
- Através de manipulação algébrica da função lógica, sem alteração do valor lógico da mesma.

Simplificação:

- Redução do número de portas do circuito lógico que implementa a função.
- Através de manipulação algébrica da função lógica, sem alteração do valor lógico da mesma.

•Mintermos e Maxtermos:

- Utilizados para reescrever-se uma função lógica em uma forma **padronizada** (forma canônica).
- E dessa forma, obter uma **simplificação** da mesma.

Mintermos e Maxtermos

- Exemplo 1:

$$\begin{aligned} -f(A,B,C) &= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + A'BC \\ &= A + BC \end{aligned}$$

- Função na forma de uma **Soma Padrão de Produtos** (**Mintermos**).
- Após manipulação algébrica, cada termo possui todas as variáveis (**A**, **B** e **C**) complementadas ou não.

Mintermos e Maxtermos

- Exemplo 1:

$$\begin{aligned} -f(A,B,C) &= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + A'BC \\ &= A + BC \end{aligned}$$

- Função na forma de uma **Soma Padrão de Produtos** (**Mintermos**).
- Após manipulação algébrica, cada termo possui todas as variáveis (**A**, **B** e **C**) complementadas ou não.

- Exemplo 2:

$$\begin{aligned} -f(A,B,C) &= (A + B + C)(A + B' + C)(A + B + C')(A + B' + C')(A' + B' + C) \\ &= A(B' + C) \end{aligned}$$

- Função na forma de um **Produto Padrão de Somas** (**Maxtermos**).
- Após manipulação algébrica, cada fator contém a soma de todas as variáveis complementadas ou não.

Mintermos e Maxtermos

A partir de uma tabela verdade:

- Todas as variáveis aparecem em cada produto (mintermos) e em cada soma (maxtermos).
- Combinações dos valores lógicos das variáveis: ordem crescente (000, 001, 010, ...).
- As linhas da tabela-verdade começam com a Linha 0.

Mintermos e Maxtermos

A partir de uma tabela verdade:

- Todas as variáveis aparecem em cada produto (mintermos) e em cada soma (maxtermos).
- Combinações dos valores lógicos das variáveis: ordem crescente (000, 001, 010, ...).
- As linhas da tabela-verdade começam com a Linha 0.
- Para **mintermos**:
 - Escreva o produto das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja 0.
 - Exemplo: Linha 2 \rightarrow 010 \rightarrow $A'BC'$. (Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja 1)

Mintermos e Maxtermos

A partir de uma tabela verdade:

- Todas as variáveis aparecem em cada produto (mintermos) e em cada soma (maxtermos).
- Combinações dos valores lógicos das variáveis: ordem crescente (000, 001, 010, ...).
- As linhas da tabela-verdade começam com a Linha 0.
- Para **mintermos**:
 - Escreva o produto das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja 0.
 - Exemplo: Linha 2 \rightarrow 010 $\rightarrow A'BC'$. (Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja 1)
- Para **maxtermos**:
 - Escreva a soma das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja 1.
 - Exemplo: Linha 5 \rightarrow 101 $\rightarrow A' + B + C'$. (Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja 0)

Mintermos e Maxtermos

A partir de uma tabela verdade:

Linha	A	B	C	$f(A,B,C)$	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1		
1	0	0	1	0		
2	0	1	0	1		
3	0	1	1	1		
4	1	0	0	0		
5	1	0	1	0		
6	1	1	0	1		
7	1	1	1	1		

Mintermos e Maxtermos

A partir de uma tabela verdade:

Linha	A	B	C	$f(A,B,C)$	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	$m0 = A'B'C'$	
1	0	0	1	0	$m1 = A'B'C$	
2	0	1	0	1	$m2 = A'BC'$	
3	0	1	1	1	$m3 = A'BC$	
4	1	0	0	0	$m4 = AB'C'$	
5	1	0	1	0	$m5 = AB'C$	
6	1	1	0	1	$m6 = ABC'$	
7	1	1	1	1	$m7 = ABC$	

Mintermos e Maxtermos

A partir de uma tabela verdade:

Linha	A	B	C	$f(A,B,C)$	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	$m0 = A'B'C'$	$M0 = A + B + C$
1	0	0	1	0	$m1 = A'B'C$	$M1 = A + B + C'$
2	0	1	0	1	$m2 = A'BC'$	$M2 = A + B' + C$
3	0	1	1	1	$m3 = A'BC$	$M3 = A + B' + C'$
4	1	0	0	0	$m4 = AB'C'$	$M4 = A' + B + C$
5	1	0	1	0	$m5 = AB'C$	$M5 = A' + B + C'$
6	1	1	0	1	$m6 = ABC'$	$M6 = A' + B' + C$
7	1	1	1	1	$m7 = ABC$	$M7 = A' + B' + C'$

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função **$f(A,B,C)$** na forma de Mintermos:

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função **$f(A,B,C)$** na forma de Mintermos:
 - Soma ponderada dos Mintermos
 - **$f(A,B,C) = 1.(A'B'C') + 0.(A'B'C) + 1.(A'BC') + 1.(A'BC) + 0.(AB'C') + 0.(AB'C) + 1.(ABC') + 1.(ABC)$**

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função **$f(A,B,C)$** na forma de Mintermos:
 - Soma ponderada dos Mintermos
 - **$f(A,B,C) = 1.(A'B'C') + 0.(A'B'C) + 1.(A'BC') + 1.(A'BC) + 0.(AB'C') + 0.(AB'C) + 1.(ABC') + 1.(ABC)$**
- Após desconsiderar-se os termos com peso **0**:
 - **$f(A,B,C) = A'B'C' + A'BC' + A'BC + ABC' + ABC$**
 $= \text{linha0} + \text{linha2} + \text{linha3} + \text{linha6} + \text{linha7}$
 $= m0 + m2 + m3 + m6 + m7$

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função **f(A,B,C)** na forma de Mintermos:
 - Soma ponderada dos Mintermos
 - **$f(A,B,C) = 1.(A'B'C') + 0.(A'B'C) + 1.(A'BC') + 1.(A'BC) + 0.(AB'C') + 0.(AB'C) + 1.(ABC') + 1.(ABC)$**
- Após desconsiderar-se os termos com peso **0**:
 - **$f(A,B,C) = A'B'C' + A'BC' + A'BC + ABC' + ABC$**
 $= \text{linha0} + \text{linha2} + \text{linha3} + \text{linha6} + \text{linha7}$
 $= m0 + m2 + m3 + m6 + m7$
- Que é a soma dos produtos (mintermos; **m** minúsculo) das linhas **0, 2, 3, 6 e 7**.
 - **$F(A,B,C) = \Sigma ABC (0,2,3,6,7)$** . (*) Forma abreviada.

