

LEPL 1504 - Livrable 2

Analyse dynamique du VTT complet et morphologie du vélo chargé

1 Introduction

Ce document sert de référence à la modélisation complète d'un vélo tout-terrain (VTT).



FIGURE 1 – Modèle complet de Cross-Country Tout-Suspendu¹.

2 Modélisation

2.1 Géométrie et caractérisation dynamique

Les données géométriques du vélo sont reprises aux Figures 2 et 3 et les données relatives aux masses et inerties sont référencées dans la table 1.

1. Culture Vélo. (2023). *Les Différents types de VTT*. Retrieved from <https://www.culturevelo.com/Les-Differents-types-de-VTT>

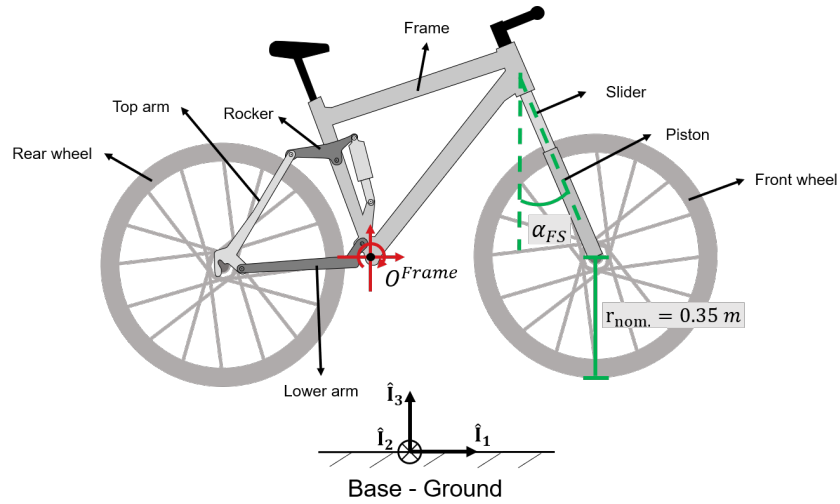


FIGURE 2 – Schéma du modèle 2D simplifié. Il faut considérer un angle de chasse de $\alpha_{FS} = \pi/6$ rad.

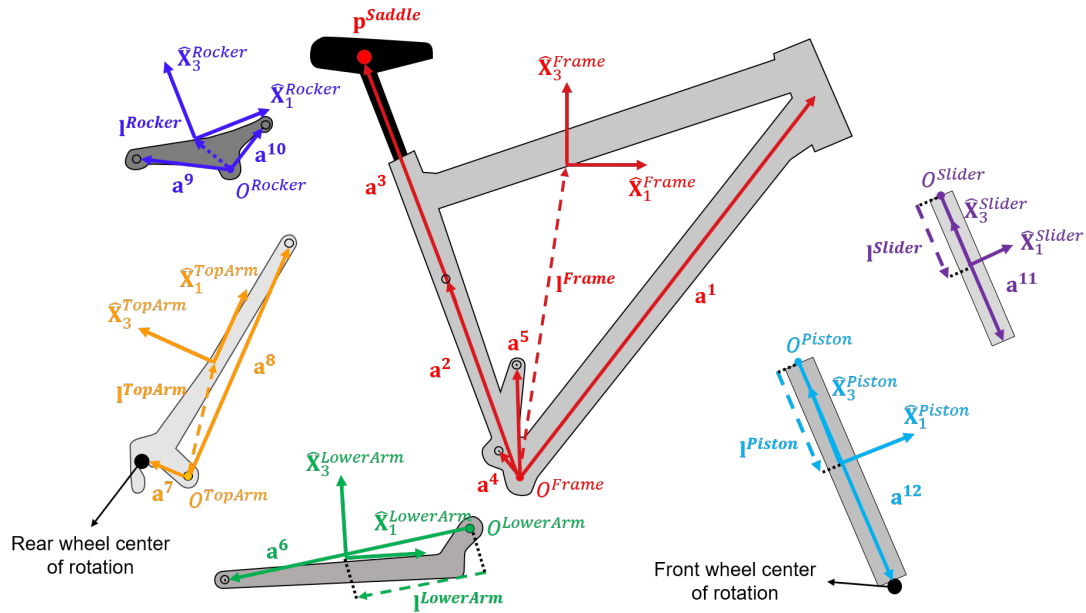


FIGURE 3 – Données géométriques.

