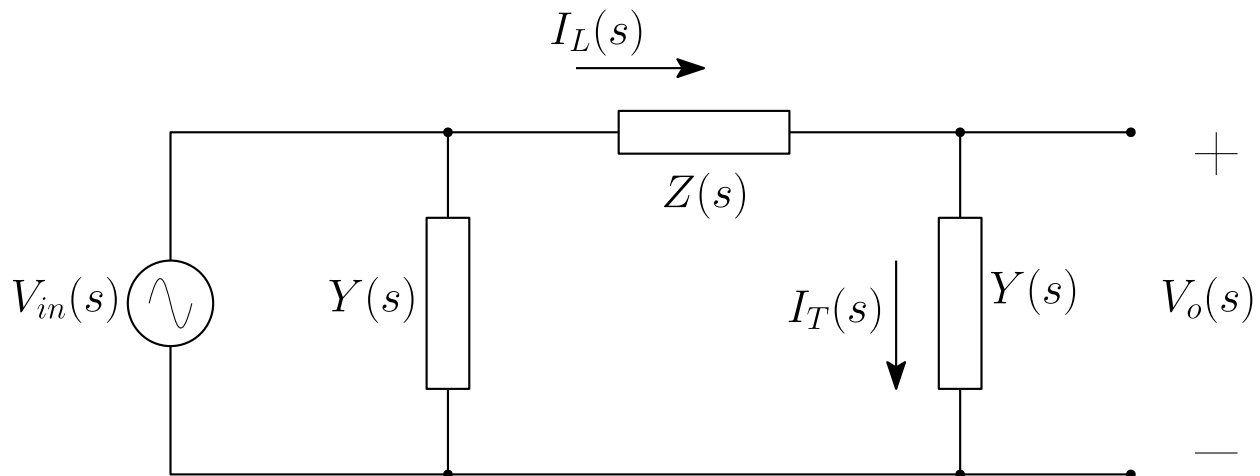


# Simulação de circuitos matriciais usando SciLab

- Simulação de circuitos matriciais usando SciLab
  - Definição Geral
  - Matriz de Impedância Série
  - Matrix de Parâmetros Transversais
  - Definições
  - Processamento preliminar
  - Primeira abordagem: utilizando apenas o SciLab
  - Segunda abordagem: utilizando o XCOS
  - Referências

## Definição Geral

De uma forma geral, o cabo modelado pode ser representado pela seguinte figura. Observe que o sistema está em circuito aberto, como na figura 4.1 da referência [1]. Neste caso,  $V_{in}$  é a tensão aplicada na entrada e  $V_o$  a tensão colhida na saída.



O circuito apresenta uma representação matricial, assim, as variáveis devem ser apresentadas por vetores  $6 \times 1$ :

$$\mathbf{V}_{in} = \begin{bmatrix} V_{in,An} \\ V_{in,Ab} \\ V_{in,Bn} \\ V_{in,Bb} \\ V_{in,Cn} \\ V_{in,Cb} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_L = \begin{bmatrix} I_{L,An} \\ I_{L,Ab} \\ I_{L,Bn} \\ I_{L,Bb} \\ I_{L,Cn} \\ I_{L,Cb} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_T = \begin{bmatrix} I_{T,An} \\ I_{T,Ab} \\ I_{T,Bn} \\ I_{T,Bb} \\ I_{T,Cn} \\ I_{T,Cb} \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}_o = \begin{bmatrix} V_{o,An} \\ V_{o,Ab} \\ V_{o,Bn} \\ V_{o,Bb} \\ V_{o,Cn} \\ V_{o,Cb} \end{bmatrix}$$

As seis linhas de cada vetor podem ser divididas em três pares, um par para cada fase. Sendo assim,  $I_{L,An}$  e  $I_{L,Ab}$  são, respectivamente, as correntes do núcleo e da blindagem da fase A. A lógica é a mesma para as demais componentes dos vetores apresentados. Observe a notação: letras em negrito representam matrizes ou vetores e letras normais representam variáveis escalares.