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função $f(A,B,C)$ na forma de Maxtermos:

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função **$f(A,B,C)$** na forma de Maxtermos:
 - Substitui-se soma por produto, produto por soma e complementado por não complementado.
 - **$f(A,B,C) = (1 + (A + B + C)).(0 + (A + B + C')).$**
 $(1 + (A + B' + C)).(1 + (A + B' + C')).$
 $(0 + (A' + B + C)).(0 + (A' + B + C')).$
 $(1 + (A' + B' + C)).(1 + (A' + B' + C'))$

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função **$f(A,B,C)$** na forma de Maxtermos:
 - Substitui-se soma por produto, produto por soma e complementado por não complementado.
 - **$f(A,B,C) = (1 + (A + B + C)).(0 + (A + B + C')).$**
 $(1 + (A + B' + C)).(1 + (A + B' + C')).$
 $(0 + (A' + B + C)).(0 + (A' + B + C')).$
 $(1 + (A' + B' + C)).(1 + (A' + B' + C'))$
- Após desconsiderar-se os fatores com termos **1**:
 - **$f(A,B,C) = (A + B + C')(A' + B + C)(A' + B + C')$**
 $= \text{linha1} . \text{linha4} . \text{linha5}$
 $= M1 . M4 . M5$

Mintermos e Maxtermos

- Escrever a função $f(A,B,C)$ na forma de Maxtermos:
 - Substitui-se soma por produto, produto por soma e complementado por não complementado.
 - $f(A,B,C) = (1 + (A + B + C)).(0 + (A + B + C')).$
 $(1 + (A + B' + C)).(1 + (A + B' + C')).$
 $(0 + (A' + B + C)).(0 + (A' + B + C')).$
 $(1 + (A' + B' + C)).(1 + (A' + B' + C'))$
- Após desconsiderar-se os fatores com termos **1**:
 - $f(A,B,C) = (A + B + C')(A' + B + C)(A' + B + C')$
 $= \text{linha1} . \text{linha4} . \text{linha5}$
 $= M1 . M4 . M5$
- Que é o produto das somas (maxtermos; **M** maiúsculo) das linhas **1, 4, e 5**.
 - $F(A,B,C) = \Pi(A+B+C) (1,4,5)$. (*) Forma abreviada.

Mintermos e Maxtermos

- Um circuito comparador de dois vetores de dois bits.

Mintermos e Maxtermos

- Um circuito comparador de dois vetores de dois bits.
 - Entradas:
 - N1 e N2, cada um com dois bits.
 $N1 = AB$ e $N2 = CD$

Mintermos e Maxtermos

- Um circuito comparador de dois vetores de dois bits.
 - Entradas:
 - N1 e N2, cada um com dois bits.
 $N1 = AB$ e $N2 = CD$
 - Saídas:
 - 3 saídas, de 1 bit cada uma (F1, F2 e F3)
Se $AB = CD$ então $F1 = 1$ e $F2=F3=0$
Se $AB < CD$ então $F2 = 1$ e $F1=F3=0$
Se $AB > CD$ então $F3 = 1$ e $F1=F2=0$

Mintermos e Maxtermos

- Um circuito comparador de dois vetores de dois bits.

– Entradas:

- N1 e N2, cada um com dois bits.

$N1 = AB$ e $N2 = CD$

– Saídas:

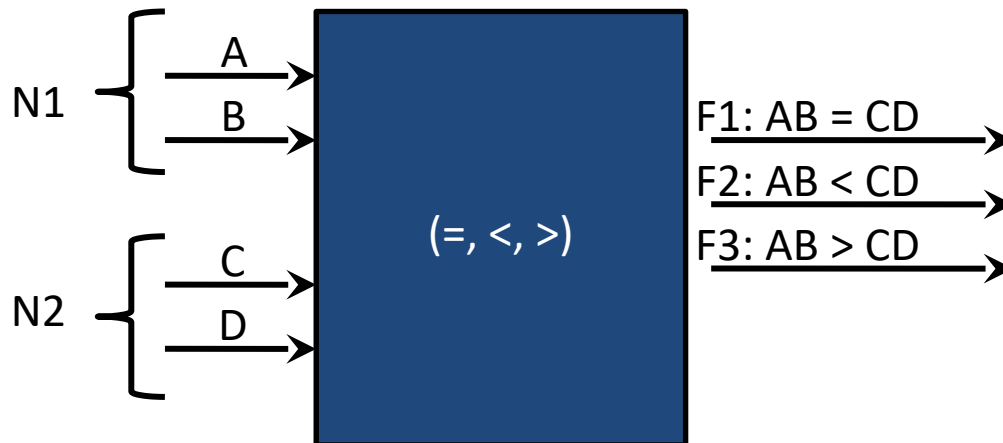
- 3 saídas, de 1 bit cada uma (F1, F2 e F3)

Se $AB = CD$ então $F1 = 1$ e $F2 = F3 = 0$

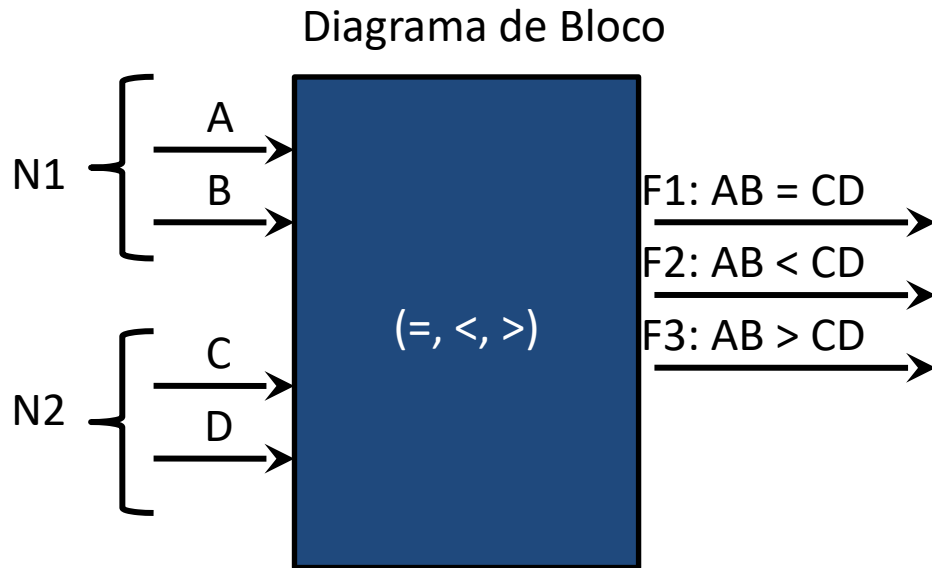
Se $AB < CD$ então $F2 = 1$ e $F1 = F3 = 0$

Se $AB > CD$ então $F3 = 1$ e $F1 = F2 = 0$

Diagrama de Bloco



Mintermos e Maxtermos



- Calcular os mintermos e os maxtermos a partir da tabela verdade.

