

# DeepProbLog

## Programação Lógica Neuro-Probabilística

*Parte 2 de 2*

CPS840 – Tópicos Especiais em Inteligência Artificial  
Professor: Gerson Zaverucha

Cleiton Moya de Almeida

Rio de Janeiro, 9 de setembro de 2020

# Agenda

## Parte 1:

- **Introdução**
  - ✓ Abordagens em IA
  - ✓ Proposta do DeepProbLog
  - ✓ Exemplo
- **Programação em Lógica**
  - ✓ Conceitos Básicos
  - ✓ Prolog
- **ProbLog**
  - ✓ Definição
  - ✓ Inferência
  - ✓ Aprendizado

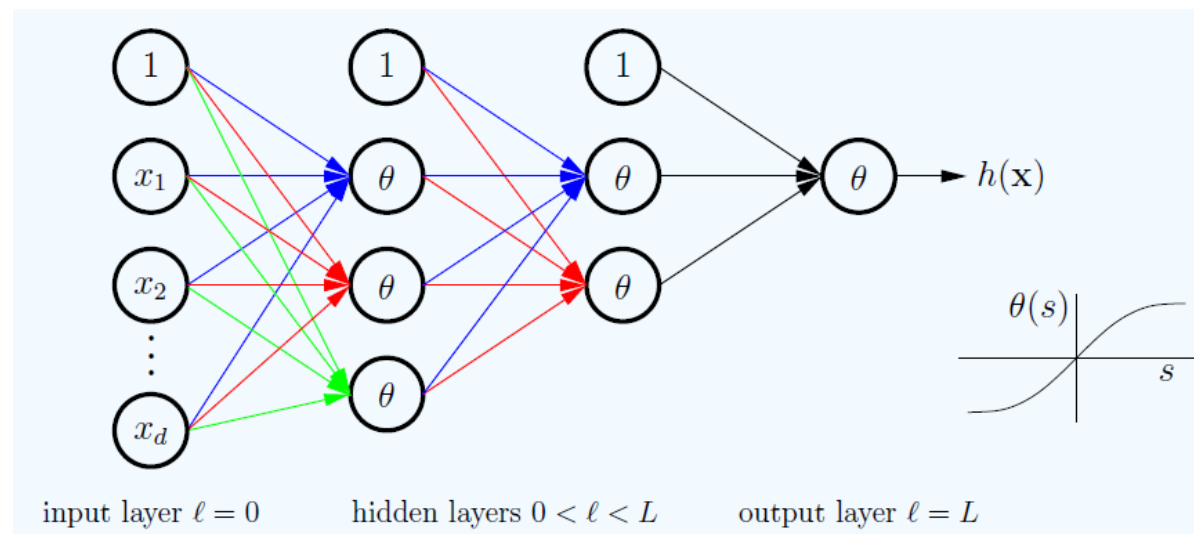
## Parte 2:

- **Deep Learning**
  - ✓ Conceitos básicos
  - ✓ *Backpropagation*
- **DeepProbLog**
  - ✓ Semântica
  - ✓ Inferência
  - ✓ Aprendizado
- **Experimentos**
  - ✓ Raciocínio Lógico e *Deep Learning*
  - ✓ Programação Indutiva
  - ✓ Programação Probabilística e *Deep Learning*
- **Trabalhos correlatos**
- **Conclusões**

# Deep Learning

## ■ Conceitos Básicos

- ✓ **Rede neural artificial (NN):** modelo não-linear altamente hiper parametrizado (por conseguinte bastante flexível);
- ✓ Conjunto de treinamento:  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ , com  $N$  exemplares i.i.d.;
- ✓  $\hat{y} = \mathcal{M}(x|\Theta)$ , onde  $M$  é uma função de mapeamento com parâmetros  $\Theta$ ;
- ✓  $\mathcal{L}(\hat{y}, y)$ : função de custo (*loss function*)
- ✓ Treinar o modelo significa minimizar o valor esperado  $\bar{\mathcal{L}} = \frac{1}{N} \sum_i \mathcal{L}(\mathcal{M}(x_i|\Theta), y_i)$ ;



Fonte: Abu-Mostafa, Magdon-Ismael. e-Chapter 7: Neural Networks.