## Matriz de Impedância Série

De acordo com a seção 3.2 de [1, pg 25], a impedância série pode ser representada da seguinte maneira:

$$\mathbf{Z}(s) = \mathbf{Z}_i(s) + \mathbf{Z}_{ext}(s)$$

onde

$$\mathbf{Z}_i(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cabo\ in_1} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{Z}_{cabo\ in_2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{Z}_{cabo\ in_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{ext}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cabo\ out_1} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{cabo\ out_2} & \mathbf{Z}_{23} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{Z}_{cabo\ out_3} \end{bmatrix}$$

Através da definição apresentada em [1, pg 25], podemos escrever:

$$\mathbf{Z}_{cabo\ in_n}(s) = \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{cs} \\ Z_{sc} & Z_{ss} \end{bmatrix}$$

Para a impedância externa, cada uma das submatrizes será dada por [1, pg 102]:

$$\mathbf{Z}_{ij}(s) = \begin{bmatrix} Z_{ij} & Z_{ij} \\ Z_{ij} & Z_{ij} \end{bmatrix}$$

Observe que  $\mathbf{Z}_{11} = \mathbf{Z}_{cabo\ out_1}$ ,  $\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{cabo\ out_2}$  e  $\mathbf{Z}_{33} = \mathbf{Z}_{cabo\ out_3}$ . Então, as matrizes podem ser escritas de forma expandida da seguinte forma:

$$\mathbf{Z}_i(s) = \begin{bmatrix} Z_{cc,1} & Z_{cs,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{sc,1} & Z_{ss,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & Z_{cc,2} & Z_{cs,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{sc,2} & Z_{ss,2} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{cc,3} & Z_{cs,3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{sc,3} & Z_{ss,3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{ext}(s) = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{11} & Z_{12} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{13} \\ Z_{11} & Z_{11} & Z_{12} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{13} \\ \hline Z_{21} & Z_{21} & Z_{22} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{23} \\ Z_{21} & Z_{21} & Z_{22} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{23} \\ \hline Z_{31} & Z_{31} & Z_{32} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{33} \\ Z_{31} & Z_{31} & Z_{32} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

## Matrix de Parâmetros Transversais

Na equação (3.62) de [1], é definido a matriz  $\mathbf{P}$  de coeficientes dos potências de Maxwell:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_p + \mathbf{P}_c + \mathbf{P}_0$$

Como explicado na página 44, a matriz  $\mathbf{P}_p$  e  $\mathbf{P}_c$  não são necessárias para o nosso caso (só se aplicam para cabos *Pipe-Type*). Além disso, a matriz  $\mathbf{P}_0$  também não se aplica ao nosso caso (só é considerada em sistemas aéreos).

A ideia é que com a matriz  $\mathbf{P}$  é possível definir de forma fácil a admitância  $\mathbf{Y}$  mostrada no circuito da figura anterior. Ou seja:

$$\mathbf{Y} = j\omega\mathbf{P}^{-1} = s\mathbf{P}^{-1} = \frac{s}{s + \omega_p}\mathbf{P}^{-1}$$

Observe que inclui um polo em alta frequência na definição de  $\mathbf{Y}$  para tornar a função de transferência própria.

## Definições

Daqui por diante vou utilizar as seguintes definições:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix}$$

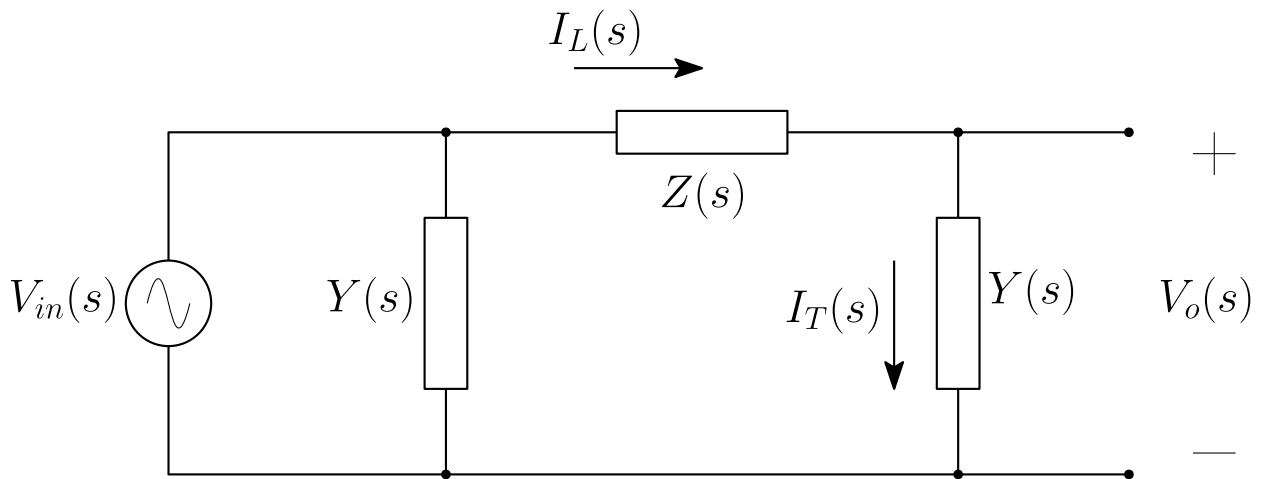
$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix}$$