L	A	B	C	D	F1	F2	F3
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	1	0
4	0	1	0	0	0	0	1
5	0	1	0	1	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	0	1
14	1	1	1	0	0	0	1
15	1	1	1	1	1	0	0

Mintermos e Maxtermos

L	A	B	C	D	F1	F2	F3	Mintermos	Maxitermos
0	0	0	0	0	1	0	0	$A'B'C'D'$	$A+B+C+D$
1	0	0	0	1	0	1	0	$A'B'C'D$	$A+B+C+D'$
2	0	0	1	0	0	1	0	$A'B'CD'$	$A+B+C'+D$
3	0	0	1	1	0	1	0	$A'B'CD$	$A+B+C'+D'$
4	0	1	0	0	0	0	1	$A'BC'D'$	$A+B'+C+D$
5	0	1	0	1	1	0	0	$A'BC'D$	$A+B'+C+D'$
6	0	1	1	0	0	1	0	$A'BCD'$	$A+B'+C'+D$
7	0	1	1	1	0	1	0	$A'BCD$	$A+B'+C'+D'$
8	1	0	0	0	0	0	1	$AB'C'D'$	$A'+B+C+D$
9	1	0	0	1	0	0	1	$AB'C'D$	$A'+B+C+D'$
10	1	0	1	0	1	0	0	$AB'CD'$	$A'+B+C'+D$
11	1	0	1	1	0	1	0	$AB'CD$	$A'+B+C'+D'$
12	1	1	0	0	0	0	1	$ABC'D'$	$A'+B'+C+D$
13	1	1	0	1	0	0	1	$ABC'D$	$A'+B'+C+D'$
14	1	1	1	0	0	0	1	$ABCD'$	$A'+B'+C'+D$
15	1	1	1	1	1	0	0	$ABCD$	$A'+B'+C'+D'$

Mintermos

$$F1(A, B, C, D) =$$

$$1.A'B'C'D' + 0.\cancel{A'B'C'D} + 0.\cancel{A'B'CD'} + 0.\cancel{A'B'CD} + 0.\cancel{A'BC'D'} + 1.A'BC'D + 0.\cancel{A'BC'D'} + 0.\cancel{A'BCD} + 0.\cancel{A'BC'D'} + 0.\cancel{A'BCD} + 1.AB'C'D' + 0.\cancel{AB'C'D} + 0.\cancel{AB'CD'} + 0.\cancel{AB'CD} + 1.ABCD$$

$$F1(A, B, C, D) =$$

$$m0+m5+m10+m15$$

$$F1(A, B, C, D) =$$

$$\Sigma ABCD(0, 5, 10, 15)$$

Mintermos e Maxtermos

L	A	B	C	D	F1	F2	F3	Mintermos	Maxitermos
0	0	0	0	0	1	0	0	$A'B'C'D'$	$A+B+C+D$
1	0	0	0	1	0	1	0	$A'B'C'D$	$A+B+C+D'$
2	0	0	1	0	0	1	0	$A'B'CD'$	$A+B+C'+D$
3	0	0	1	1	0	1	0	$A'B'CD$	$A+B+C'+D'$
4	0	1	0	0	0	0	1	$A'BC'D'$	$A+B'+C+D$
5	0	1	0	1	1	0	0	$A'BC'D$	$A+B'+C+D'$
6	0	1	1	0	0	1	0	$A'BCD'$	$A+B'+C'+D$
7	0	1	1	1	0	1	0	$A'BCD$	$A+B'+C'+D'$
8	1	0	0	0	0	0	1	$AB'C'D'$	$A'+B+C+D$
9	1	0	0	1	0	0	1	$AB'C'D$	$A'+B+C+D'$
10	1	0	1	0	1	0	0	$AB'CD'$	$A'+B+C'+D$
11	1	0	1	1	0	1	0	$AB'CD$	$A'+B+C'+D'$
12	1	1	0	0	0	0	1	$ABC'D'$	$A'+B'+C+D$
13	1	1	0	1	0	0	1	$ABC'D$	$A'+B'+C+D'$
14	1	1	1	0	0	0	1	$ABCD'$	$A'+B'+C'+D$
15	1	1	1	1	1	0	0	$ABCD$	$A'+B'+C'+D'$

Maxtermos

$F1(A, B, C, D) =$
 $(1 + (A + B + C + D))$
 $(0 + (A + B + C + D'))$
 $(0 + (A + B + C' + D))$
 $(0 + (A + B + C' + D'))$
 $(0 + (A + B' + C + D))$
 $(1 + (A + B' + C + D'))$
 $(0 + (A + B' + C' + D))$
 $(0 + (A + B' + C' + D'))$
 $(0 + (A' + B + C + D))$
 $(0 + (A' + B + C + D'))$
 $(1 + (A' + B + C' + D))$
 $(0 + (A' + B + C' + D'))$
 $(0 + (A' + B' + C + D))$
 $(0 + (A' + B' + C + D'))$
 $(0 + (A' + B' + C' + D))$
 $(1 + (A' + B' + C' + D'))$

$F1(A, B, C, D) =$
 $M1.M2.M3.M4.M6.M7.$
 $M8.M9.M11.M12.M13.M14$
 $F1(A, B, C, D) =$
 $\Pi_{ABCD}(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11,$
 $12, 13, 14)$

Mapas de Karnaugh

- **Mapa de Karnaugh**

- Permite representar de forma conveniente uma função booleana.
 - Número **pequeno** de variáveis. Até 4 ou 6.

Mapas de Karnaugh

- **Mapa de Karnaugh**

- Permite representar de forma conveniente uma função booleana.
 - Número **pequeno** de variáveis. Até 4 ou 6.
- Ferramenta de auxílio à **simplificação** (minimização) de **funções booleanas**.

Mapas de Karnaugh

- **Mapa de Karnaugh**

- Permite representar de forma conveniente uma função booleana.
 - Número **pequeno** de variáveis. Até 4 ou 6.
- Ferramenta de auxílio à **simplificação** (minimização) de **funções booleanas**.
- O mapa consiste em uma matriz de posições:
 - **Posição** → As possíveis combinações de valores de n variáveis binárias.
 - As posições deve ser listas na ordem: **00, 01, 11, 10**.

Mapas de Karnaugh

- **Mapa de Karnaugh**

- Permite representar de forma conveniente uma função booleana.
 - Número **pequeno** de variáveis. Até 4 ou 6.
- Ferramenta de auxílio à **simplificação** (minimização) de **funções booleanas**.
- O mapa consiste em uma matriz de posições:
 - **Posição** → As possíveis combinações de valores de n variáveis binárias.
 - As posições deve ser listas na ordem: **00, 01, 11, 10**.
- **EXEMPLO:**
- Mapa de Karnaugh para representar uma função booleana de 3 variáveis:
 - $F(A,B,C) = A'BC' + A'BC + ABC'$

Mapas de Karnaugh

• Mapa de Karnaugh

- Permite representar de forma conveniente uma função booleana.
 - Número **pequeno** de variáveis. Até 4 ou 6.
- Ferramenta de auxílio à **simplificação** (minimização) de **funções booleanas**.
- O mapa consiste em uma matriz de posições:
 - **Posição** → As possíveis combinações de valores de n variáveis binárias.
 - As posições deve ser listas na ordem: **00, 01, 11, 10**.

