CORRECTION TD 1

Exercice 2 : ARCH model avec processus ARMA

$$y_t = 0.007 + 0.792\,(y_{t-1} - 0.007) - 0.342\,\epsilon_{t-1} + 0.245\,\epsilon_{t-4} + \epsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = 0.204\,\epsilon_{t-1}^2 + .695\,\sigma_{t-1}^2$$

Exercice 3 : Asymmetric effects (hausse/baisse)—EGARCH model

$$\ln(\sigma_t^2) = -1.49 + .406\,z_{t-1} + .247\,\left(|z_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}\,\right) + .842\,\ln(\sigma_{t-1}^2)$$

$$\boxed{\begin{gathered} y_t = \beta X_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \nu_t \sqrt{h_t} \\ \log(h_t) = \alpha_0 + a_1 \nu_{t-1} + b_1\left(|\nu_{t-1}| - E\left[|\nu_{t-1}|\right]\right) + \beta_1 \log(h_{t-1}) \end{gathered}}$$

Le coefficient b_1 mesure l'effet d'amplitude du terme d'erreur passé.
Le coefficient a_1 capte l'effet du signe de l'erreur.
Ici a1 vaut .406 et b1=.247

Tous les coefficients significatifs. C'est une indication forte pour un effet de levier. Le coefficient positif L1.earch (.406) implique que les innovations positives (augmentations de prix imprévues) sont plus déstabilisantes que les innovations négatives. Cet effet est plus grand que l'effet symétrique L1.earch_a (0.247).

Exercice 4 : Asymmetric power ARCH model (avec loi normale)

The APARCH model implies that the forecast of the conditional volatility raised to the power $\hat{\delta}$ at time $T+h$ is:

$$\widehat{\sigma}_{T+h}^{\hat{\delta}} = \widehat{\omega} + \widehat{\sigma}_{T+h-1}^{\hat{\delta}} \left\{ \widehat{\alpha} \mathbb{E}_T \left[\left(|z_{T+h-1}| - \hat{\gamma} z_{T+h-1} \right)^{\hat{\delta}} \right] + \widehat{\beta} \right\}$$

where under our assumptions about z_t,

$$\mathbb{E}_T \left[\left(|z_{T+h-1}| - \hat{\gamma} z_{T+h-1} \right)^{\hat{\delta}} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[(1+\hat{\gamma})^{\hat{\delta}} + (1-\hat{\gamma})^{\hat{\delta}} \right] 2^{\frac{\hat{\delta}-1}{2}} \Gamma \left(\frac{\hat{\delta}+1}{2} \right)$$

And so, by applying the above formula iteratively, we can forecast conditional volatility (to the power $\hat{\delta}$) for any horizon h.

APARCH vs. GARCH

The power of the APARCH model comes from the fact that it nests many of the other volatility models used by V-Lab. For example, we can obtain the following volatility models as restrictions of parameters of the APARCH model:

- $\mathrm{ARCH}(1)$ model - set $\delta = 2, \gamma = 0, \beta = 0$
- $\mathrm{GARCH}(1, 1)$ model - set $\delta = 2, \gamma = 0$
- $\mathrm{GJR\text{-}GARCH}(1, 1)$ model - set $\delta = 2$

This feature of APARCH models is especially useful when conducting hypothesis tests concerning the specification of volatility.

APARCH(p,q)

The specific model just described can be generalized to account for more lags in the conditional volatility specification. An $\mathrm{APARCH}(p, q)$ model assumes that:

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \left(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i} \right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^{\delta}$$

The best model (p and q) can be chosen, for instance, by Bayesian Information Criterion (BIC), also known as Schwarz Information Criterion (SIC), or by Akaike Information Criterion (AIC). The former tends to be more parsimonious than the latter. V-Lab uses $p = 1$ and $q = 1$ though, because this is usually the option that best fits financial time series.

Le modèle ajusté démontre une grande asymétrie, avec un L1.aparch e négatif (-.3645) indiquant que le marché réagit avec beaucoup plus de volatilité à des baisses (mauvaises nouvelles) qu'à de bonne nouvelle.

Exercice 5 : ARCH model with nonnormal errors

Les coefficients ARMA et ARCH sont similaires à ceux que nous avons obtenus avec des erreurs distribuées normalement,

Le terme de puissance est maintenant plus proche de 1.
Le paramètre de forme estimé pour la distribution d'erreur généralisée est 1.42,
Puisque le paramètre « shape » est inférieur à 2, la distribution des erreurs est différentes d'une loi normale.
