

Топологическая сортировка

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Топологическая сортировка — упорядочивание вершин бесконтурного ориентированного графа согласно частичному порядку, заданному ребрами орграфа на множестве его вершин.

Содержание

- Пример
 - Алгоритм Кана (1962)
 - Пример работы алгоритма
 - Алгоритм Тарьяна (1976)
 - Пример
- Применение
- См. также
- Ссылки
- Литература

Пример

Для графа $G = (\{2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11\}, \{(3, 8), (3, 10), (5, 11), (7, 11), (7, 8), (8, 9), (11, 2), (11, 9), (11, 10)\})$

существует несколько согласованных последовательностей его вершин, которые могут быть получены при помощи топологической сортировки, например:

- 7, 5, 11, 3, 8, 2, 9, 10
- 3, 7, 5, 8, 11, 10, 9, 2

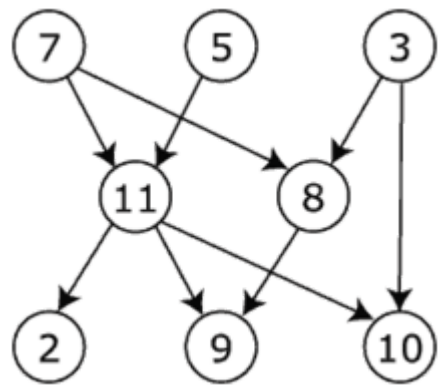
Видно, что в последовательности могут быть переставлены любые две стоящие рядом вершины, которые не входят в отношение частичного порядка *E*.

Алгоритм Кана (1962)

Один из первых алгоритмов, и наиболее приспособленный к исполнению вручную.

Пусть дан бесконтурный ориентированный простой граф $G = (V, E)$. Через $A(v), v \in V$ обозначим множество вершин таких, что $u \in A(v) \Leftrightarrow (u, v) \in E$. То есть, $A(v)$ — множество всех вершин, из которых есть дуга в вершину *v*. Пусть *P* — искомая последовательность вершин.

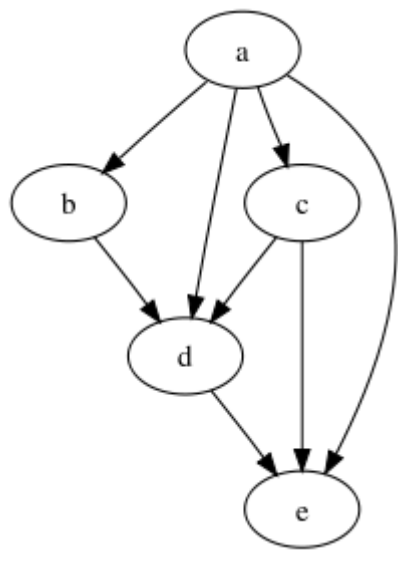
пока $|P| < |V|$
выбрать *любую* вершину *v* такую, что $A(v) = \varnothing$ и $v \notin P$
 $P \leftarrow P, v$
удалить *v* из всех $A(u), u \neq v$



Бесконтурный ориентированный граф

Наличие хотя бы одного контура в графе приведёт к тому, что на определённой итерации цикла не удастся выбрать новую вершину v .

Пример работы алгоритма



Пусть задан граф $G = \left(\{a, b, c, d, e\}, \{(a, b), (a, c), (a, d), (a, e), (b, d), (c, d), (c, e), (d, e)\} \right)$. В таком случае алгоритм выполнится следующим образом:

шаг	v	$A(a)$	$A(b)$	$A(c)$	$A(d)$	$A(e)$	P
0	—	\emptyset	a	a	a, b, c	a, c, d	\emptyset
1	a	\emptyset	\emptyset	\emptyset	b, c	c, d	a
2	c	\emptyset	\emptyset	\emptyset	b	d	a, c
3	b	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	d	a, c, b
4	d	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	a, c, b, d
5	e	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	a, c, b, d, e

На втором шаге вместо c может быть выбрана вершина b , поскольку порядок между b и c не задан.

Алгоритм Тарьяна (1976)

На компьютере топологическую сортировку можно выполнить за $O(n)$ времени и памяти, если обойти все вершины, используя поиск в глубину, и выводить вершины в момент выхода из неё.

Другими словами алгоритм состоит в следующем:

- Изначально все вершины белые.
- Для каждой вершины делаем шаг алгоритма.

Шаг алгоритма:

- Если вершина чёрная, ничего делать не надо.
- Если вершина серая — найден цикл, топологическая сортировка невозможна.
- Если вершина белая
 - Красим её в серый
 - Применяем шаг алгоритма для всех вершин, в которые можно попасть из текущей
 - Красим вершину в чёрный и помещаем в окончательный список.

Пример

Пример будет на том же графе, однако порядок, в котором выбираем вершины для обхода — c, d, e, a, b .

Шаг	Текущая	Белые	Стек (серые)	Выход (чёрные)
0	—	a, b, c, d, e	—	—
1	c	a, b, d, e	c	—
2	d	a, b, e	c, d	—
3	e	a, b	c, d, e	—
4	d	a, b	c, d	e

5	c	a, b	c	d, e
6	—	a, b	—	c, d, e
7	d	a, b	—	c, d, e
8	e	a, b	—	c, d, e
9	a	b	a	c, d, e
10	b	—	a, b	c, d, e
11	a	—	a	b, c, d, e
12	—	—	—	a, b, c, d, e
13	b	—	—	a, b, c, d, e

Применение

При помощи топологической сортировки строится корректная последовательность выполнения действий, всякое из которых может зависеть от другого: последовательность прохождения учебных курсов студентами, установки программ при помощи пакетного менеджера, сборки исходных текстов программ при помощи Makefile'ов.

Можно построить список отображения объектов в изометрической проекции зная парные порядковые отношения между объектами (какой из двух объектов должен быть прорисован раньше).

См. также

- Алгоритм Демукрона

Ссылки

- Пример алгоритма топологической сортировки на Python, C++, Pascal (<http://acm.mipt.ru/twiki/bin/view/Algorithms/TopologicalSort>)
- Топологическая сортировка при помощи поиска в глубину — реализация на C++ (http://e-maxx.ru/algo/topological_sort)
- Топологическая сортировка на Pascal за $O(n + m)$ от Никлаяса Вирта (<http://math.scu.edu/~dsmolars/ma169/mpss02/ada.html>)

Литература

- Левитин А. В.* Глава 5. Метод уменьшения размера задачи: Топологическая сортировка // Алгоритмы. Введение в разработку и анализ — М.: Вильямс, 2006. — С. 220–224. — 576 с. — ISBN 978-5-8459-0987-9
- Кормен, Т., Лейзерсон, Ч., Ривест, Р., Штайн, К.* Глава 22.4. Топологическая сортировка // Алгоритмы: построение и анализ = Introduction to Algorithms / Под ред. И. В. Красикова. — 2-е изд. — М.: Вильямс, 2005. — С. 632-635. — ISBN 5-8459-0857-4.

Источник — https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Топологическая_сортировка&oldid=97449632

Эта страница в последний раз была отредактирована 13 января 2019 в 15:14.

Текст доступен по лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike; в отдельных случаях могут действовать дополнительные условия.

Wikipedia® — зарегистрированный товарный знак некоммерческой организации Wikimedia Foundation, Inc.