• EXEMPLO:

- Mapa de Karnaugh para representar uma função booleana de 3 variáveis:

- $F(A,B,C) = A'BC' + A'BC + ABC'$

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$

Mapas de Karnaugh

Função booleana de 1 variável

$$F = A'$$

Função booleana de 3 variáveis

$$(b) F = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$$

Função booleana de 2 variáveis

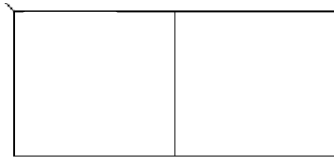
$$(a) F = A\overline{B} + \overline{A}B$$

Função booleana de 4 variáveis

$$(c) F = \overline{A}\overline{B}CD + A\overline{B}\overline{C}D + AB\overline{C}\overline{D}$$

Mapas de Karnaugh

Mapa de Karnaugh para 1 variável



$$F = A'$$

Mapa de Karnaugh para 2 variáveis



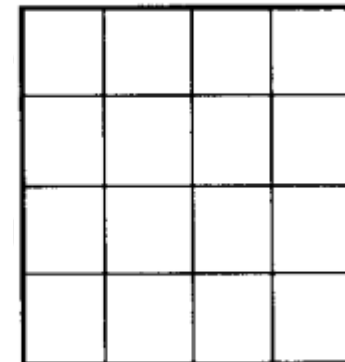
$$(a) F = A\bar{B} + \bar{A}B$$

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis



$$(b) F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$

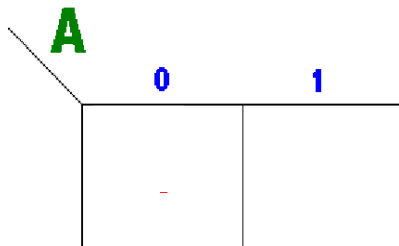
Mapa de Karnaugh para 4 variáveis



$$(c) F = \bar{A}\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D}$$

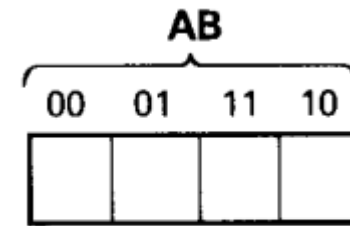
Mapas de Karnaugh

Mapa de Karnaugh para 1 variável



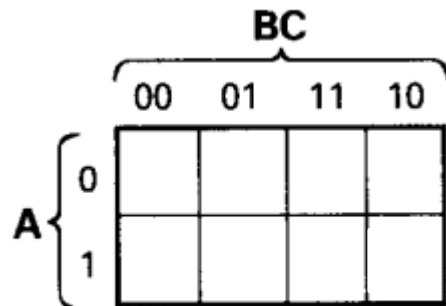
$$F = A'$$

Mapa de Karnaugh para 2 variáveis



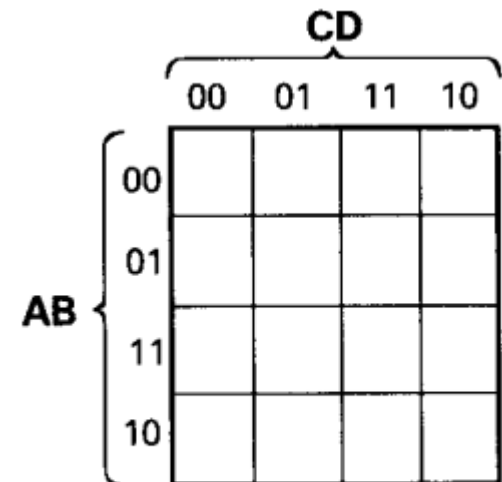
$$(a) F = A\bar{B} + \bar{A}B$$

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis



$$(b) F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis



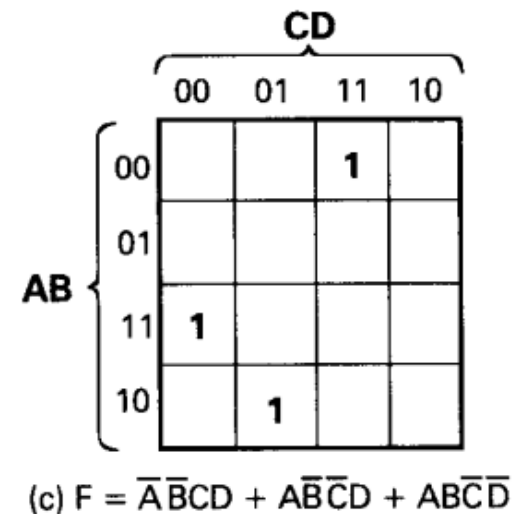
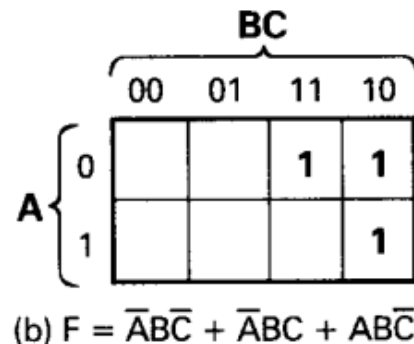
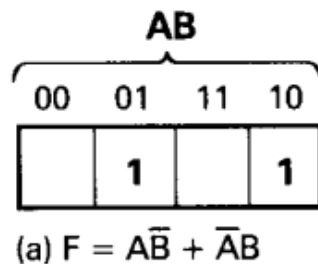
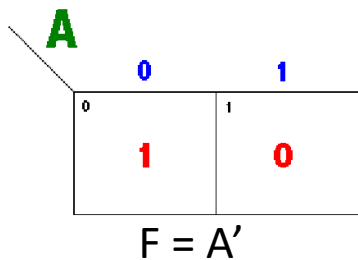
$$(c) F = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

Mapas de Karnaugh

- Como o mapa de Karnaugh pode representar uma função booleana?

– Cada posição corresponde a um produto da expressão na forma de **soma de produtos (mintermos)**.

- 1 corresponde ao valor da variável
- 0 corresponde ao valor da variável negada (NOT).



Mapas de Karnaugh

- Converter uma expressão booleana para um mapa:
 - 1) Escrever a expressão em uma forma canônica:
 - Mintermos (soma de produtos) ou Maxtermos (produto de somas).
 - Escolheremos Mintermos .

Tabela Verdade					
L	A	B	C	F	Mintermos
0	0	0	0	0	$A'B'C'$
1	0	0	1	0	$A'B'C$
2	0	1	0	1	$A'BC'$
3	0	1	1	1	$A'BC$
4	1	0	0	0	$AB'C'$
5	1	0	1	0	$AB'C$
6	1	1	0	1	ABC'
7	1	1	1	0	ABC

Mapas de Karnaugh

- Converter uma expressão booleana para um mapa:
 - 1) Escrever a expressão em uma forma canônica:
 - Mintermos (soma de produtos) ou Maxtermos (produto de somas).
 - Escolheremos Mintermos.

