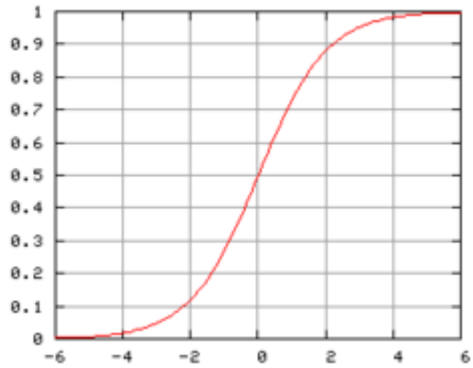
ВикипедиЯ

Сигмоида

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Сигмо́ида — это гладкая монотонная возрастающая нелинейная функция, имеющая форму буквы «S», которая часто применяется для «сглаживания» значений некоторой величины.



Логистическая кривая (сигмоида)

Часто под сигмоидой понимают логистическую функцию

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}.$$

Сигмоида ограничена двумя горизонтальными асимптотами, к которым стремится при стремлении аргумента к $\pm\infty$. В зависимости от соглашения, этими асимптотами могут быть $y = \pm 1$ (в $\pm\infty$) либо $y = 0$ в $-\infty$ и $y = +1$ в $+\infty$.

Производная сигмоиды представляет собой колоколообразную кривую с максимумом в нуле, асимптотически стремящуюся к нулю в $\pm\infty$.

Содержание

Семейство функций класса сигмоид
Применение
Нейронные сети
Логистическая регрессия
См. также
Литература
Примечания
Ссылки

Семейство функций класса сигмоид

В семейство функций класса сигмоид входят такие функции, как арктангенс, гиперболический тангенс и другие функции подобного вида.

- Функция Ферми — Дирака (экспоненциальная сигмоида):

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-2\alpha x}}, \quad \alpha > 0.$$

- Рациональная сигмоида:

$$f(x) = \frac{x}{|x| + \alpha}, \quad \alpha > 0.$$

- Арктангенс:

$$f(x) = \operatorname{arctg} x.$$

- Гиперболический тангенс:

$$f(x) = \operatorname{th} \frac{x}{\alpha} = \frac{e^{\frac{x}{\alpha}} - e^{-\frac{x}{\alpha}}}{e^{\frac{x}{\alpha}} + e^{-\frac{x}{\alpha}}}.$$

- Гладкая ступенька N-го порядка:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\int_0^1 \left(1 - u^2\right)^N du\right)^{-1} \int_0^x \left(1 - u^2\right)^N du & |x| \le 1 \\ \operatorname{sgn}(x) & |x| \ge 1 \end{cases} \quad N \ge 1$$

- Корневая сигмоида:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

- Логистическая функция:

$$f(x) = (1 + e^{-x})^{-1}.$$

- Обобщённая логистическая функция:

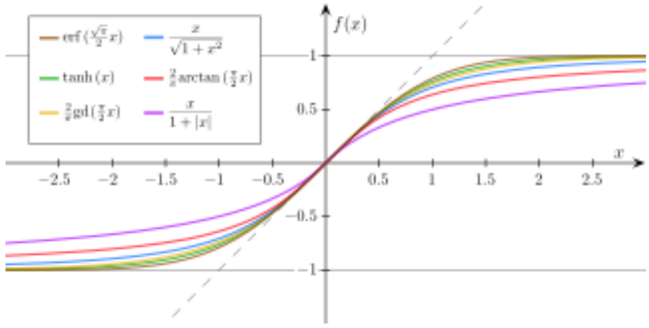
$$f(x) = (1 + e^{-x})^{-\alpha}, \quad \alpha > 0.$$

- Функция ошибок:

$$f(x) = \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt.$$

- Функция Гудермана:

$$f(x) = \operatorname{gd} x = \int_0^x \frac{1}{\cosh t}\, dt = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x).$$



Сравнение некоторых сигмоидных функций, нормализованных таким образом, чтобы производная в начале координат была равна 1

Применение

Нейронные сети

Сигмоида применяется в нейронных сетях в качестве функций активации, которая позволяет как усиливать слабые сигналы, так и не насыщаться от сильных сигналов[1].

Производная сигмоиды может быть легко выражена через саму функцию, что позволяет существенно сократить вычислительную сложность метода обратного распространения ошибки, сделав его применимым на практике:

$$\sigma'(x) = (1 + \sigma(x)) \cdot (1 - \sigma(x)) \text{ — для гиперболического тангенса}$$
$$\sigma'(x) = \sigma(x) \cdot (1 - \sigma(x)) \text{ — для логистической функции}$$

Логистическая регрессия

Логистическая функция $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ используется в логистической регрессии следующим образом. В ней решается задача классификации с двумя классами ($y = 0$ и $y = 1$, где y — переменная, указывающая класс объекта), и делается предположение о том, что вероятность принадлежности объекта к одному из классов выражается через значения признаков этого объекта $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (действительные числа):

$$\mathbb{P}\{y = 0 \mid x_1, \ldots, x_n\} = f(a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n) = \frac{1}{1 + \exp(-a_1 x_1 - \ldots - a_n x_n)}$$

где $a_1, \ldots, a_n$ — некоторые коэффициенты, требующие подбора, обычно, методом наибольшего правдоподобия.

Выбор именно этой функции $f(x)$ можно обосновать, рассматривая логистическую регрессию, как обобщённую линейную модель в предположении, что зависимая переменная y распределена по закону Бернулли.

См. также

- Искусственная нейронная сеть
- Перцептрон
- Модифицированный гиперболический тангенс

Литература

- *Mitchell, Tom M.* Machine Learning. — WCB–McGraw–Hill, 1997. — ISBN 0-07-042807-7.

Примечания

1. Функции активации в нейронных сетях (http://www.aiportal.ru/articles/neural-networks/activation-function.html)

Ссылки

- Сравнение быстроты нескольких программных реализаций гиперболического тангенса (http://www.neuropro.ru/memo312.shtml)
- Continuous output, the sigmoid function (http://www.computing.dcu.ie/~humphrys/Notes/Neural/sigmoid.html) (англ.).