# Deep Learning

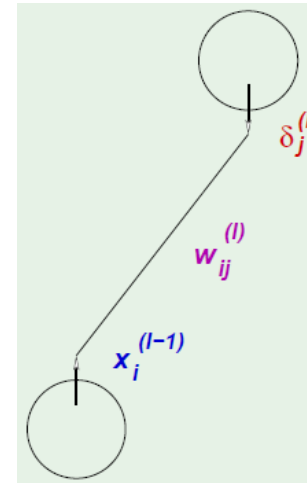
## ■ Backpropagation

- ✓ A abordagem de otimização mais utilizada em redes neurais é o algoritmo de **Gradiente Descendente**;
- ✓ O treinamento é feito com o algoritmo **backpropagation**:

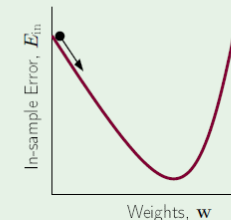
```

1: Initialize all weights  $w_{ij}^{(l)}$  at random
2: for  $t = 0, 1, 2, \dots$  do
3:   Pick  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 
4:   Forward: Compute all  $x_j^{(l)}$ 
5:   Backward: Compute all  $\delta_j^{(l)}$ 
6:   Update the weights:  $w_{ij}^{(l)} \leftarrow w_{ij}^{(l)} - \eta x_i^{(l-1)} \delta_j^{(l)}$ 
7:   Iterate to the next step until it is time to stop
8: Return the final weights  $w_{ij}^{(l)}$ 

```



### • Gradient descent



- Initialize  $\mathbf{w}(0)$
- For  $t = 0, 1, 2, \dots$  [to termination]
  - $\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) - \eta \nabla E_{\text{in}}(\mathbf{w}(t))$
- Return final  $\mathbf{w}$

Fonte: Abu-Mostafa, Learning From Data. Lecture 10: Neural Networks <http://work.caltech.edu/slides/slides10.pdf>

# DeepProbLog

## ■ Semântica

- ✓ Recordando, **ProbLog** trabalha com um conjunto de fatos probabilísticos:

```
0.2::earthquake.  
0.1::burglary.  
0.5::hears_alarm(mary).
```

- ✓ ProbLog suporta também fatos probabilísticos não básicos na forma de **disjunções anotadas** (ADs):

$$p_1 :: h_1 ; \dots ; p_n :: h_n :- b_1, \dots, b_m.$$

Onde o somatório de  $p_1, \dots, p_n$  deve ser unitário.

- ✓ Significado: quando ocorre todos  $b_j$ , implica em algum  $h_i$ , ou nenhum deles com probabilidade  $(1 - \sum p_i)$
- ✓ Exemplos:

$$\frac{1}{3} :: \text{color}(B, \text{green}); \frac{1}{3} :: \text{color}(B, \text{red}); \frac{1}{3} :: \text{color}(B, \text{blue}) :- \text{ball}(B).$$

```
0.4::earthquake(none) ; 0.4::earthquake(mild) ; 0.2::earthquake(severe).
```

*Conjunto de fatos*

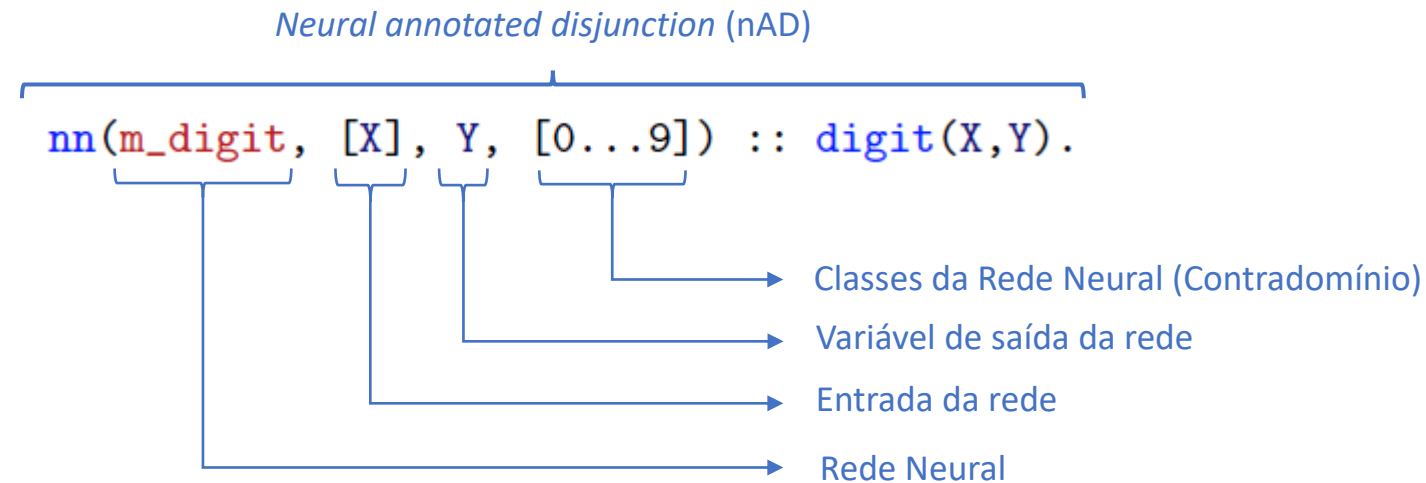
- ✓ Auxiliam a modelagem, mas não são essenciais em ProbLog (podem ser substituídas por fatos + regras).