Tabela Verdade					
L	A	B	C	F	Mintermos
0	0	0	0	0	$A'B'C'$
1	0	0	1	0	$A'B'C$
2	0	1	0	1	$A'BC'$
3	0	1	1	1	$A'BC$
4	1	0	0	0	$AB'C'$
5	1	0	1	0	$AB'C$
6	1	1	0	1	ABC'
7	1	1	1	0	ABC

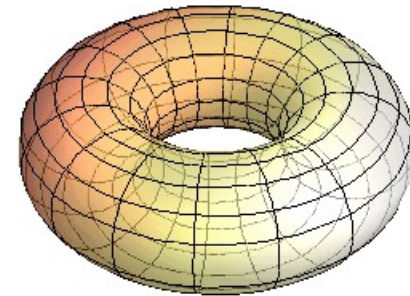
$$F(A,B,C) = A'BC' + A'BC + ABC'$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$

Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.
 - Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.
 - Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potência de 2).
 - O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.
 - Toróide.**
 - Se duas posições adjacentes possuem valor 1:
 - Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.



Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.

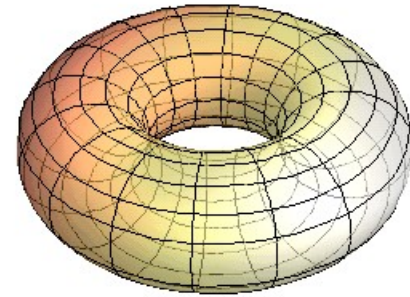
- Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.

- Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potencia de 2).
- O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.

–Toróide.

- Se duas posições adjacentes possuem valor 1:

- Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.



		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + AB\bar{C}$

Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.

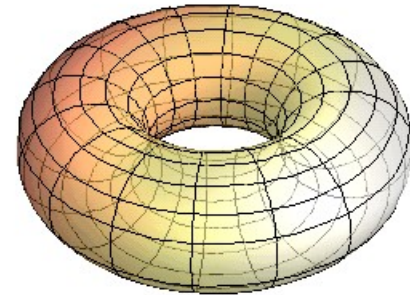
- Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.

- Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potencia de 2).
- O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.

–Toróide.

- Se duas posições adjacentes possuem valor 1:

- Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.



		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + AB\bar{C}$

Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.

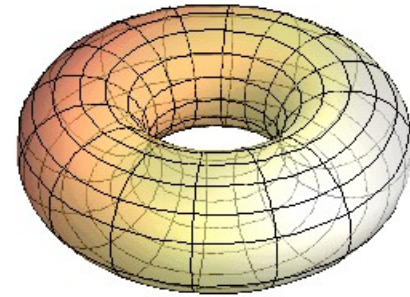
- Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.

- Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potencia de 2).
- O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.

–Toróide.

- Se duas posições adjacentes possuem valor 1:

- Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.



		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$

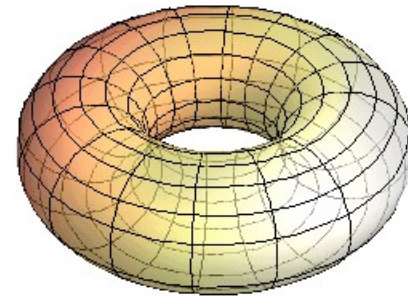
Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.

- Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.

- Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potencia de 2).
- O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.

–Toróide.



- Se duas posições adjacentes possuem valor 1:

- Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$

 $\rightarrow A'BC' + A'BC = A'B$

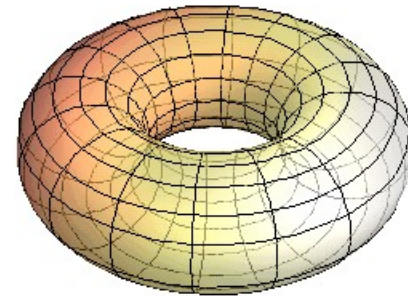
Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.

- Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.

- Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potencia de 2).
- O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.

–Toróide.




- Se duas posições adjacentes possuem valor 1:

- Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + ABC\bar{C}$

 $\rightarrow A'BC' + A'BC = \mathbf{A'B}$

 $\rightarrow A'BC' + ABC' = \mathbf{BC'}$

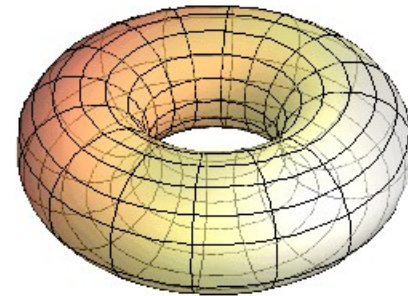
Mapas de Karnaugh

- A partir do Mapa de Karnaugh é possível escrever uma expressão equivalente mais simples.

- Quaisquer posições adjacentes diferem em apenas uma variável.

- Podemos agrupar 2, 4, 8, ou até 16 posições adjacentes (potencia de 2).
- O conceito de adjacência inclui um giro em torno das extremidades do mapa.

—Toróide.



- Se duas posições adjacentes possuem valor 1:

- Podemos combinar os dois termos, eliminando a variável que difere.

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	1
	1				1

(b) $F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + ABC\bar{C}$

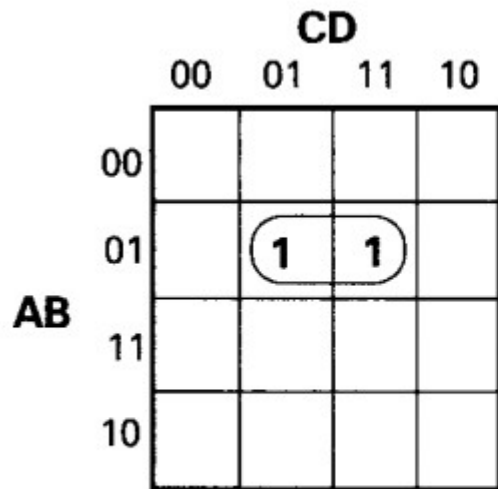
$\text{blue oval} \rightarrow A'BC' + A'BC = \mathbf{A'B}$