**Muito Importante:** Usei  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ , etc para facilita a notação. Ou seja, elês não tem relação com os elementos de mesmo nome encontrados em  $\mathbf{Z}_{ext}$ .

Para realização do meu teste, vou definir valores genéricos para  $Z_{11} \dots Z_{66}$  e  $Y_{11} \dots Y_{66}$ . A idéia é substituir cada um destes pelas componentes calculadas de cada uma das matrizes.

## Processamento preliminar

Para simular o cabo, precisamos equacionar o circuito da figura seguinte:



Podemos escrever estas duas equações:

$$\mathbf{V}_{in} - \mathbf{Z}\mathbf{I}_L = \mathbf{V}_o$$

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{Y}\mathbf{V}_o$$

Neste caso, a LT não está alimentando nenhuma carga. Assim,  $\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_L$ . Como desevas obter  $\mathbf{V}_o$  em função de  $\mathbf{V}_{in}$ , devemos combinar estas duas equações:

$$\mathbf{V}_{in} - \mathbf{ZYV}_o = \mathbf{V}_o$$

## Primeira abordagem: utilizando apenas o SciLab

Neste caso, podemos fazer o seguinte caminho:

$$\mathbf{V}_{in} - \mathbf{ZYV}_o = \mathbf{V}_o$$

$$\mathbf{V}_{in} = \mathbf{V}_o + \mathbf{ZYV}_o$$

$$\mathbf{V}_{in} = (\mathbf{I} + \mathbf{ZY}) \mathbf{V}_o$$

$$\mathbf{V}_o = (\mathbf{I} + \mathbf{ZY})^{-1} \mathbf{V}_{in}$$

onde  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade  $6 \times 6$ .

No nosso caso,  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{Y}$  são matrizes de transferência. Para resposta a entrada senoidas, teremos as seguintes componentes para  $\mathbf{V}_{in}$  (assumindo que a blindagem está aterrada):

$$\mathbf{V}_{in} = \begin{bmatrix} V_P \left( \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right) \\ 0 \\ V_P \left( \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right) e^{-\frac{2\pi}{3}s} \\ 0 \\ V_P \left( \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right) e^{\frac{2\pi}{3}s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde  $V_P \left( \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \right)$  é a representação no domínio de Laplace de uma senoide de amplitude  $V_P$  e frequência angular  $\omega$ . Os termos  $e^{\pm 2\pi s/3}$  representam as defasagens das fases B e C.

Para obter a resposta no tempo, teríamos que fazer:

$$\mathbf{V}_o(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ (\mathbf{I} + \mathbf{ZY})^{-1} \mathbf{V}_{in} \right\}$$

Embora esta pareça uma solução rápida, existem dois problemas que a tornam mais difícil:

