

ENT305b

Optimisation discrète

Projet

The Unit Commitment problem

Janvier 2024

Author: Remi FLACHAIRE, Laura LADISLAS, Dagmara MACIEJCZYK,
Philippe NGAHBI



1 Description générale du problème

Le problème de l'engagement des unités dans la gestion de l'énergie vise à trouver le programme de production optimal d'un ensemble d'unités de production tout en respectant les diverses exigences du système. Il s'agit depuis toujours d'un problème à grande échelle, non convexe et difficile, surtout si l'on tient compte du fait que, en raison des exigences opérationnelles, il doit être résolu en un temps record. Dans ce projet, nous allons jouer un peu avec ce problème. D'un point de vue abstrait, nous disposons d'un ensemble d'actifs $i = 1, \dots, m$ capables de produire l'électricité. Ces actifs consistent en des centrales thermiques, des systèmes de réservoirs en cascade, des générateurs intermittents renouvelables. Chaque actif est accompagné d'un ensemble réalisable abstrait $X_i \subseteq \mathbf{R}^{n_i}$ ni supposé fermé, la fonction de coût $c_i : \mathbf{R}^{n_i} \rightarrow \mathbf{R}$ et un ensemble de variables $x_i \in \mathbf{R}^{n_i}$ ainsi qu'une matrice A_i telle que $A_i x_i$ est la quantité d'énergie générée par l'actif aux différents pas de temps. Un vecteur $d \in \mathbf{R}^T$ avec T le nombre total de pas de temps chacun d'une longueur de Δt (heures) est la charge du système.

Le problème est le suivant :

$$\begin{aligned} \min_{x_1, \dots, x_m} \quad & \sum_{i=1}^m c_i(x_i) \\ \text{s.t.} \quad & x_i \in X_i, \\ & \sum_{i=1}^m A_i x_i \geq d \end{aligned}$$

Il est très courant de considérer ce problème d'engagement d'unité comme un MILP. Ce n'est en aucun cas la seule voie possible, ni nécessairement la plus souhaitable. Elle est cependant appropriée dans le cadre de ce cours.

Objectif : Ce projet consistera donc à rédiger et à mettre en œuvre le problème d'optimisation qui en résulte, ainsi qu'à résoudre et à tester le code.

Outils utilisés : La modélisation et la résolution du problème s'est faite en utilisant le langage de programmation pour le calcul scientifique Julia et le logiciel CPLEX permettant la résolution de programmes linéaires et quadratiques en nombres entiers.

2 Centrales thermiques

2.1 Formalisation du problème

Considérons la situation d'une centrale thermique produisant sur un horizon temporel T à chaque pas de temps p_i^t , avec $t \in 0, 1, \dots, T$ (MW) de puissance active. Chaque pas de temps a une durée Δt en heures. La centrale électrique a un coût proportionnel c_i^t en euros/ MWh ; les niveaux de puissance sont soumis à un niveau de puissance de sortie minimal et maximal lorsqu'ils fonctionnent respectivement avec $p_{i,min}$ et $p_{i,max}^t$. En outre, les niveaux de puissance sont soumis à des restrictions de gradient, c'est-à-dire que les niveaux de puissance adjacents ne doivent pas dépasser g_t , où g_t est en MW/h ; Lorsque la centrale est allumée, elle doit le rester pendant un minimum de τ_+ pas de temps. Lorsque la centrale est éteinte, elle doit le rester pendant un total de τ_- pas de temps. De plus, les centrales thermiques ont un coût de démarrage s_i^t euros qui doit être payé.

2.1.1 Variables

Deux variables discrète doivent être définies:

- Une variable discrète d'allumage:

$$U_t^i = \begin{cases} 1 & \text{si } p_t^i > 0 \\ 0 & \text{si } p_t^i = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Et une variable discrète du coût d'allumage:

$$S_t^i = \begin{cases} 1 & \text{si } U_t^i > U_{t-1}^i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

2.1.2 Contraintes :

Nous allons pouvoir définir les contraintes du problème à partir des paramètres et des variables définis ci-dessus :