$\text{red oval} \rightarrow A'BC' + ABC' = \mathbf{BC'}$

$F = A'BC' + A'BC + ABC' = \mathbf{A'B + BC'}$

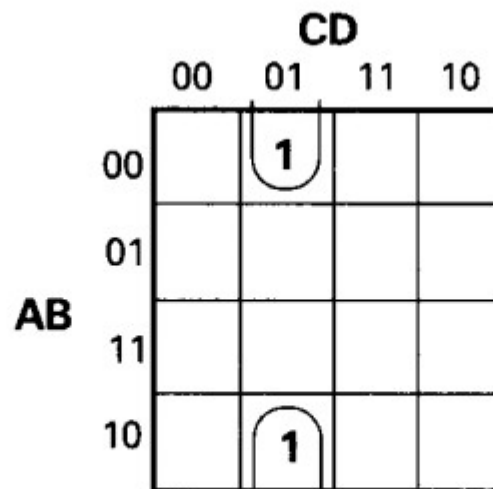
Mapas de Karnaugh

- 2 posições adjacentes em um Mapa de Karnaugh



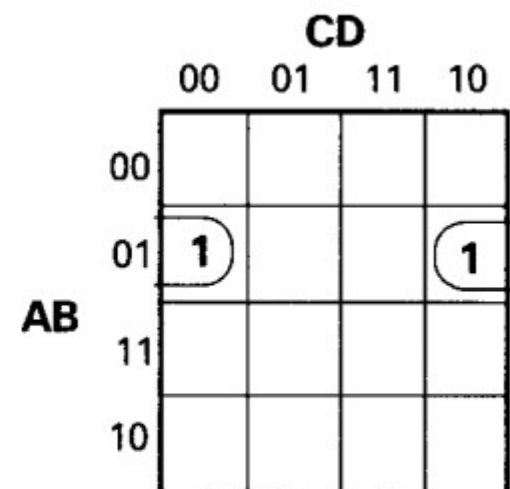
(a) $\overline{A}BD$

$$F = A'BC'D + A'BCD$$



(b) $\overline{B}\overline{C}D$

$$F = A'B'C'D + AB'C'D$$

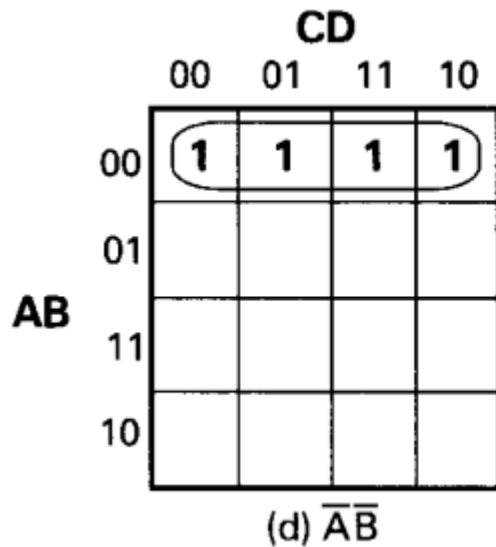


(c) $\overline{A}B\overline{D}$

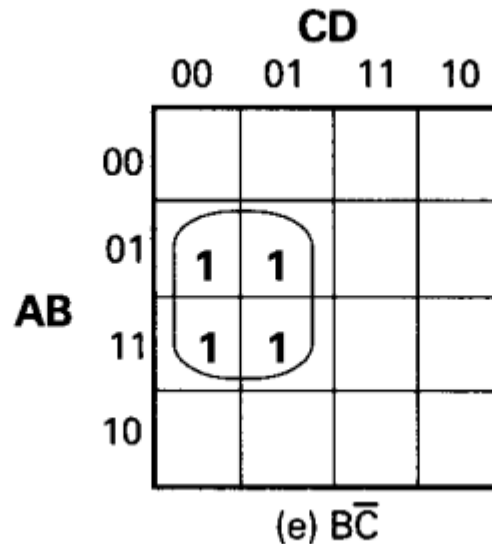
$$F = A'BC'D' + A'BCD'$$

Mapas de Karnaugh

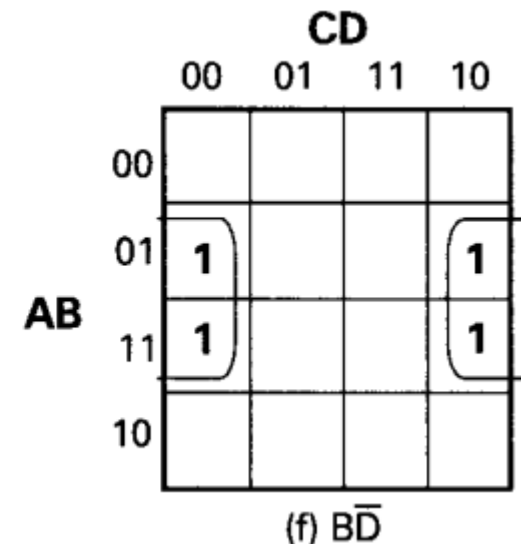
- 4 posições adjacentes em um Mapa de Karnaugh



$$F = A'B'C'D' + A'B'C'D + A'B'CD + A'B'CD'$$



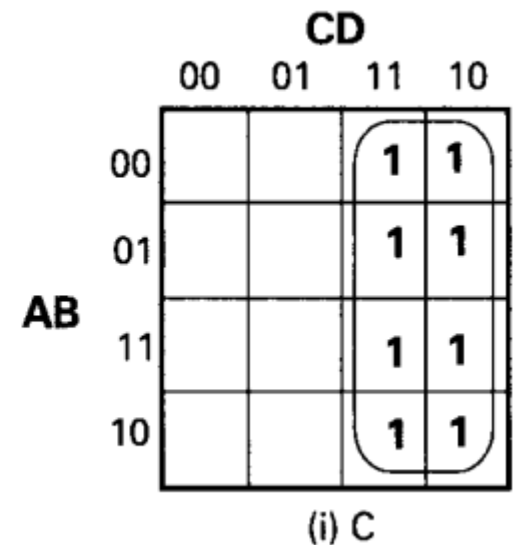
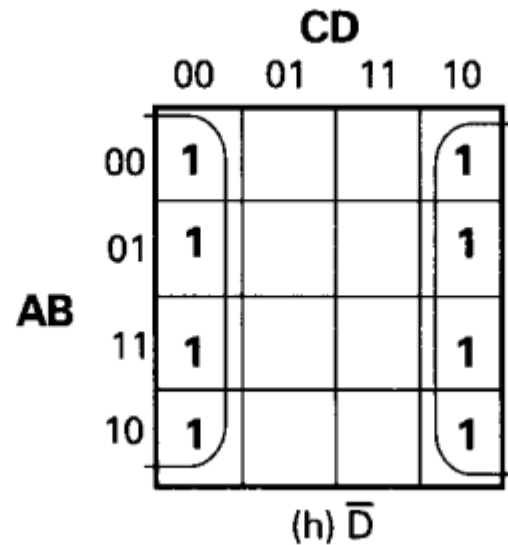
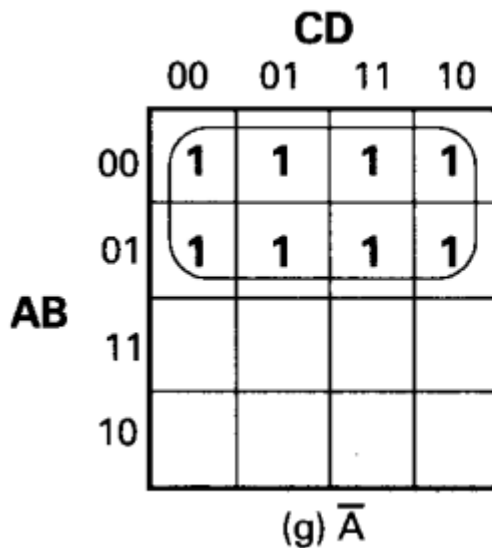
$$F = A'BC'D' + A'BC'D + ABC'D' + ABC'D$$



$$F = A'BC'D' + A'BC'D + ABC'D' + ABCD'$$

Mapas de Karnaugh

- 8 posições adjacentes em um Mapa de Karnaugh



Mapas de Karnaugh

- As regras para a simplificação:
 - Selecione o maior bloco possível (1, 2, 4 ou 8 posições) composto exclusivamente por posições com valor 1.
 - **Contorne esses blocos.**