# DeepProbLog

## ■ Semântica

- ✓ Em DeepProbLog, as disjunções anotadas são estendidas de forma a **incorporar o modelo neural**:

```
nn(m_digit, [X], Y, [0...9]) :: digit(X,Y).  
addition(X,Y,Z) :- digit(X,N1), digit(Y,N2), Z is N1+N2.
```



# DeepProbLog

## ■ Semântica

- ✓ Exemplo de programa DeepProbLog:

```
nn(m_digit, [X], Y, [0...9]) :: digit(X,Y).
addition(X,Y,Z) :- digit(X,N1), digit(Y,N2), Z is N1+N2.
```

- ✓ Instanciando o **nAD** a com a imagem de entrada **3**:

```
nn(m_digit, [3], 0) :: digit(3, 0) ; ... ; nn(m_digit, [3], 9) :: digit(3, 9).
```

Ground nAD

- ✓ Avaliando as expressões:

```
p0 :: digit(3, 0) ; ... ; p9 :: digit(3, 9).
```

Ground AD

- ✓  $[p_0, \dots, p_9]$ : vetor de saída da rede *m\_digit* quando avaliada em **3**;

- NN pode ser de qualquer arquitetura
- Requisito: saída precisa ser normalizada



Fonte: <https://dtai.cs.kuleuven.be/stories/post/robin-manhaeve/deepproblog/>

# DeepProbLog

## ■ Semântica

- ✓ Além das disjunções anotadas, análogo aos fatos probabilísticos, temos também **fatos neurais**:

`nn(m, [X, Y]) :: similar(X, Y).`

- ✓ Neste exemplo, a rede neural  $m$  retorna o grau de similaridade das entradas X e Y (imagens).
- ✓ Instanciando com as entradas **3** e **3**:

`nn(m, [3, 3]) :: similar(3, 3).`

*Ground neural fact*

- ✓ A avaliação resulta em um fato probabilístico:

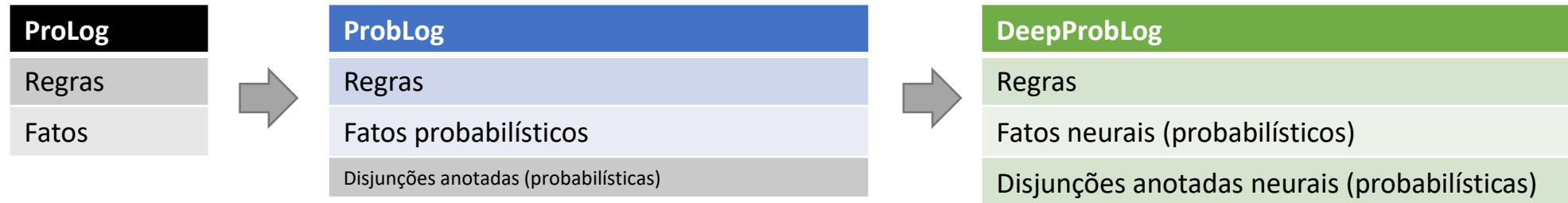
`p :: similar(3, 3).`



# DeepProbLog

## ■ Semântica

✓ Em resumo:



# DeepProbLog

## ■ Inferência

✓ Exemplo: `addition(0, 1, 1)`.

---

```
nn(m_digit, [X], Y, [0...9]) :: digit(X,Y).
addition(X,Y,Z) :- digit(X,N1), digit(Y,N2), Z is N1+N2.
```

---

(a) The DeepProbLog program.

