INE 6006 – Métodos Estatísticos - Lista de exercícios 3 – Estimação de parâmetros e Testes de Hipóteses

### **ENTREGA EM 12/06/2018**

Considere que o arquivo com os dados usados na Lista de Exercícios 2, referente aos alunos da universidade TYU seja a POPULAÇÃO da sua pesquisa. Desta população você irá retirar amostras aleatórias para resolver os problemas a seguir. O relatório com as respostas deverá ser entregue IMPRESSO com todas as tabelas, medidas e gráficos julgados convenientes, produzidos através do R, Excel, GPower ou qualquer outro aplicativo. As amostras coletadas devem ser enviadas por email ao professor, devidamente identificadas com os nomes dos alunos e nomes das variáveis. Recomenda-se que antes de qualquer procedimento **remova todas as linhas com dados perdidos**.

## <u>Primeira parte – Distribuição Amostral da Média</u>

- 1) Usando qualquer aplicativo que considere apropriado proceda a retirada de 1000 amostras aleatórias da variável **Renda** (primeiramente exclua as linhas com dados perdidos), com os seguintes tamanhos: 4, 16, 64 e 256 elementos. Com base nos resultados encontrados responda os itens a seguir:
  - a) Pelo teorema central do limite admite-se que o valor esperado da média amostral seja a média populacional que se pretende estimar, e eles serão tão mais próximos à medida que aumenta o tamanho da amostra. Isso é confirmado pelos resultados obtidos nas amostras? JUSTIFIQUE.
  - b) Além do que foi dito acima, admite-se que o desvio padrão das médias amostrais será igual ao desvio padrão populacional dividido pela raiz quadrada do tamanho da amostra, e eles serão tão mais próximos à medida que aumenta o tamanho da amostra. As amostras retiradas confirmam essa afirmação? JUSTIFIQUE.
  - c) Outra característica muito importante do teorema central do limite é que a distribuição amostral da média será cada vez mais próxima de uma distribuição normal, à medida que o tamanho da amostra aumenta, independentemente da forma da distribuição da variável na população. Sabe-se que a variável Renda não tem distribuição normal na população. Os resultados das amostras corroboram esta afirmação (usem os gráficos apropriados²). JUSTIFIQUE.
  - d) Obtenha os intervalos de 95% de confiança para as 1000 amostras de cada tamanho. Construa gráficos apropriados para mostrá-los. Analisando os gráficos, o que você pode concluir sobre a precisão dos intervalos à medida que aumenta o tamanho de amostra? JUSTIFIQUE.

# <u>Segunda parte – Análise da variável Nota no ENEM</u>

- 2) Há uma grande preocupação em estimar o comportamento da variável **Nota no ENEM** dos alunos, de maneira a caracterizar melhor seu o perfil. Alguém da universidade sugeriu que você retirasse uma amostra de 25 alunos e registrasse os valores de Nota no ENEM<sup>3</sup>. Considere que a variância populacional de Nota no ENEM é DESCONHECIDA. Com base nos resultados encontrados responda os itens a seguir (lembre-se de excluir inicialmente as linhas com dados perdidos).
  - a) Construa um gráfico de probabilidade normal para os valores da amostra.
    - a.1 É possível considerar que os dados provêm de uma população com distribuição normal? JUSTIFIQUE.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Pode ser feito através do suplemento de dados do Excel. Maiores detalhes no vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=zkoMzbuYudI&t=1s

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Podem ser feitos através do Microsoft Excel. Maiores detalhes no vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=HRhKR30en70

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A amostragem também pode ser realizada através do Microsoft Excel. Maiores detalhes no vídeo: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=g4XFcUv\_5NE">https://www.youtube.com/watch?v=g4XFcUv\_5NE</a>

- a.2 Com base na resposta da letra a.1 você recomendaria a utilização de técnicas como Intervalo de confiança e teste paramétrico de média? JUSTIFIQUE.
- b) Independente dos resultados da letra a), encontre o intervalo de 95% de confiança para a média populacional da Idade dos hóspedes. Interprete o resultado.
- c) Independente dos resultados da letra a), qual seria o tamanho mínimo de amostra necessário para obter um intervalo de 95% de confiança para a média populacional da Nota no ENEM, com uma precisão de 5 pontos? A amostra coletada é suficiente? JUSTIFIQUE.
- d) Independente dos resultados da letra a), a direção da TYU acredita que a média de Nota no ENEM dos alunos é maior do que 450 pontos, por pesquisas anteriores. Aplicando o teste estatístico apropriado, os dados confirmam isso, a 5% de significância? JUSTIFIQUE.
- e) Analise o intervalo de confiança da letra b). Os limites encontrados corroboram os resultados encontrados na letra d)? JUSTIFIQUE.
- f) Independente dos resultados da letra a), suponha 5% de significância e o desvio padrão amostral como boa estimativa do desvio padrão populacional. Se a média real da Nota no ENEM fosse de 470 pontos, qual seria o poder do teste? Você acha o valor aceitável? JUSTIFIQUE.
- g) Independente dos resultados da letra a), qual deveria ser o tamanho mínimo de amostra para detectar com 95% de probabilidade que a média da Nota no ENEM dos alunos é igual a 470 pontos. Suponha 5% de significância e o desvio padrão amostral como boa estimativa do desvio padrão populacional. A amostra coletada é suficiente? JUSTIFIQUE.

