CHAPITRE 3 : LA MODELISATION VAR

Section 1 : Définition

Nous nous intéressons maintenant aux séries temporelles multivariées. Les modèles VAR (Vectoriels AutoRégressifs) sont une autre alternative aux modèles à équations simultanées.

Ces derniers reposent entièrement sur la théorie économique et de par leur construction (différence entre la forme structurelle et la forme réduite) on a pu constater que leurs qualités prédictives sont médiocres. De plus on a remarqué que les équations de comportement de base de la théorie keynésienne (fonction de consommation, taux de chômage…) n'étaient plus trop adéquates pour modéliser convenablement l'époque actuelle (1970-1980). Il y a donc eu une remise en cause des fondements-mêmes de la Théorie économique.

Tous ces arguments ont poussé les économétres vers des systèmes d'équations moins structurés pour effectuer des prévisions. De ce fait la modélisation VAR a vu le jour. Ce n'est pas seulement la forme des équations qui a changé mais également les variables contenues dans les équations : il n'y a plus de variables exogènes, que des variables endogènes retardées dans le membre de droite de l'équation.

Pour résumer :

Les modèles VAR ont été développé :

- Pour analyser et prévoir des grandeurs économiques,
- Pour déterminer les effets d'un changement de politique économique (grâce aux fonctions de réactions à un choc (impulse fonctions)).

Ce sont des modèles simples sans fondement théorique, aussi bon voire meilleurs que les gros systèmes. !!!

1. Ecriture d'un modèle VAR

Exemple d'un modèle VAR(p) à deux variables et 2 retards ($VAR(2)_2$) :

$$\begin{cases} y_{1t} = a_1^0 + a_{11}^1 y_{1t-1} + a_{12}^1 y_{1t-2} + a_{11}^2 y_{2t-1} + a_{12}^2 y_{2t-2} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = a_2^0 + a_{21}^1 y_{1t-1} + a_{22}^1 y_{1t-2} + a_{21}^2 y_{2t-1} + a_{22}^2 y_{2t-2} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

NB : a^1_{11}

L'exposant (1) représente la 1^er^ variable

L'indice 11 représente la première équation et le 1^er^ retard.

Il y a 12 paramètres à estimer (10 coefficients et 2 variances des résidus).
Les résidus peuvent être supposés corrélés ou non corrélés.

Plus simplement :

$$\begin{cases} y_{1t} = cst_1 + a_1 y_{1t-1} + b_1 y_{1t-2} + c_1 y_{2t-1} + d_1 y_{2t-2} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = cst_2 + a_2 y_{1t-1} + b_2 y_{1t-2} + c_2 y_{2t-1} + d_2 y_{2t-2} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

2. Propriétés

Par analogie aux processus AR(p), un processus VAR est toujours inversible, il est stationnaire quand les racines de son polynôme sont à l'extérieur du cercle unité.

NB : de ce fait on ne doit travailler qu'avec des variables stationnaires.

Section 2: L’estimation d’un modèle VAR

1. Les méthodes d’estimation

Dans le cas où les résidus ne sont pas autocorrélés la méthode d’estimation adéquate est la méthode des OLS appliquée sur chaque équation indépendamment les unes des autres.

Dans le cas où les résidus sont autocorrélés la méthode d’estimation adéquate est la méthode des GLS appliquée sur chaque équation indépendamment les unes des autres.

2. La détermination du nombre de retards

Le seul inconnu dans un modèle VAR c'est le choix du nombre de retards. Plus le nombre de retards est important plus la taille d'échantillon doit être grande, or nous savons que la taille est limitée sur des données macroéconomiques). De ce fait comment résoudre le problème suivant : plus il y a de retards, plus la prévision est meilleure, plus les degrés de liberté augmentent entraînant une perte d'efficience des estimateurs…à taille d'échantillon constant ?

Nous devons rechercher le nombre de retards optimal pour le VAR(p) de la manière suivante :

1) choisir un retard p maximum plausible, (ex 5) ;
2) estimer par OLS chaque équation en commençant par le plus <u>fort</u> retard (ici 5) ;
3) calculer et sauvegarder le critère de Akaike (par exemple),
4) refaire 2) et 3) avec le retard 4 puis 3 puis 2 puis 1 ;
5) retenir le nombre de retard qui <u>minimise</u> le critère AIC.

Pour se faire une idée du problème : soit 5 variables (i.e. 5 équations) et 3 retards. Nous devons estimer : 17*5 = 85 coefficients. La taille d'échantillon doit être supérieur à ce nombre.