Coordonnées données dans le repère local de chaque corps indiqué sur le schéma ci-dessus :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}^1 &= [0.45 \ 0 \ 0.60]^T m & \mathbf{a}^2 &= [-0.05 \ 0 \ 0.23]^T m & \mathbf{a}^3 &= [-0.16 \ 0 \ 0.58]^T m \\
 \mathbf{a}^4 &= [-0.03 \ 0 \ 0.04]^T m & \mathbf{a}^5 &= [0 \ 0 \ 0.11]^T m & \mathbf{a}^6 &= [-0.43 \ 0 \ -0.04]^T m \\
 \mathbf{a}^7 &= [0 \ 0 \ 0.03]^T m & \mathbf{a}^8 &= [0.39 \ 0 \ 0]^T m & \mathbf{a}^9 &= [-0.11 \ 0 \ 0.04]^T m \\
 \mathbf{a}^{10} &= [0.05 \ 0 \ 0.04]^T m & \mathbf{a}^{11} &= [0 \ 0 \ -0.20]^T m & \mathbf{a}^{12} &= [0 \ 0 \ -0.40]^T m
 \end{aligned}$$

| | masse [kg] | \mathbf{I}_{11} [kg · m ²] | \mathbf{I}_{22} [kg · m ²] | \mathbf{I}_{33} [kg · m ²] |
|---------------------------|------------|--|--|--|
| Chassis* (Frame) | 65 | 0.9 | 1.2 | 0.2 |
| Amortisseur (Slider) | 0.2 | 0.001 | 0.001 | 0.001 |
| Piston (Piston) | 0.5 | 0.001 | 0.007 | 0.001 |
| Bras inférieur (LowerArm) | 0.3 | 0 | 0.005 | 0 |
| Bras supérieur (TopArm) | 0.3 | 0 | 0.005 | 0 |
| Culbuteur (Rocker) | 0.25 | 0 | 0.001 | 0 |
| Roues (Wheels) | 1.2 | 0.04 | 0.08 | 0.04 |

TABLE 1 – Masses et inerties du modèle simplifié. Les paramètres \mathbf{I}_{11} , \mathbf{I}_{22} et \mathbf{I}_{33} correspondent aux moments d’inertie (éléments diagonaux de la matrice d’inertie dans les repères des corps donnés à la Figure 3). Les produits d’inertie (éléments hors diagonaux de la matrice) sont négligés. *La masse du chassis inclut la masse du cycliste.

Centres de masses donnés dans le repère local de chaque corps indiqués par la lettre l sur le schéma de la Figure 3 :

$$\begin{aligned}
\mathbf{CM}^{Frame} &= [0.15 \ 0 \ 0.40]^T m & \mathbf{CM}^{Slider} &= [0 \ 0 \ -0.10]^T m \\
\mathbf{CM}^{Piston} &= [0 \ 0 \ -0.20]^T m & \mathbf{CM}^{Rocker} &= [-0.03 \ 0 \ 0.02]^T m \\
\mathbf{CM}^{TopArm} &= [0.19 \ 0 \ 0.01]^T m & \mathbf{CM}^{LowerArm} &= [-0.21 \ 0 \ -0.02]^T m \\
\mathbf{CM}^{Wheel} &= [0 \ 0 \ 0]^T m
\end{aligned}$$

Le chassis du vélo complet a **6 degrés de liberté**. De plus, il faut aussi considérer un degré de liberté associé à la direction.

2.2 Force ressort/amortisseur dans la suspension arrière

L’ensemble ressort/amortisseur doit être modélisé comme une force point-à-point. L’intensité de la force est définie par la relation suivante :

$$F_{r/a} = K_r(z - L_0) + D_a \dot{z} \quad (1)$$

avec, dans l’équation, z la distance point à point du lien et sa vitesse suivant l’axe du lien \dot{z} . Les données numériques pour la raideur et l’amortissement sont reprises dans la table 2.

| | | | |
|-----------------|-------|-----|----------------|
| raideur | K_r | 30 | N/mm |
| amortissement | D_a | 3 | $N \cdot s/mm$ |
| longueur neutre | L_0 | 160 | mm |

TABLE 2 – Données de l’ensemble ressort/amortisseur dans la suspension arrière.

