Curso: Engenharia de Computação

Sistemas Digitais

Prof. Clayton J A Silva, MSc
clayton.silva@professores.ibmec.edu.br

Projeto de circuitos combinacionais

Forma de soma-de-produtos

Formas canônicas

- Toda expressão booleana possui uma expressão **logicamente equivalente** que pode ser escrita na forma de **disjunção (soma)** da **conjunção (produto) de termos com todas as variáveis independentes**.

- P. ex.,

$$f_1(A, B, C) = A.B + A.C + A.B.C$$
$$f_2(A, B, C) = A.\bar{B}.C + A.B.\bar{C} + A.B.C$$

f1 e *f2* são logicamente equivalentes – verificar na tabela-verdade

Formas canônicas

$$f_2(A,B,C) = \bar{A}.B.\bar{C} + A.\bar{B}.\bar{C} + A.B.C$$

- *f2* está apresentada na **forma de soma-de-produtos**
- Os termos que constituem os produtos da soma são chamados de **mintermos**.
- A segunda forma canônica é dual da soma-de-produtos, chamada de produto-de-somas, que consiste na equivalência à **conjunção** da **disjunção de termos com todas as variáveis independentes**.

Formas canônicas

- Pode-se transformar a expressão pelo uso dos teoremas de Álgebra Booleana, por sucessivas aplicações do elemento inverso

$$f_1(A,B,C) = A.B + A.C + A.B.C = A.B.(C + \bar{C}) + A.(B + \bar{B}).C + A.B.C$$
$$= A.B.C + A.B.\bar{C} + A.B.C + A.\bar{B}.C + A.B.C = A.B.\bar{C} + A.\bar{B}.C + A.B.C = f_2$$

- A expressão na forma canônica é **única**.
- **Observe que** como se tem a disjunção de produtos, *f2* será 1 quando cada um dos seus mintermos for igual a 1.

Formas canônicas

- Pode-se obter a expressão equivalente na forma de soma-de-produtos pelo uso da tabela verdade – pode ser mais simples

1. Gerar a tabela para a expressão original
2. Identificar os mintermos que resultam 1
3. Gerar a expressão equivalente ao mintermo que resulta 1
4. Escrever a expressão na forma da disjunção dos mintermos

Projetando circuitos combinacionais

Abordagem 1
projeto de circuitos combinacionais

1. Interpretar um problema, expressando-o na forma algébrica
2. Minimizar a expressão aplicando os teoremas e axiomas da Álgebra Booleana
3. Substituir as operações pelas portas lógicas equivalentes – considerar a disponibilidade

Abordagem 1
projeto de circuitos combinacionais

“Seja um circuito combinacional que controla a operação do semáforo em um cruzamento de duas avenidas. O sinal fechará quando um pedestre apertar um botão A ou quando um pedestre apertar o botão B. Obviamente se dois pedestres apertarem simultaneamente os botões, o semáforo também deverá fechar.”

Abordagem 2
projeto de circuitos combinacionais

1. Quando o nível de saída desejado é dado pelas condições de entrada possíveis, os resultados podem ser apresentados em tabela verdade

2. Extrair diretamente a expressão na sua forma canônica

3. Minimizar a expressão aplicando os teoremas e axiomas da Álgebra Booleana

4. Substituir as operações pelas portas lógicas equivalentes – considerar a disponibilidade

Abordagem 2
projeto de circuitos combinacionais

“Seja um circuito combinacional que compara dois números binários de 2 bits, A e B, gerando na saída um sinal alto (H) quando A for maior ou igual a B”

Simplificação das expressões algébricas
Mapa de Karnaugh (mapa K)

- Método gráfico para simplificar expressão booleana
- O mapa K compreende uma tabela com as variáveis de cada mintermos apresentadas nas **linhas** e **colunas**
- As **variáveis rotulam** cada linha na forma do mintermo assegurando uma adjacência lógica entre colunas e linhas adjacentes
- Cada célula do mapa K será preenchida com 1 para os mintermos pertencentes à expressão na sua forma canônica

Simplificação das expressões algébricas Mapa de Karnaugh (mapa K)

- Mapa K de 3 variáveis

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

Simplificação das expressões algébricas Mapa de Karnaugh (mapa K)