Section 3 : La prévision dans un modèle VAR

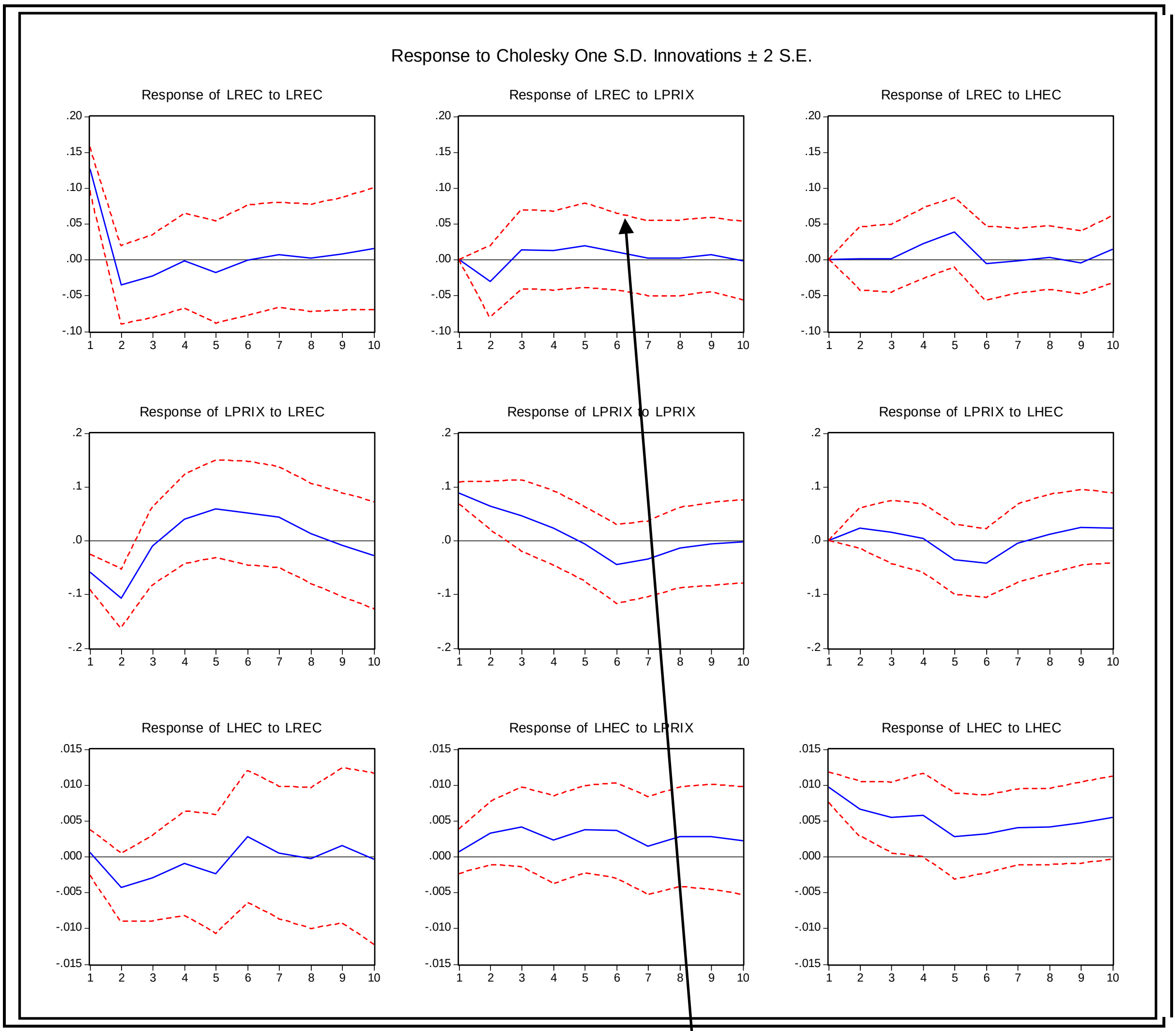
La prévision en T+1 s'obtient tout simplement en faisant tourner le modèle équation par équation. On obtiendra des prévisions ponctuelles. On peut aussi faire des prévisions par intervalles de confiances.

$$\begin{cases} y_{1t+1} = cst_1 + a_1 y_{1t} + b_1 y_{1t-1} + c_1 y_{2t} + d_1 y_{2t-1} \\ y_{2t+1} = cst_2 + a_2 y_{1t} + b_2 y_{1t-1} + c_2 y_{2t} + d_2 y_{2t-1} \end{cases}$$

Section 4 : Fonctions de réponses impulsionnelles

Nous allons plus loin qu'une simple prévision, on va étudier le comportement dynamique des deux équations à la suite d'un choc, principalement par l'étude d'un graphique. Concrétement, pour provoquer un choc ponctuel sur le système, on change un des ε_t , pour une période, et on le fait ensuite revenir à zéro. Le chemin par lequel les variables reviennent à leur équilibre est appelé la réaction à un choc (impulse fonction) du VAR.

Exemples de simulation :



Commentaire du graphique 2 :

Une augmentation des prix entraîne :

- **une baisse des récoltes pendant 2 ans**
- **une augmentation des récoltes de [3 à 7] an,**
- **se stabilise ensuite.**

Section 5 : La modélisation ARMAX (ou VARMA)

$$\begin{cases} y_{1t} = cst_1 + a_1 y_{1t-1} + b_1 y_{1t-2} + c_1 y_{2t-1} + d_1 y_{2t-2} + \varepsilon_{1t} + e_1 \varepsilon_{1t-1} + f_1 \varepsilon_{1t-2} \\ y_{2t} = cst_2 + a_2 y_{1t-1} + b_2 y_{1t-2} + c_2 y_{2t-1} + d_2 y_{2t-2} + \varepsilon_{2t} + e_2 \varepsilon_{2t-1} + f_2 \varepsilon_{2t-2} \end{cases}$$

C'est un VARMA(2,2). Les conditions de stationnarité (inversibilité) sont analogues à celles d'un processus ARMA(2,2) univarié :

- un processus VAR est toujours <u>inversible</u>, il est <u>stationnaire</u> quand les racines de son polynôme sont à l'extérieur du cercle unité,

- un processus VMA est toujours <u>stationnaire</u>, il est <u>inversible</u> quand les racines de son polynôme sont à l'extérieur du cercle unité.