- Minimum de production : $p_t^i - p_{min}^i * U_t^i \geq 0$.
- Maximum de production : $p_{max}^i * U_t^i - p_t^i \geq 0$.
- Restriction positive du gradient de puissance : $g_t^{up} - \frac{p_t^i - p_{t-1}^i}{\Delta t} \geq 0$.
- Restriction négative du gradient de puissance: $\frac{p_t^i - p_{t-1}^i}{\Delta t} + g_t^{down} \geq 0$.
- Temps minimum d'allumage: $\sum_{i=t+1}^{t+\tau^+} U_i - \tau^+(U_{t+1} - U_t) \geq 0$.
- Temps minimum à l'arrêt: $\tau_-(1 - (U_t - U_{t+1})) - \sum_{i=t+1}^{t+\tau^-} U_i \geq 0$.
- Coût d'allumage : $S_t^i \geq U_t^i - U_{t-1}^i$. Si $U_t^i - U_{t-1}^i = 1$ alors $S_t^i = 1$ sinon $S_t^i = 0$
- Initialisation de la puissance : $p_0^i = p_{initial}^i$.
- Positivité de la puissance
- Puissance supérieure à la demande à chaque instant: $\sum_i p_i^t \geq d_t$

2.1.3 Fonction objectif

On va chercher à minimiser les coûts. Les deux variables influençant les coûts sont la production p_t^i et l'allumage S_t^i de la centrale.

$$\min \sum_{i,t} \underbrace{c_i * p_t^i}_{\text{coûts production}} + \underbrace{S_t^i * s_i}_{\text{coûts allumages}}$$

2.2 Analyse des premiers résultats

Nous avons utilisé CPLEX et Julia pour résoudre ce premier problème, sans prendre en compte les réservoirs en cascade. Nous avons dû enlever la contrainte d'initialisation de la puissance, qui n'était pas compatible avec la demande initiale. Le reste des contraintes n'a pas posé problème lors de l'exécution.

Voici les résultats obtenus :

Pas de temps	Demande	Production thermique	Centrale 1	...	Centrale 10
1	953	953	118	...	199
2	902	902	118	...	159
3	736	736	118	...	84
4	730	730	118	...	84
5	743	743	118	...	84
6	801	801	118	...	91
7	958	958	118	...	192
8	1170	1170	118	...	293
9	1366	1366	118	...	323
10	1427	1427	118	...	323

Table 1: Production thermique au cours des 10 premiers pas de temps

Si on analyse les résultats obtenus on remarque que la Centrale 1 a les coûts de production les plus bas et produit donc à son *power* tout au long de la simulation. Tandis que la Centrale 10, qui a des coûts de production plus élevés produit seulement quand la demande augmente et que la production maximale des centrales les moins chères ne suffit plus.

Caractéristiques	Centrale 1	Centrale 10
Puissance minimale	32	84
Puissance maximale	118	323
Coût d'allumage	172	466
Coût de production	43	54

Table 2: Caractéristiques principales des centrales 1 et 10

On remarque enfin que l'équilibre offre demande est respecté, l'ensemble de ces résultats est donc cohérent avec le comportement attendu du modèle.

3 Réservoirs en cascade

3.1 Formalisation du problème

Un système de réservoirs en cascade peut être considéré comme un graphe orienté $G = (V, A)$ où chaque sommet $v \in V$ représente un réservoir de volume V_i^t avec un volume initial $V_{i,0}$ (m^3), un volume minimal V_{min}^t et un volume maximal V_{max}^t en m^3 . Chaque réservoir reçoit également des flux entrants a_t en m^3/s . Les arcs sont dirigés de l'amont vers l'aval et représentent des turbines (allant dans le sens de la marche) ou des pompes (allant dans le sens inverse de la marche). Chaque turbine est associée à un débit f^t en m^3/s ainsi qu'à des conditions de rampe g_a et g_d en $(m^3/s)/h$. Les débits

sont soumis à des limites $f_{i,max}$, $f_{i,min}$ et, de plus, nous disposons de la forme suivante de la fonction de production hydroélectrique :

$$p(f) = \min_{j \in J} p_j + \langle \rho_j, f - f_j \rangle \quad (2)$$

avec pour $j \in J$: $f_j(m^3/s)$, p_j (MW) une collection fixe de points. La puissance résultante d'une turbine devrait également être soumise à des limites p_{min} et p_{max} , p .

Chaque pompe est également accompagnée d'un débit (négatif) mais avec un "HPF" linéaire unique : $p(f) = \rho f$. Notez que les pompes ont physiquement besoin d'énergie pour pomper l'eau en amont. Il est évident que cela doit se faire avec une perte globale.