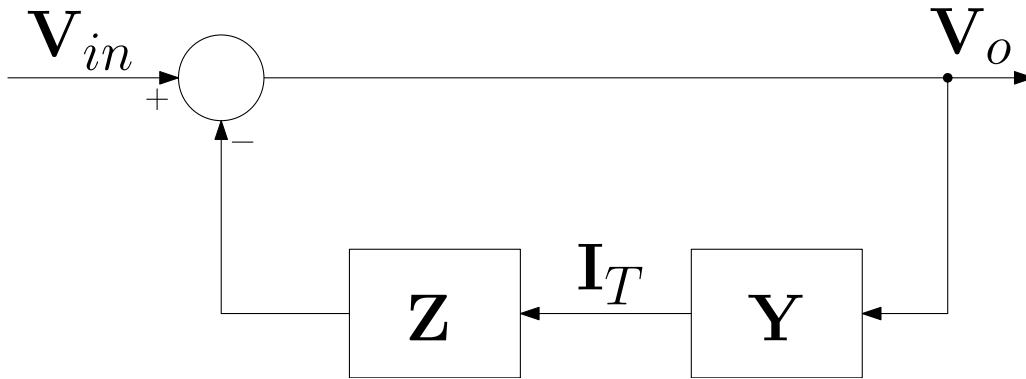
- Inversão de matrizes de transferência sempre geram erros numéricos. Às vezes estes erros não causam grandes problemas, mas outras vezes eles invalidam por completo o resultado.
- O Scilab não possui função para fazer transformada inversa de Laplace.

## Segunda abordagem: utilizando o XCOS

Considere a equação matricial obtida anteriormente:

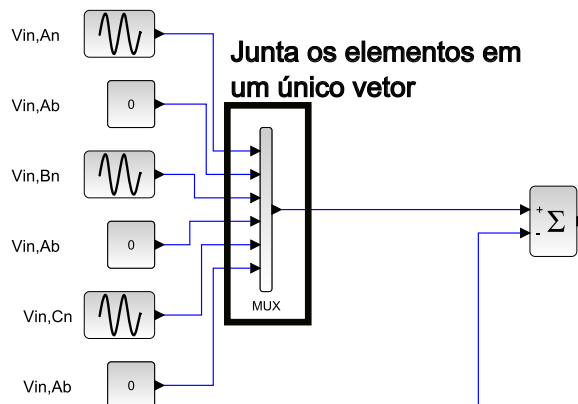
$$\mathbf{V}_{in} - \mathbf{ZYV}_o = \mathbf{V}_o$$

Ela pode ser implementada, seguindo uma abordagem de diagramas de blocos, da seguinte forma:

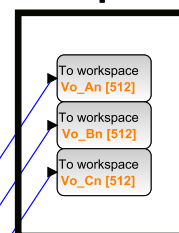


Infelizmente, diferentemente do SIMULINK, o XCOS não tem suporte a implementação de matrizes de transferência. Sendo assim, temos que fazer o diagrama de bloco incluindo cada um dos elementos da matrix. A próxima figura mostra uma possível implementação no XCOS com esta abordagem.