---

```
nn(m_digit, [0], 0) :: digit(0,0); nn(m_digit, [0], 1) :: digit(0,1).
nn(m_digit, [1], 0) :: digit(1,0); nn(m_digit, [1], 1) :: digit(1,1).
addition(0,1,1) :- digit(0,0), digit(1,1).
addition(0,1,1) :- digit(0,1), digit(1,0).
```

---

(b) The ground DeepProbLog program.

---

```
0.8 :: digit(0,0); 0.1 :: digit(0,1).
0.2 :: digit(1,0); 0.6 :: digit(1,1).
addition(0,1,1) :- digit(0,0), digit(1,1).
addition(0,1,1) :- digit(0,1), digit(1,0).
```

---

(c) The ground ProbLog program.

✓ Note que:  $Z = 1 \Rightarrow \begin{cases} N1, N2 \in \{0, 1\} \\ (N1, N2) \in \{(0,1), (1,0)\} \end{cases}$

✓ À partir deste passo, igual ProbLog:

1. Cálculo da formula proposicional;
2. Compilação de SDD;
3. Criação e avaliação do AC.

# DeepProbLog

## ■ Aprendizado

- ✓ Aprendizado de:
  - Parâmetros da rede neural;
  - Probabilidades (parâmetros probabilísticos);
- ✓ Semelhante à abordagem **gradiente descendente** utilizado em ProbLog
- ✓ **DeepProbLog:**
  - ✓ Saída das redes neurais são probabilidades
- ✓ **ProbLog:**
  - ✓ Os parâmetros  $p_i$  são otimizados utilizando o gradiente (estrutura *semiring*) , o qual permite calcular  $\frac{\partial P(q)}{\partial p_i}$
  - ✓ O gradiente então é usado para a atualização (gradiente descendente)

# DeepProbLog

## ■ Aprendizado

✓ Exemplo:

- Mesmo exemplo da adição de duas imagens MNIST;
- Introdução de ruído: alguns dos *labels* são corrompidos e escolhidos aleatoriamente (distribuição uniforme);
- Objetivo: aprender também a fração dos exemplares com ruído;

---

```
nn(classifier, [X], Y, [0 .. 9]) :: digit(X,Y).  
t(0.2) :: noisy.  
  
1/19 :: uniform(X,Y,0) ; ... ; 1/19 :: uniform(X,Y,18).  
  
addition(X,Y,Z) :- noisy, uniform(X,Y,Z).  
addition(X,Y,Z) :- \+noisy, digit(X,N1), digit(Y,N2), Z is N1+N2.
```

---

(a) The DeepProbLog program.

# DeepProbLog

## ■ Aprendizado

✓ Instanciando à partir da *query* `addition(a, b, 1)`

---

```
nn(classifier,[a],0) :: digit(a,0); nn(classifier,[a],1) :: digit(a,1).  
nn(classifier,[b],0) :: digit(b,0); nn(classifier,[b],1) :: digit(b,1).  
t(0.2)::noisy.
```

```
1/19::uniform(a,b,1).  
addition(a,b,1) :- noisy, uniform(a,b,1).
```

```
addition(a,b,1) :- \+noisy, digit(a,0), digit(b,1).  
addition(a,b,1) :- \+noisy, digit(a,1), digit(b,0).
```

---

(b) The ground DeepProbLog program.

