

Exercice 1

Calculer le quotient et le reste de chacune des divisions suivantes de A par B :

1. $A(x) = x^3 + x^2 + x + 1, \quad B(x) = x^2 + 1$
2. $A(y) = y^3 + 2y^2 + 3, \quad B(y) = y^2 - y - 1$
3. $A(z) = -3z^6 + z^4 - 5z^2 + 1, \quad B(z) = 3z^2 + z + 1$

Exercice 2 Simplifier les fractions rationnelles suivantes après avoir précisé les conditions d'existence :

1. $R(x) = \frac{6x^3+7x^2-x-2}{x^2+3x+2}$
2. $P(x) = \frac{x^2-6x+9}{4x^3-12x^2-x+3}$
3. $W(x) = \frac{2x^3+7x^2+2x-3}{x^2-9}$
4. $H(x) = \frac{3x^3-7x^2+x+2}{x^2-4x+4}$

Exercice 3 Résoudre dans \mathbb{R}

1. $\frac{x+1}{x} = \frac{x-2}{x+1}$
2. $\frac{(x^2-2x+1)(x+1)}{(x-1)(x^2-1)} = 1$
3. $4x^3 - 20x^2 + 33x - 18 = 0$
4. $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0$

Exercice 4

Déterminer les paramètres réels m, p et r tels que :

1. $\frac{6x^2+x-3}{3x-1} = mx + p + \frac{r}{3x-1}$
2. $\frac{4x^2-4x-7b}{2x+1} = mx + p + \frac{r}{2x+1}$

Exercice 5

Résoudre les systèmes

$$(1) \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + 2z = 1 \\ -y + z = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Exercice 6 Application

On a mesuré la durée de vie de 10 ampoules électriques :

Durée de vie	700 heures	800 heures	900 heures
Nombre d'ampoules	2	x	8 - x

Sachant que x est un entier strictement positif tel que $x \leq 8$; sachant de plus que $m(x)$ est le temps moyen de durée de vie des ampoules et $\eta(x)$ sa valeur médiane; pour quelles valeurs de x pouvons nous dire que $m(x) \geq \eta(x)$?

Exercice 7

1. Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes, sur un intervalle bien choisi :

a $f_1(x) = 10 - 3e^x + x$

b) $f_2(x) = \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$

2. Calculer $\int_0^{\pi/2} x^3 \ln x \, dx$

3. Calculer $\int_0^1 x e^x \, dx$

4. Déterminer toutes les primitives $g(x) = \sin(\ln x)$