Mapas de Karnaugh

- As regras para a simplificação:
 - Selecione o maior bloco possível (1, 2, 4 ou 8 posições) composto exclusivamente por posições com valor 1.
 - **Contorne esses blocos.**
 - Continue selecionando blocos de posições marcadas, que sejam tão grandes quanto possível.
 - **Contorne os blocos.**

Mapas de Karnaugh

- As regras para a simplificação:
 - Selecione o maior bloco possível (1, 2, 4 ou 8 posições) composto exclusivamente por posições com valor 1.
 - **Contorne esses blocos.**
 - Continue selecionando blocos de posições marcadas, que sejam tão grandes quanto possível.
 - **Contorne os blocos.**
 - Até que todas as posições marcadas estejam incluídas em pelo menos 1 contorno.

Mapas de Karnaugh

- As regras para a simplificação:
 - Selecione o maior bloco possível (1, 2, 4 ou 8 posições) composto exclusivamente por posições com valor 1.
 - **Contorne esses blocos.**
 - Continue selecionando blocos de posições marcadas, que sejam tão grandes quanto possível.
 - **Contorne os blocos.**
 - Até que todas as posições marcadas estejam incluídas em pelo menos 1 contorno.
 - O número de blocos contornados deve ser o menor possível.

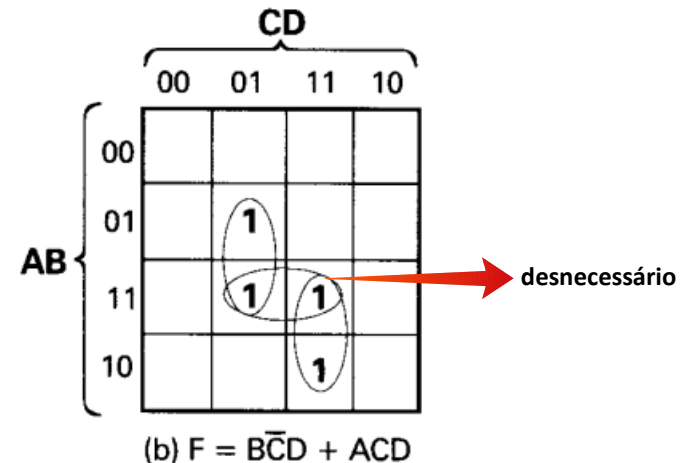
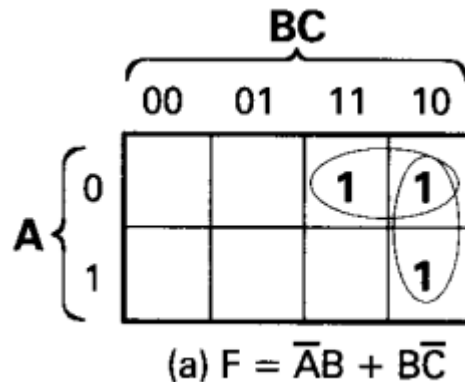
Mapas de Karnaugh

- As regras para a simplificação:
 - Selecione o maior bloco possível (1, 2, 4 ou 8 posições) composto exclusivamente por posições com valor 1.
 - **Contorne esses blocos.**
 - Continue selecionando blocos de posições marcadas, que sejam tão grandes quanto possível.
 - **Contorne os blocos.**
 - Até que todas as posições marcadas estejam incluídas em pelo menos 1 contorno.
 - O número de blocos contornados deve ser o menor possível.
 - Uma posição pode pertencer a mais de 1 contorno diferente.

Mapas de Karnaugh

- As regras para a simplificação:
 - Selecione o maior bloco possível (1, 2, 4 ou 8 posições) composto exclusivamente por posições com valor 1.
 - **Contorne esses blocos.**
 - Continue selecionando blocos de posições marcadas, que sejam tão grandes quanto possível.
 - **Contorne os blocos.**
 - Até que todas as posições marcadas estejam incluídas em pelo menos 1 contorno.
 - O número de blocos contornados deve ser o menor possível.
 - Uma posição pode pertencer a mais de 1 contorno diferente.

Exemplos:



Mapas de Karnaugh

- Em alguns casos certas combinações de valores de variáveis nunca ocorrem.
 - Portanto nunca ocorre uma saída correspondente.
 - São denominados casos “negligenciáveis”
 - *We **Don't** care.* (*Não nos nos importa*)
 - Utilizamos a letra “**d**” na posição correspondente.
 - Para a simplificação, cada “d” pode ser tratado como 1 ou como 0.
 - Escolhemos o valor que resulta na expressão mais simples.

Mapas de Karnaugh

EXEMPLO: Incrementador BCD

- Gerar uma função booleana para um circuito que soma 1 a um número BCD (4 bits). A operação é modulo 10 ($9+1 = 0$).
- Note que das possíveis entradas, 6 produzem resultado “negligenciáveis”
 - Não correspondem a dígito BCD válido. São marcados com “d”.

Incrementador BCD

Entrada					Decimal
L	A	B	C	D	
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	Casos Neglig enciáv eis
11	1	0	1	1	
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	

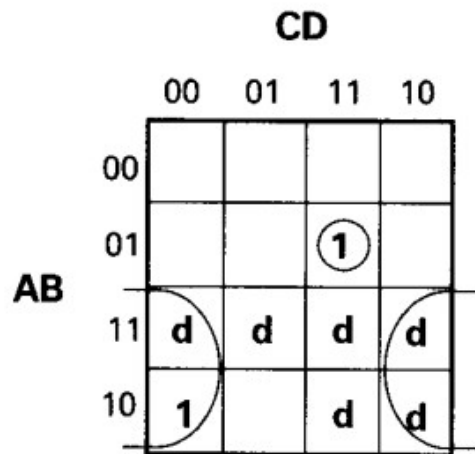
Incrementador BCD

Entrada						BCD(A,B,C,D)				
L	A	B	C	D	Decimal	W	X	Y	Z	Decimal
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	Casos Negligenciáveis	d	d	d	d	Casos Negligenciáveis
11	1	0	1	1		d	d	d	d	
12	1	1	0	0		d	d	d	d	
13	1	1	0	1		d	d	d	d	
14	1	1	1	0		d	d	d	d	
15	1	1	1	1		d	d	d	d	