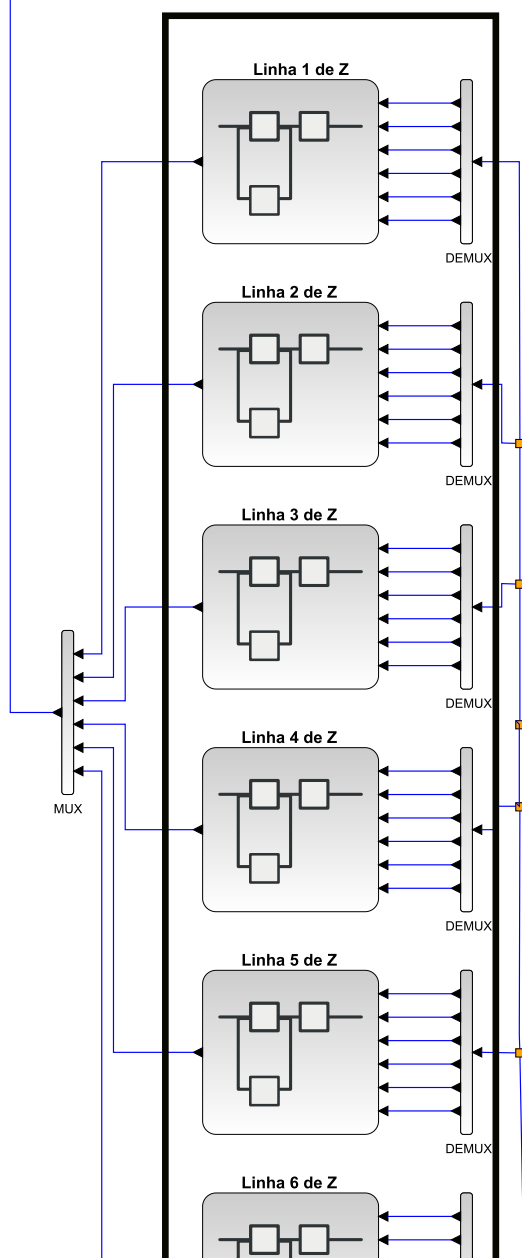
Vetor de tensão de entrada



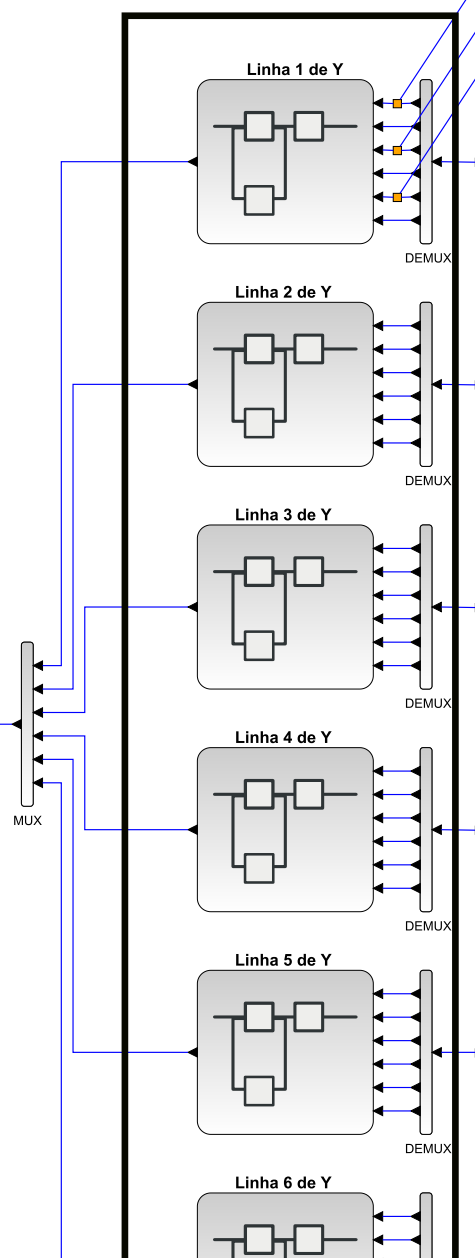
Exporta as variáveis para o workspace

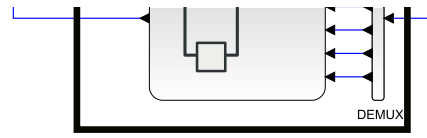
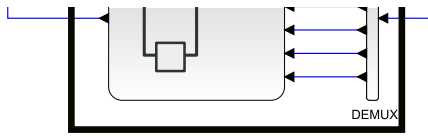