# DeepProbLog

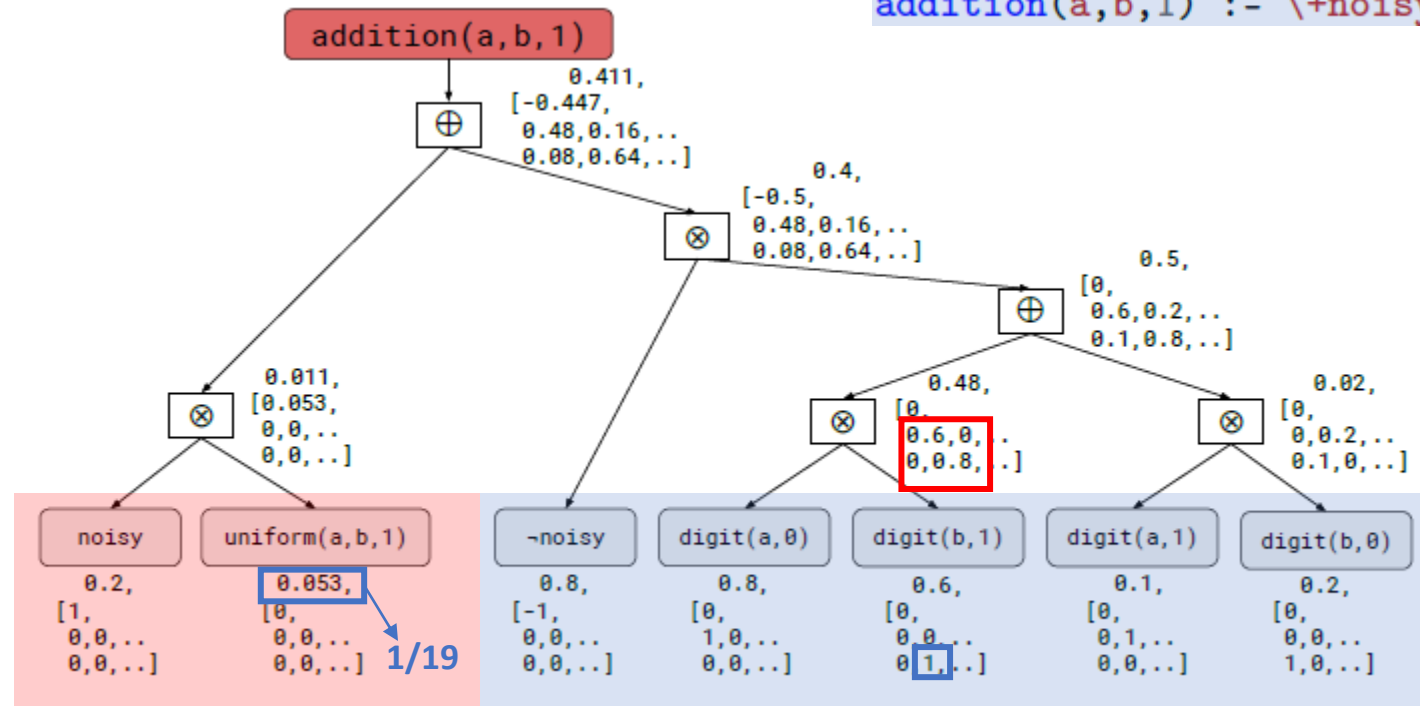
## ■ Aprendizado

- ✓ Circuito aritmético (AC)

```
addition(a,b,1) :- noisy, uniform(a,b,1).
```

```
addition(a,b,1) :- \+noisy, digit(a,0), digit(b,1).
```

```
addition(a,b,1) :- \+noisy, digit(a,1), digit(b,0).
```



(c) The AC for query `addition(a,b,1)`.

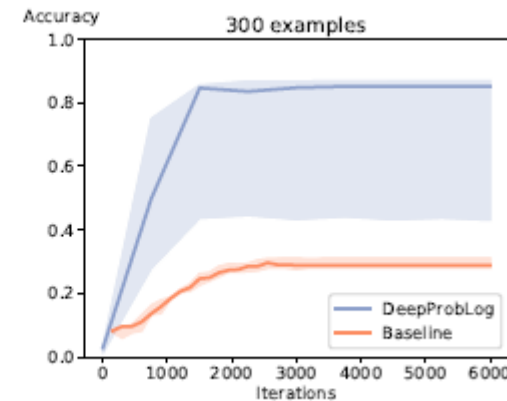
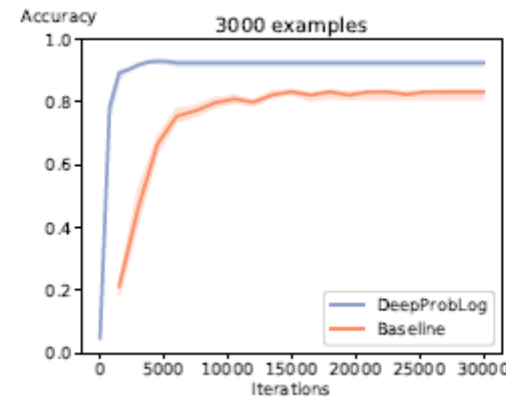
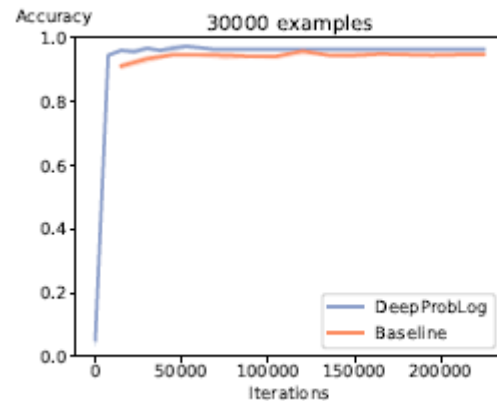
## Legend

