

Exercice 1 : Sens de variation

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5\sqrt{n} - 3$ et $v_n = \frac{-2}{n+1} + 1$

1. Calculer les deux premiers termes de chaque suite.
2. Calculer le quinzième terme de chaque suite.
3. Etudier le sens de variation des suites

Exercice 1 : Sens de variation

On considère les suites (u_n) et (v_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -u_n^2 + u_n - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_1 = 5 \\ v_{n+1} = v_n + \frac{2}{n} \end{cases}$$

1. Calculer les quatre premiers termes de ces deux suites.
2. Représenter graphiquement ces quatre premiers termes sur un même graphique.
3. A l'aide de la calculatrice, calculer u_{10} et v_{10} et (on pourra donner une valeur approchée à 10^{-2} près).
4. Etudier le sens de variation des suites u_n et (v_n)

Exercice 3 : Sens de variation

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par $u_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}$

1. Calculer les deux premiers termes de cette suite.
2. Etudier le sens de variation de la suite

Exercice 4 : Raisonnement par récurrence

Démontrer que pour tout entier naturel on a :

$$S - n = \sum_{k=0}^n k = 0 + 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Exercice 5 : Raisonnement par récurrence

Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 < u_n < 2$.

Exercice 6 : Opérations sur les limites

Déterminer les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 - 5n + 1 & b) \lim_{n \rightarrow +\infty} n - 3\sqrt{n} & c) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2 + 4}{4n^2 + 3n} \\ d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n}{n + 3} & e) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n + 2} - \sqrt{n} & \end{array}$$