## Matriz Z

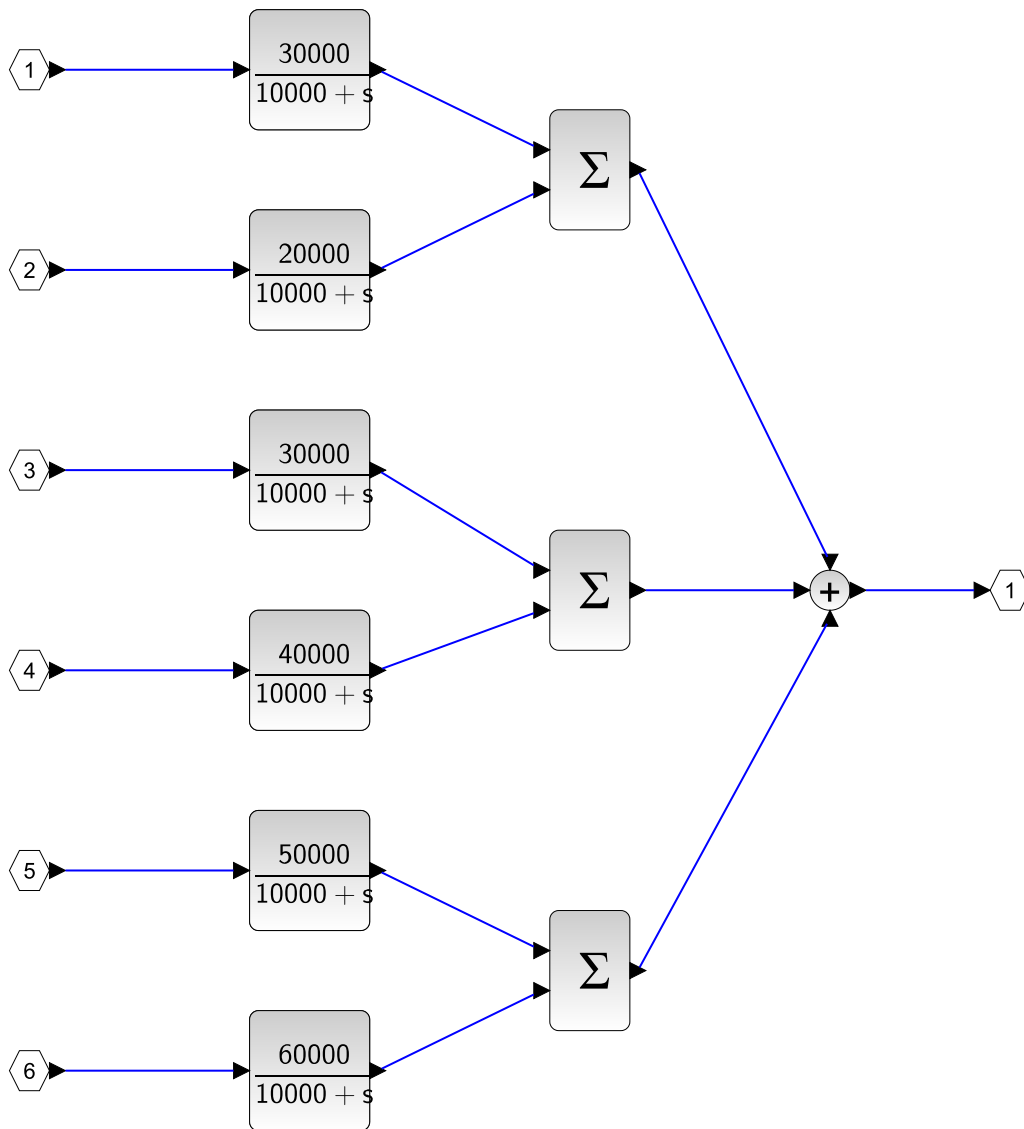


## Matriz Y





Neste circuito, as seis linhas de cada matrix (**Z** e **Y**) são representadas por blocos **SUPER\_F**, que são encontrados dentro do grupo **Funções definidas pelo usuário** na paleta de componentes do XCOS. Observe que o vetor das tensões de entrada  $V_{in}$  é formado através da combinação de seis fontes e um multiplexador (MUX). A saída deste multiplexador é um sinal vetorial com seis componentes. O mesmo acontece com os sinais de entrada e de saída do somador da figura. Alguns multiplexadores (une as componentes de um vetor) e demultiplexadores (separa as componentes de um vetor) foram usados no circuito para evitar a emboiação de fios. Os blocos que representam as linhas das matrizes possuem estrutura igual a da figura seguinte.



Este bloco está, simplesmente, representando as operações matriciais, linhas por linha. Ou seja, o bloco **Linha 1 de Y** reproduz a seguinte equação:

$$I_{T,An} = Y_{11} V_{o,An} + Y_{12} V_{o,Ab} + Y_{13} V_{o,Bn} + Y_{14} V_{o,Bb} + Y_{15} V_{o,Cn} + Y_{16} V_{o,Cb}$$



Sendo que  $Y_{11}$  é a função de transferência (FT) que deve ser configurada no primeiro bloco de cima para baixo,  $Y_{12}$  no segundo,  $Y_{13}$  no terceiro e assim por diante.

Teremos a seguinte equação para o bloco **Linha 2 de Y**:

$$I_{T,Ab} = Y_{21} V_{o,An} + Y_{22} V_{o,Ab} + Y_{23} V_{o,Bn} + Y_{24} V_{o,Bb} + Y_{25} V_{o,Cn} + Y_{26} V_{o,Cb}$$

A lógica se repete para todas as linhas de **Y** e também para todas as linhas de **Z**.