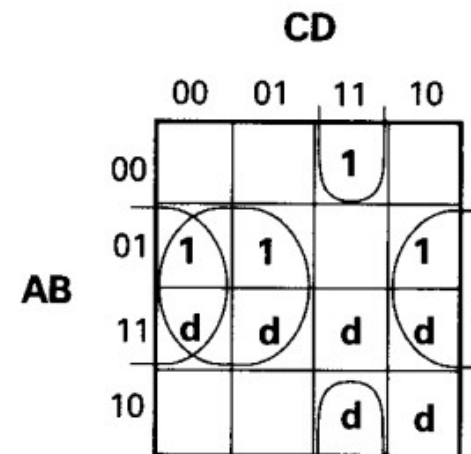
Incrementador BCD

Entrada						BCD(A,B,C,D)					F(A,B,C,D) = BCD(A,B,C,D) + 1				
L	A	B	C	D	Decimal	W	X	Y	Z	Decimal	W	X	Y	Z	Decimal
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	2
2	0	0	1	0	2	0	0	1	0	2	0	0	1	1	3
3	0	0	1	1	3	0	0	1	1	3	0	1	0	0	4
4	0	1	0	0	4	0	1	0	0	4	0	1	0	1	5
5	0	1	0	1	5	0	1	0	1	5	0	1	1	0	6
6	0	1	1	0	6	0	1	1	0	6	0	1	1	1	7
7	0	1	1	1	7	0	1	1	1	7	1	0	0	0	8
8	1	0	0	0	8	1	0	0	0	8	1	0	0	1	9
9	1	0	0	1	9	1	0	0	1	9	0	0	0	0	0
10	1	0	1	0	Casos Negligenciáveis	d	d	d	d	Casos Negligenciáveis	d	d	d	d	Casos Negligenciáveis
11	1	0	1	1		d	d	d	d		d	d	d	d	
12	1	1	0	0		d	d	d	d		d	d	d	d	
13	1	1	0	1		d	d	d	d		d	d	d	d	
14	1	1	1	0		d	d	d	d		d	d	d	d	
15	1	1	1	1		d	d	d	d		d	d	d	d	

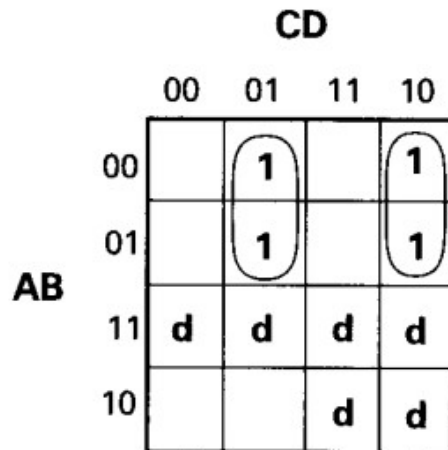
Incrementador BCD (Mapas de Karnaugh)



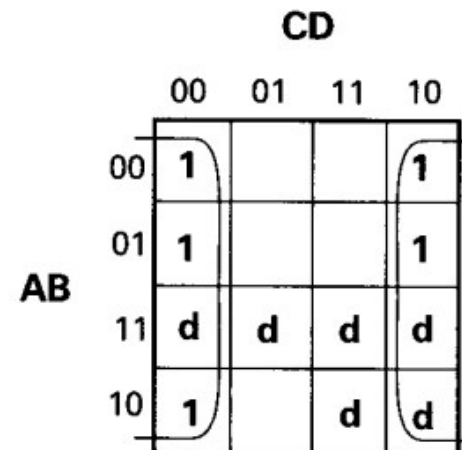
(a) $W = A\bar{D} + \bar{A}BCD$



(b) $X = B\bar{D} + B\bar{C} + \bar{B}CD$



(c) $Y = \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}C\bar{D}$



(d) $Z = \bar{D}$

Exercícios

- Escreva a função booleana representada nos mapas de karnaugh na forma de mintermos e também minimizada.

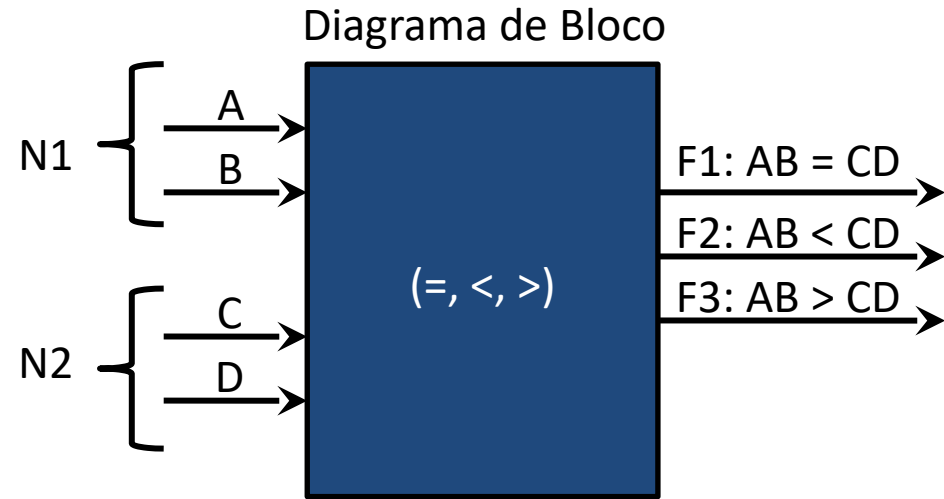
		CD			
		00	01	11	10
AB	00		1	1	
	01	1	1		1
	11	1			1
	10		1	1	

		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01	1	1	1	1
	11				
	10		1		

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	X	1
	01			1	
	11			1	1
	10	1	1	1	1

Exercícios

L	A	B	C	D	F1	F2	F3	Mintermos
0	0	0	0	0	1	0	0	$A'B'C'D'$
1	0	0	0	1	0	1	0	$A'B'C'D$
2	0	0	1	0	0	1	0	$A'B'CD'$
3	0	0	1	1	0	1	0	$A'B'CD$
4	0	1	0	0	0	0	1	$A'BC'D'$
5	0	1	0	1	1	0	0	$A'BC'D$
6	0	1	1	0	0	1	0	$A'BCD'$
7	0	1	1	1	0	1	0	$A'BCD$
8	1	0	0	0	0	0	1	$AB'C'D'$
9	1	0	0	1	0	0	1	$AB'C'D$
10	1	0	1	0	1	0	0	$AB'CD'$
11	1	0	1	1	0	1	0	$AB'CD$
12	1	1	0	0	0	0	1	$ABC'D'$
13	1	1	0	1	0	0	1	$ABC'D$
14	1	1	1	0	0	0	1	$ABCD'$
15	1	1	1	1	1	0	0	$ABCD$



- Coloque as funções F1, F2 e F3 na forma padrão de mintermos (soma de produtos).
- Represente as funções F1, F2 e F3 utilizando Mapas de karnaugh.
- Simplifique as funções booleanas.
- Represente graficamente o circuito resultante.