La *loi de force* pour le lien est indépendante de la génération des équations du mouvement. Elle doit être implémentée dans la fonction `user_linkForces`.

2.3 Force ressort/amortisseur dans la suspension avant

La force dans la suspension avant est modélisée comme une force interne dans l'articulation prismatique entre l'amortisseur et le piston.

| | | | |
|-----------------|-------|-----|----------------|
| raideur | K_r | 5 | N/mm |
| amortissement | D_a | 0.5 | $N \cdot s/mm$ |
| longueur neutre | L_0 | 0 | mm |

TABLE 3 – Données de l'ensemble ressort/amortisseur dans la suspension avant.

2.4 Forces de contact pneu/sol

Formules extraites de l'article de Sharp² :

$$F_{long} = C_{F_X} \kappa \quad (2)$$

$$F_{lat} = -C_{F_Y} \alpha - C_{M_Z} \frac{r_w}{V} - C_\varphi \varphi \quad (3)$$

$$M_Z = -C_{M_Z} \alpha \quad (4)$$

Où :

- κ , α et φ sont le glissement (adimensionnel), l'angle de glissement (en rad) et l'angle de carrossage (en rad). Ces paramètres sont donnés par la fonction `mbs_tgc.tgc_car_kine_wheel`.
- Les coefficients C_{F_X} , C_{F_Y} , C_φ et C_{M_Z} sont donnés par :
 - $C_{F_X} = 3000$ [N]
 - $C_{F_Y} = 0.25 \cdot F_N$ [N/rad]
 - $C_\varphi = 1 \cdot F_N$ [N/rad]
 - $C_{M_Z} = coef_{f_{roue}} \cdot C_{F_Y}$ [Nm/rad] avec $coef_{f_{roue}} = 0.016/0.02$ pour la roue avant/arrière.
 - $F_N = K_p e + D_p \dot{e}$, la force normale au sol à chaque roue avec e l'écrasement du pneu (donné par la fonction `mbs_tgc.tgc_car_kine_wheel`), \dot{e} la vitesse d'écrasement du pneu (également donnée par la fonction `mbs_tgc.tgc_car_kine_wheel`) et $K_p = 35$ N/mm et $D_p = 30$ Ns/m les coefficients de raideur et d'amortissement du pneu.
 - r_w est la vitesse de rotation absolue projetée selon l'axe $\hat{\mathbf{I}}_3$ du repère inertiel.
 - V est la vitesse du centre de la roue, projetée au sol.

Les forces doivent être appliquées au point géométrique de contact entre le pneu/sol. La distance entre le centre la roue et le point géométrique de contact, exprimée dans le repère solide à la roue, est donnée par la fonction `mbs_tgc.tgc_car_kine_wheel`. Attention que le vecteur renvoyé par la fonction est de taille 4³, alors que la fonction `user_ExtForces` attend un vecteur de taille 3. Une transformation est donc nécessaire afin de faire correspondre les composantes.

2. Sharp, R. S. (2008). *On the Stability and Control of the Bicycle*. *Applied Mechanics Reviews*, 61(6). Retrieved from <https://doi.org/10.1115/1.2983014>

3. $dx_F = [taille \text{ du vecteur}, \text{composante 1}, \text{composante 2}, \text{composante 3}]$

Pour installer et implémenter le module `mbs_tgc.tgc_car_kine_wheel`, il faut suivre les étapes suivantes :

- Mettre à jour MBsysPy :
`pip install --index-url https://www.robotran.be/dist/ MBsysPy --user --upgrade`
- Téléchargez le module :
`pip install --index-url https://www.robotran.be/dist/ mbs_tgc --user --upgrade`
- Dans le fichier `user_ExtForces.py`, importez les fonctions :
`from mbs_tgc import *`