Tive problemas com os scopes , então decidi exportar as variáveis desejadas para o workspace. Isso é feito com o uso dos blocos `TOWS_c` , encontrados na paleta `Receptores` do XCOS. É possível definir neles o nome de uma variável e a quantidade de pontos para armazenar. Cada uma das variáveis tem dois campos, um com o tempo e outro com o valor da variável. O pedaço de código a seguir mostra como plotar os gráficos após a simulação do XCOS:

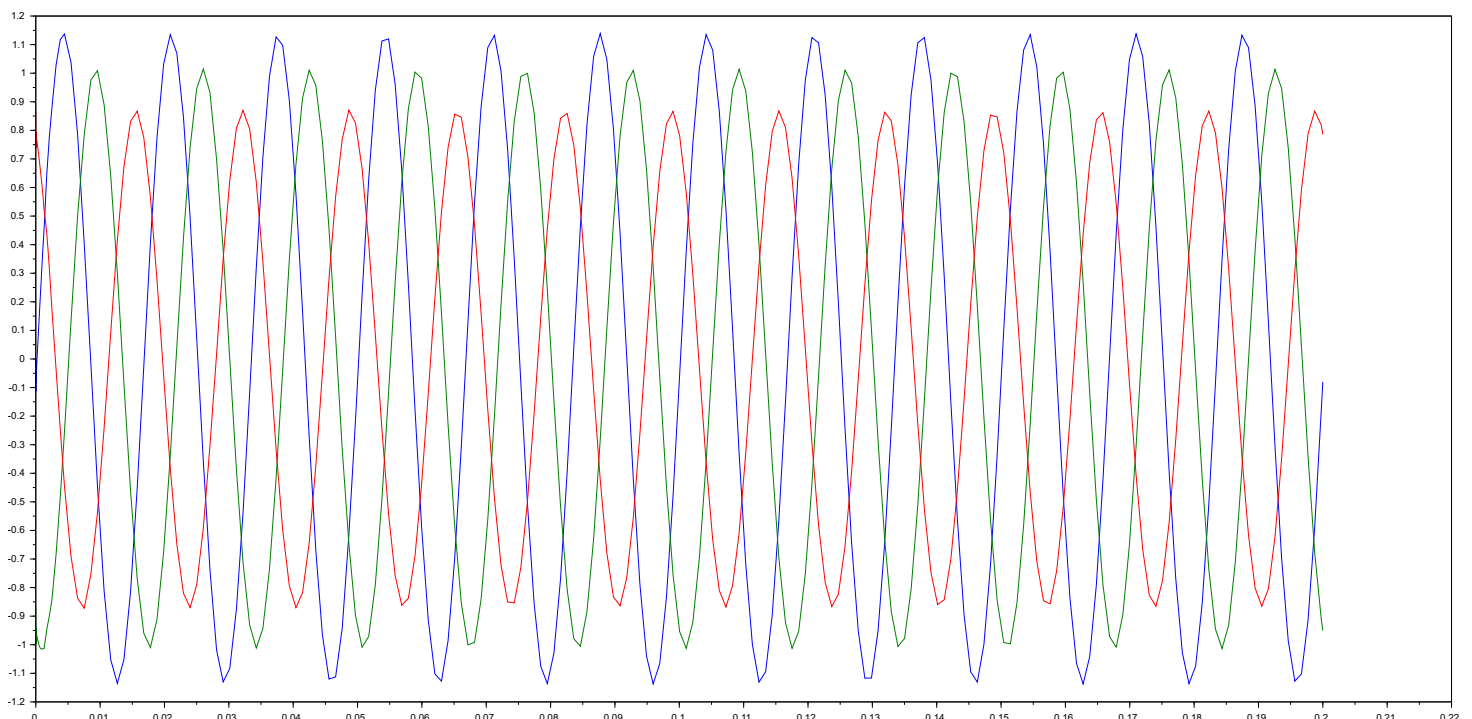
```
t1 = Vo_An.time
vo_An = Vo_An.values

t2 = Vo_Bn.time
vo_Bn = Vo_Bn.values

t3 = Vo_Cn.time
vo_Cn = Vo_Cn.values

plot(t1,vo_An,t2,vo_Bn,t3,vo_Cn)
```

O resultado é mostrado na próxima figura:



# Referências

[1] Darski Rocha, P. E. **Modelagem de Cabos Subterrâneos e Sub-marinos para Estudos de Transitórios**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, p. 115. 2007.