3.1.1 Contraintes

- Volume minimal du réservoir j : $V_{i,t} - V_{i,min} \geq 0$,
- Volume maximal du réservoir j : $V_{i,max} - V_{i,t} \geq 0$,
- Débit minimal de la turbine/pompe : $f_t - f_{min} \geq 0$,
- Débit maximal de la turbine/pompe : $f_{max} - f_t \geq 0$,
- Restriction positive du gradient de débit : $g_a - \frac{f_t - f_{t-1}}{\delta t} \geq 0$,
- Restriction négative du gradient de débit : $\frac{f_t - f_{t-1}}{\delta t} + g_d \geq 0$,
- Puissance résultante maximale d'une turbine : $p_{max} - p \geq 0$,
- Puissance résultante minimale d'une turbine : $p - p_{min} \geq 0$,
- Débit d'une pompe : $p(f) = \rho f$
- Évolution du volume du réservoir i : $V_{i,t} = V_{i,t-1} + \sum (f_m - f_n) + a_i$ tel que f_m correspond à un End Arc= i (flow d'une pompe qui arrive sur le réservoir i) et f_n correspond à un Start Arc= i (flow d'une pompe qui sort du réservoir i)
- Positivité du volume des réservoirs et du débit des turbines.

3.1.2 Fonction objectif

La production totale des pompes correspond à :

$$P_t = \sum_j LT_j * f_j^t$$

La quantité d'énergie produite par les réservoirs est à maximiser puisque c'est une énergie "gratuite". Ainsi, plus les réservoirs produisent, moins les centrales thermiques produisent et plus on minimise les coûts.

4 Fonction objectif général

Pour prendre en compte la production des pompes et faire le lien avec les centrales thermiques, il faut réécrire la contrainte de puissance supérieure à la demande:

$$\sum_i p_i^t + \sum_j LT_j f_j^t \geq d_t$$

Ainsi, le problème final est construit à partir de toutes les contraintes décrites dans les deux sections précédentes, en changeant seulement la contrainte production/demande. La production des réservoirs n'ayant pas de coûts, on comprend bien que les centrales thermiques serviront comme moyen d'appoint. Notre but est de les appeler le moins possible. La fonction à minimiser dans le problème général est donc identique à celle Partie 2.1:

$$\min \sum_{i,t} c_i * p_t^i + S_t^i * s_i$$

5 Résultats et interprétation

Nous avons effectué deux simulations, la première avec les fichiers 10_0_1_w.nc4 et Aurland_1000.nc4 et la deuxième avec les fichiers 20_0_1_w.nc4 et Aurland_1000.nc4. La première simulation comporte 10 centrales et la demande est relativement faible. La seconde simulation comporte 20 centrales thermiques et la demande est en moyenne bien plus élevée.

5.1 Simulation 1

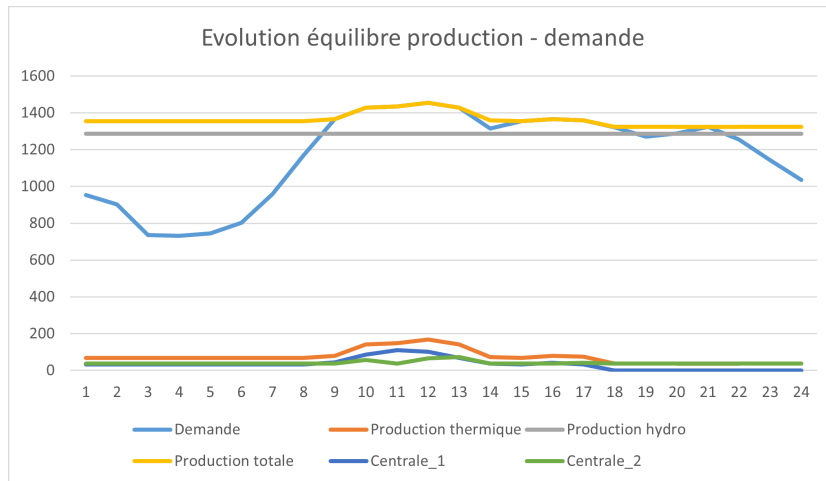


Figure 1: Simulation 1 : Évolution de l'équilibre offre - demande

La production hydraulique, étant optimisée, reste constante et atteint sa valeur maximale de 1287 MW comme on peut le voir dans la figure 1

Dans les résultats, on peut observer que seulement deux centrales thermiques sur les dix sont en marches. On peut en déduire qu'il est moins cher, au vu de la demande, de les laisser en marche même lorsque la production hydraulique est suffisante.