$p,$   
 $[\partial p / \partial p_{\text{noisy}},$   
 $\partial p / \partial p_{\text{digit}(a,0)}, \dots, \partial p / \partial p_{\text{digit}(a,9)},$   
 $\partial p / \partial p_{\text{digit}(b,0)}, \dots, \partial p / \partial p_{\text{digit}(b,9)}]$

# Experimentos

## ■ Raciocínio Lógico + *Deep Learning*

- T1: `addition(3, 5, 8)`
  - ✓ Baseline: Rede neural convolucional (CNN)

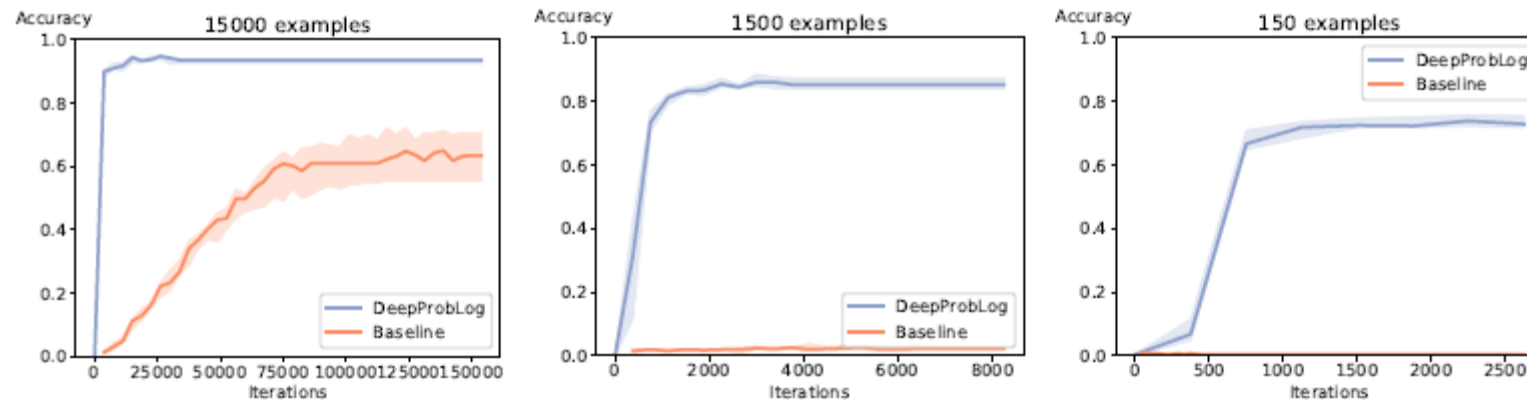


Model	Number of training examples		
	30 000	3 000	300
Baseline	$93.46 \pm 0.49$	$78.32 \pm 2.14$	$23.64 \pm 1.75$
DeepProbLog	$97.20 \pm 0.45$	$92.18 \pm 1.57$	$67.19 \pm 25.05$

# Experimentos

## ■ Raciocínio Lógico + *Deep Learning*

- T2: `addition([3, 8], [2, 5], 63)`



Model	Number of training examples			
	15 000	1 500	150	T1 (30 000)
Baseline	60.85 ± 9.77	1.34 ± 0.53	0.80 ± 0.14	–
DeepProbLog	95.16 ± 1.70	87.21 ± 1.92	72.73 ± 3.03	93.36 ± 1.18

