复旦大学数学科学学院 2015~2016 学年第一学期期末考试试卷 A 卷

 课程名称:
 ___《高等数学B(I)》
 课程代码:
 ___MATH120003_

 开课院系:
 数学科学学院
 考试形式:
 闭卷_____

 姓名:
 学号:
 专业:

题 号	1	2	3	4	5	6	7	总 分
得 分								

- 1. (本题满分40分,每小题5分)计算下列各题:
- (1) 确定常数 b, 使得直线 y = 9x + b 为曲线 $y = x^3 3x$ 的切线;

(2) 求极限
$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x^2+3x+1)}{\ln(x^3+2x+1)};$$

(3) 求函数 $f(x) = (x+1)\ln(x+1)$ 的单调区间和极值;

(4) 求不定积分
$$\int \frac{x}{\sqrt{4-x^4}} dx$$
;

(6) 问反常积分 $\int_{1}^{+\infty} \frac{\cos^3 x}{(x+2e^{-3x})\sqrt{1+x}} dx$ 是否收敛? 请说明理由;

(7) 求矩阵
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -4 \\ 1 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$
的逆矩阵;

(8) 求经过原点,且与两平面 x + 2y + 3z - 13 = 0 和 3x + y - z - 1 = 0 都垂直的平面的方程。

2. (本题满分 10 分) 问方程 $2x^3 - 3x^2 + \frac{1}{2} = 0$ 有几个实根?请说明理由。

3. (本题满分 10 分) 要制作一个体积为V 的圆柱形无盖铁桶,问如何确定其底面半径和高才能用料最省?

- 4. (本题满分 10 分) 设函数 f 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有连续二阶导数,且满足方程 $x\,f'(x)=f(x)+140x^6\;.$
 - (1) 求 f(x) 的表达式;
 - (2) 问曲线 y = f(x) 是否有拐点?请说明理由。
- (3) 是否存在函数 f ,它在开区间 (0,1) 上大于零,并满足上面的方程,且曲线 y=f(x) ($x\in[0,1]$)与直线 x=1和 y=0 所围的图形 D 的面积为 2 ? 请说明理由。

5. (本题满分 10 分)证明: 当x>0时成立

$$\ln(1+x) > x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4$$
.

6. (本题满分 10 分) 证明:
$$\int_0^1 \left(1+\sin\frac{\pi}{2}x\right)^n dx > \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$$
 ($n=1,2,\cdots$);

(2) 求极限
$$\lim_{n\to\infty} \left[\int_0^1 \left(1 + \sin \frac{\pi}{2} x \right)^n dx \right]^{\frac{1}{n}}$$
。

- 7. (本题满分 10 分)设过点(-1, c, c)的直线 L 的方程为 $\begin{cases} cx+y+z=c,\\ x-cy+cz=-1, \end{cases}$ 其中 c 为实数。
 - (1) 求直线 L 的对称式方程;
- (2) 当c连续变化时,L随之移动而生成曲面 Σ ,求曲面 Σ 与平面z=t的交线的方程,其中t为常数;
 - (3) 求由曲面 Σ , 平面z=0和z=1所围立体的体积。