Bien sûr, lorsque la production minimales des deux centrales 1 et 2 et de la production hydrauliques sont insuffisantes, les centrales augmentent leur production pour correspondre à la demande.

Ensuite on peut observer que la centrale 1 qui a un coût par MW plus élevé que la 2 va être éteinte lorsque la production hydraulique est de nouveau supérieure à la demande.

Enfin l'algorithme a décidé d'enclencher les deux premières centrales car celles-ci possèdent un coût au démarrage plus faible que les autres, un terme constant plus faible et un coût par MW plus faible comme on peut le voir dans la figure 2

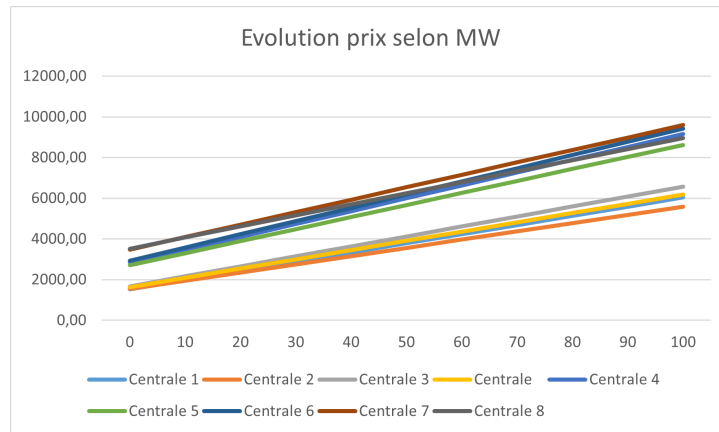


Figure 2: Simulation 1 : Évolution du prix en fonction du MW

5.2 Simulation 2

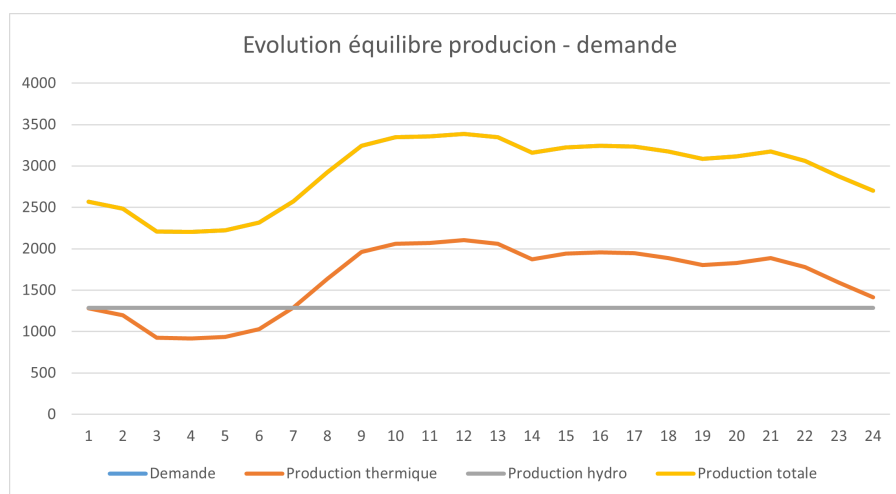


Figure 3: Simulation 2 : Évolution de l'équilibre offre - demande

Comme on peut l'imaginer, le nombre de centrale mise à contribution va augmenter avec la demande. En effet 15 centrales sur 20 vont être utilisées. Comme dans la simulation précédente le coût au démarrage et le coût par MW sont des paramètres qui vont permettre de décider quelles centrales vont être allumées.

On peut voir dans la figure 3 que l'offre est toujours égale à la demande et qu'il n'y a pas de surproduction comme dans la première simulation.

La production thermique suit la même tendance que la demande, on voit bien qu'elle est très flexible et s'adapte rapidement à la demande. La production hydraulique étant gratuite, a tout intérêt à atteindre son niveau de production maximal.

Ici le facteur de charge des différentes centrales va dépendre du prix au MW associé à celle-ci mais aussi à la puissance par pas de temps qu'elles sont capable de déployer.

6 Annexe

Le code utilisé pour les modélisations est disponible à l'adresse suivante : <https://colab.research.google.com/drive/11qVHjRxCLNamboT5mKXLhj6bbQZdal81?usp=sharing>

Un fichier LP du modèle est également disponible et peut être obtenu en compilant le code.