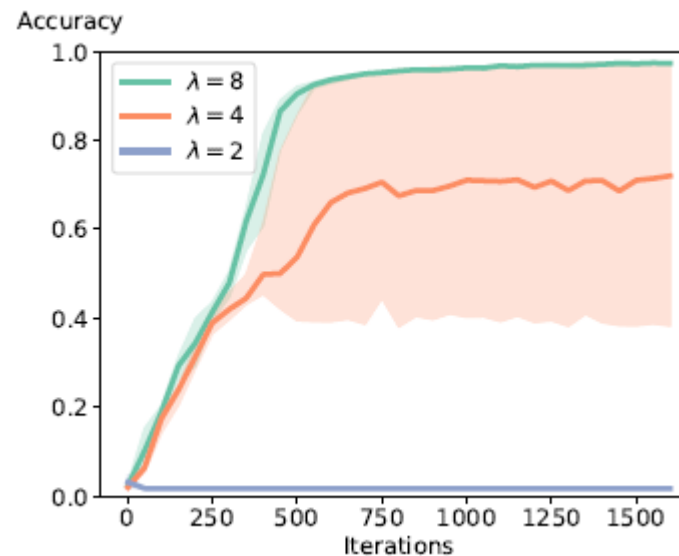


# Experimentos

## ■ Raciocínio Lógico + *Deep Learning*

- T3: `addition(3, 5, 8)`

✓ Necessidade de regularização a nível lógico para não ficar preso na solução trivial  $0 + 0 = 0$ ;



# Experimentos

## ▪ Raciocínio Lógico + *Deep Learning*

- T4: `addition(3, 5, 14)`

✓ Tolerância ao ruído com ou sem modelagem explícita do mesmo;

	Fraction of noise					
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Baseline	93.46	87.85	82.49	52.67	8.79	5.87
DeepProbLog	97.20	95.78	94.50	92.90	46.42	0.88
DeepProbLog w/ explicit noise	96.64	95.96	95.58	94.12	73.22	2.92
Learned fraction of noise	0.000	0.212	0.415	0.618	0.803	0.985

# Experimentos

## ■ Programação Indutiva

✓ *Program Sketching* [1] usando interpretado diferencial  $\partial 4$  [2]

- **T5:** `forth_addition([4], [8], 1, [1, 3])`

✓ Acurácia 100%, semelhantes ao  $\partial 4$ ;

- **T6:** `forth_sort([8, 2, 4], [2, 4, 8])`

✓ Melhor escalabilidade do DeepProbLog;

	Test length	Training length				
		2	3	4	5	6
$\partial 4$ [8]	8	100.0	100.0	49.22	–	–
	64	100.0	100.0	20.65	–	–
DeepProbLog	8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	64	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

	Training length				
	2	3	4	5	6
$\partial 4$ on GPU	42 s	160 s	–	–	–
$\partial 4$ on CPU	61 s	390 s	–	–	–
DeepProbLog	11 s	14 s	32 s	114 s	245 s

- **T7:** `wap('Robert has 12 books . ... How many does he have now ?', 12, 3, 1, 10)`

✓ Acurácia 96.5%, semelhantes ao  $\partial 4$ ;

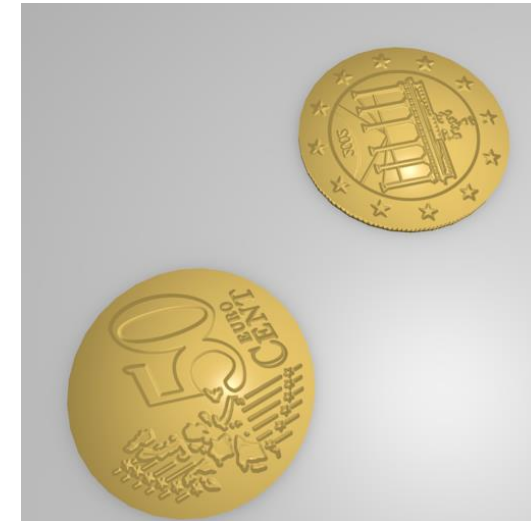
[1] A. Solar-Lezama, Program sketching, International Journal on Software Tools for Technology Transfer 15 (2013) 475–495.

[2] M. Bošnjak, T. Rocktäschel, S. Riedel, Programming with a differentiable forth interpreter, in: Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning, volume 70, 2017, pp. 547–556.

# Experimentos

## ■ Programação Probabilística e Deep Learning

- **T8:** Classificação de moedas e comparação
  - ✓ Conceito de “supervisão distante”
  - ✓ Entrada: imagem sintética de 2 moedas
    - Imagem pode mostrar cara ou coroa das moedas
    - Rótulos: {“same”, “different”}
  - ✓ Duas NN, uma para cada moeda
    - Predizem cara ou coroa
  - ✓ Duas tarefas:
    - Reconhecer e separar as duas moedas
    - Classificar cara/coroa
  - ✓ Questões:
    - Espera-se que as duas redes concordem sobre qual lado da moeda é cara e qual é coroa
    - Classificar cara/coroa