#### Terceira parte – Análise da variável Turno

- 3) Há interesse em avaliar a **Turno** dos alunos. Retire uma amostra aleatória de 200 elementos (novamente, primeiramente exclua as linhas com dados perdidos). Registre a proporção amostral de alunos do turno Integral e responda os itens a seguir:
  - a) É possível aproximar a distribuição amostral da proporção por uma normal para cálculo do intervalo de confiança da proporção de alunos do turno Integral? JUSTIFIQUE.
  - b) Independente dos resultados da letra a), encontre o intervalo de 95% de confiança para a proporção populacional de alunos do turno Integral. Interprete o resultado.
  - c) Independente dos resultados da letra a), qual seria o tamanho mínimo de amostra para obter um intervalo de 95% para a proporção populacional de alunos do turno Integral com uma precisão de 5%. A amostra coletada é suficiente? JUSTIFIQUE.
  - d) Independente dos resultados da letra a), qual seria o tamanho mínimo de amostra para obter um intervalo de 95% para a proporção populacional de alunos do turno Integral com uma precisão de 5%, se você não pudesse ter tirado a amostra piloto?
  - e) Um colega seu acredita que a proporção de alunos do turno Integral é menor do que 35% (0,35) e você não.
    - e.1 É possível aproximar a distribuição amostral da proporção por uma normal para a realização de teste de hipóteses da proporção de alunos do turno Integral? JUSTIFIQUE.
  - f) Independente dos resultados do item e.1, aplicando o teste de hipóteses apropriado a 5% de significância o seu colega está certo? JUSTIFIQUE.
  - g) Analise o intervalo de confiança da letra b). Os limites encontrados corroboram os resultados encontrados na letra f)? JUSTIFIQUE.
  - h) Independente dos resultados do item e.1, se a proporção real de alunos do turno Integral fosse igual a 33% (0,33) qual seria o poder do teste? Você acha o valor aceitável? JUSTIFIQUE.
  - i) Independente dos resultados do item e.1, qual deveria ser o tamanho mínimo de amostra para detectar com 95% de probabilidade que a proporção populacional de alunos do turno Integral é igual a 0,33. Use 5% de significância. A amostra coletada é suficiente? JUSTIFIQUE.

## Quarta parte – Análise da variável Renda em função da variável Opinião

- 4) Há interesse em avaliar a **Renda** dos alunos em função da sua **Opinião** sobre o curso. Mas contrariando a prática usual resolveu-se agrupar os valores de Opinião, criando uma nova variável OpiniãoC, na qual os valores Muito insatisfeito, Insatisfeito e Indiferente passarão a ser INSATISFEITO e os valores Satisfeito e Muito satisfeito passarão a ser SATISFEITO.
  - a) Crie a nova variável OpiniãoC, recodificando a variável Opinião<sup>4</sup> (novamente, primeiramente exclua as linhas com dados perdidos).
  - b) Classifique o arquivo de dados em função dos valores de OpiniãoC<sup>5</sup>.
  - c) Retire uma amostra aleatória de 15 rendas de alunos com Opinião CINSATISFEITO.
  - d) Retire uma amostra aleatória de 15 rendas de alunos com OpiniãoC SATISFEITO.
  - e) SUPONHA que as rendas são provenientes de uma distribuição normal, e que as variâncias populacionais são DESCONHECIDAS.
    - e.1 Obtenha os intervalos de 95% de confiança para as médias das rendas com OpiniãoC INSATISFEITO e SATISFEITO. Interprete os resultados.
    - e.2 Com base nos resultados do item e.1 há evidência de que as médias das rendas são diferentes entre alunos com OpiniãoC INSATISFEITO e SATISFEITO? JUSTIFIQUE.
    - e.3 Aplique o teste de hipóteses apropriado e verifique se há indicação de diferença entre as variâncias de rendas de alunos com OpiniãoC INSATISFEITO e SATISFEITO. Use 5% de significância.
    - e.4 Com base nos resultados do item e.3, aplique o teste de hipóteses apropriado e verifique se há evidência de que as médias das rendas são diferentes entre alunos com Opinião CINSATIFEITO e SATISFEITO. Use 5% de significância.
    - e.5 Compare os resultados dos itens e.2 e e.4. Eles chegam à mesma conclusão sobre a diferença entre as médias? JUSTIFIQUE.
    - e.6 Calcule o poder do teste para as seguintes diferenças entre as médias das rendas (em desvios padrões) dos alunos com OpiniãoC INSATISFEITO e SATISFEITO:
    - -3 -2,5 -2 -1,5 -1 -0,5 0,5 1,0 1,5 2 2,5 3 Use 5% de significância. Use como estimativa do desvio padrão populacional o desvio agrupado calculado a partir dos desvios padrões e tamanho de cada subgrupo no teste de diferença de médias do item e.4.
    - e.7 Repita o item e.6 para tamanhos de amostra 20, 30 e 60 elementos em cada grupo, supondo que o desvio padrão agrupado permanece o mesmo). Construa um gráfico com os valores de média e poder do teste para os diferentes tamanhos de amostra (curva característica de operação). Analise os resultados e recomende qual seria o tamanho de amostra mais apropriado conciliando poder do teste e economia na amostragem. JUSTIFIQUE.

Professor Marcelo Menezes Reis, 24/04/2018

<sup>5</sup> Veja como realizar isso no Microsoft Excel no vídeo: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=4Bz8U\_E2\_40">https://www.youtube.com/watch?v=4Bz8U\_E2\_40</a>

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Veja como realizar isso no Microsoft Excel no vídeo: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=rNj\_SP399c4">https://www.youtube.com/watch?v=rNj\_SP399c4</a>