- Mapa K de 4 variáveis

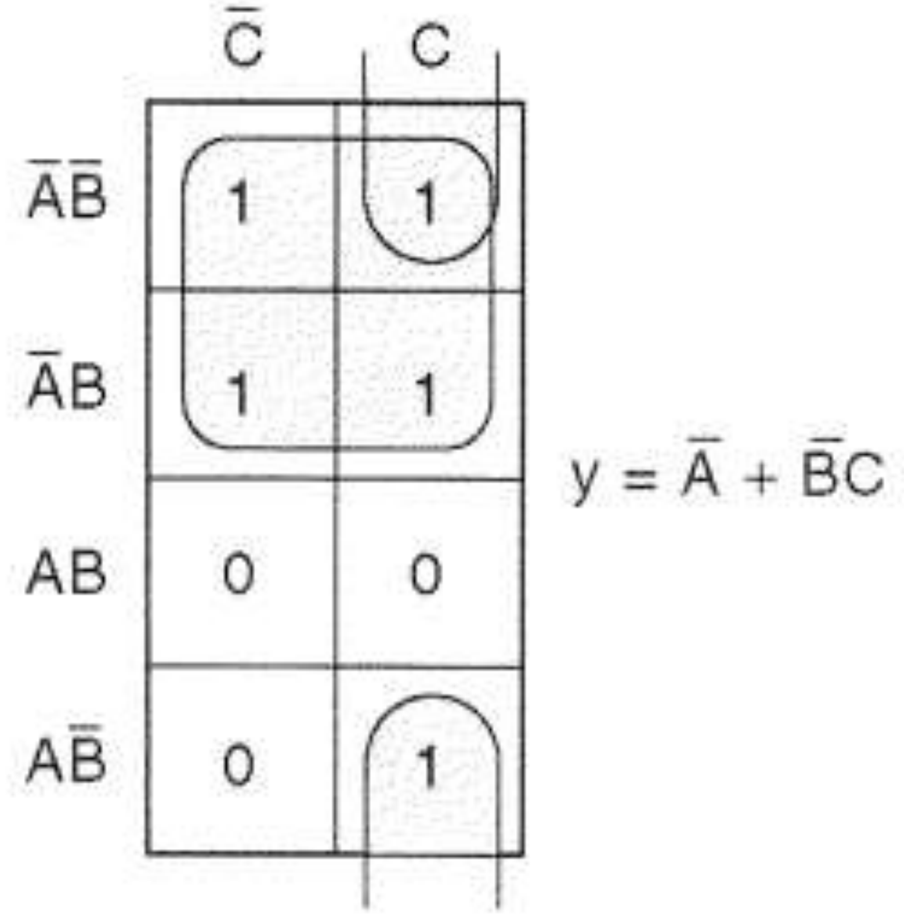
	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

Simplificação das expressões algébricas O método de mapa K

1. Construir o mapa K
2. **Agrupar** pares, quartetos ou octetos de 1s – desenhar no mapa **as maiores combinações** de 1s possíveis – pode haver interseção de grupos
3. Substituir cada grupo pela expressão equivalente, considerando somente as **variáveis que não se alteram** no grupo
4. Escrever a expressão como uma **disjunção das expressões dos grupos** obtidas
5. Incluir na expressão os 1s **isolados**, ou seja, aqueles que não puderam ser incluídos em nenhum grupo

Simplificação das expressões algébricas
O método de mapa K

- Lembre-se que as colunas e linhas da extremidade são adjacentes – ou seja, pode-se construir grupos de 1s com eles



- As expressões mínimas são logicamente equivalentes, mas podem não ser únicas, pois dependem dos grupos constituídos

- Existem problemas em que ‘não importa’ o valor da saída para certas condições de entrada: condição ***don’t care***

Simplificação das expressões algébricas O método de mapa K – *don't care*

1. Construir o mapa K, incluindo X (*don't care*) nas células
2. **Incluir X nos grupos de 1** somente se for possível constituir **maiores grupos de 1s**
3. **Desconsiderar o X** nas situações em que não contribuir para constituir grupos maiores de 1s
4. Escrever a expressão como uma **disjunção das expressões dos grupos** obtidas
5. Incluir na expressão os 1s **isolados**, ou seja, aqueles que não puderam ser incluídos em nenhum grupo

IBMEC.BR

/IBMEC

IBMEC

@IBMEC_OFICIAL

@IBMEC

Ibmec