---

```
nn(net1, [X], Y, [heads, tails]) :: coin1(X,Y).  
nn(net2, [X], Y, [heads, tails]) :: coin2(X,Y).  
  
compare(X,X,same).  
compare(X,Y,different) :- \+compare(X,Y,same).  
  
coins(X,Comparison) :-  
    coin1(X,C1),  
    coin2(X,C2),  
    compare(C1,C2,Comparison).
```

---

# Experimentos

- Programação Probabilística e Deep Learning
  - **T8:** Classificação de moedas e comparação

Labeled examples	Not solved	Expected solution	Other solution
0	56%	11%	33%
5	39%	40%	21%
10	7%	92%	1%
20	4%	96%	0%
50	3%	97%	0%
100	4%	96%	0%



```

nn(net1, [X], Y, [heads, tails]) :: coin1(X,Y).
nn(net2, [X], Y, [heads, tails]) :: coin2(X,Y).

compare(X,X,same).
compare(X,Y,different) :- \+compare(X,Y,same).

coins(X,Comparison) :-
    coin1(X,C1),
    coin2(X,C2),
    compare(C1,C2,Comparison).
  
```

# Experimentos

## ■ Programação Probabilística e *Deep Learning*

• T9: `0.8::poker([Q♥, Q♦, A♦, K♣],loss).`

✓ Jogo de Poker simplificado:

- Apenas J, Q, K, A;
- 2 jogadores com duas cartas;
- 1 carta comunitária (não-observada);
- Sem troca de cartas;
- Mãos: par, trio, *straight*.

✓ **Entrada:** as 4 cartas distribuídas as jogadores;

✓ **Classes:** {*win*, *loss*, *draw*};

✓ **Objetivos:**

1. Treinar a NN para reconhecer as 4 cartas;
2. Raciocinar (probabilisticamente) sobre a carta não-observada;
3. Aprender a distribuição da carta comunitária (não rotulada);



# Experimentos

## ■ Programação Probabilística e *Deep Learning*

- ✓ A fim de proporcionar convergência mais rápida, em 10% dos exemplares é adicionada a carta comunitária:

```
poker([Q♥, Q♦, A♦, K♣], A♦, loss).
```

- ✓ Uma das vantagens de DeepProbLog: exemplares com diferentes graus de observabilidade;
- ✓ Função de custo: erro quadrático mínimo (MSE);

- ✓ **Resultados:**

- 10 experimentos, 6 convergiram.
- Os que convergiram foram capazes de aprender corretamente;
- Os que não convergiram: identificação incorreta das cartas;

Distribution	Jack	Queen	King	Ace
Actual	0.2	0.4	0.15	0.25
Learned	$0.203 \pm 0.002$	$0.396 \pm 0.002$	$0.155 \pm 0.003$	$0.246 \pm 0.002$

Table 8: The results for the Poker experiment (**T9**).

# Trabalhos Correlatos

## ■ Trabalhos Correlatos

- 3 tipos de abordagens diferentes:
  - ✓ Lógica como regularização
    - Lógica incluída como um regularizador durante a otimização da NN;
  - ✓ *Templating Neural Networks*
    - Lógica utilizada como *template* para a construção de arquiteturas de NN;
  - ✓ *Neural Program Induction*
    - Objetivo: Aprender programas com base nos dados
- Diferenças com DeepProbLog:
  - ✓ Outras abordagens: tipicamente focam em codificar lógica nas redes neurais;
  - ✓ DeepProbLog: integra NN em um arcabouço lógico-probabilístico.



# Conclusões

- **Conclusões do artigo:**
  - ✓ DeepProbLog estende ProbLog com predicados neurais;
  - ✓ Aprendizado é feito usando aProbLog para o cálculo do gradiente;
  - ✓ Experimentos demonstraram capacidade de combinar raciocínio simbólico e sub-simbólico, programação indutiva e programação lógica probabilística
  - ✓ Limitações: DeepProbLog utiliza apenas inferência exata
    - Baixa escalabilidade;
    - Impraticável para problemas maiores;
  - ✓ Trabalhos futuros: inferência aproximada.
- **Conclusões minhas:**
  - ✓ DeepProbLog é aplicável quando se consegue dividir de antemão o problema em duas partes: neural e lógico/probabilístico;
  - ✓ Trabalho não expõe com clareza a limitação atual da escalabilidade da inferência (apenas cita na conclusão)

Obrigado  
Dúvidas?