Hochschule für Technik und Wirtschaft

Dokumentation

Projektseminar
Optimierung und Unsicherheitsquantifizierung mit Bayesianischer Statistik und MCMC-Methoden
(Prof. Schwarzenberger)

Clemens Näther, s85426
Jakub Kliemann, s85515

Contents

1 Einleitung

2 Theoretischer Teil

2.1 Grundlagen der bayesianischen Statistik und das Bayes'sche Theorem

Die bayesianische Statistik ist ein Teilgebiet der Statistik, das sich mit der Analyse von Wahrscheinlichkeiten beschäftigt, indem es Vorwissen (Prior) mit neuen Daten (Likelihood) kombiniert. Im Gegensatz zur frequentistischen Statistik, die Wahrscheinlichkeiten als langfristige relative Häufigkeiten interpretiert, betrachtet die bayesianische Statistik Wahrscheinlichkeiten als subjektive Glaubensmaßstäbe, die sich mit neuen Informationen ändern können.

Ein zentrales Konzept der bayesianischen Statistik ist das Bayes'sche Theorem, das die Grundlage für die Aktualisierung von Wahrscheinlichkeiten bildet. Es wird durch die folgende Formel dargestellt:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Hierbei stellt $P(A|B)$ die Posterior-Wahrscheinlichkeit dar, also die Wahrscheinlichkeit von Hypothese A gegeben die Beobachtung B. $P(B|A)$ ist die Likelihood, die angibt, wie wahrscheinlich das beobachtete Ergebnis B unter der Hypothese A ist. $P(A)$ ist die Prior-Wahrscheinlichkeit, die unser ursprüngliches Wissen über A beschreibt, während $P(B)$ die marginale Wahrscheinlichkeit von B darstellt, die als Normierungsfaktor dient.

Das Bayes'sche Theorem ermöglicht es, das Vorwissen über ein Ereignis durch neue Beweise zu aktualisieren und so eine informierte Entscheidung zu treffen. Ein typisches Beispiel findet sich in der medizinischen Diagnostik, wo Ärzte das Risiko einer Krankheit auf Grundlage von Testergebnissen bewerten.

Die bayesianische Statistik bietet zahlreiche Vorteile, darunter die Flexibilität, Vorwissen in die Analyse einzubeziehen, sowie die Fähigkeit, Unsicherheiten präzise zu quantifizieren. In vielen Anwendungsbereichen, wie z.B. in der medizinischen Forschung oder der Risikobewertung in der Wirtschaft, hat sich diese Methode als äußerst wertvoll erwiesen.

2.2 Binomiale Verteilung und deren bayesianische Interpretation

2.3 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) Methoden

2.4 Konvergenzkriterien und Diagnosewerkzeuge für MCMC-Simulationen

3 Praktischer Teil

3.1 Implementierung bayesianischer Modelle unter Verwendung in Python

3.2 Anwendung der Modelle auf verschiedene Datensätze

3.3 Durchführung von MCMC-Simulationen

3.4 Interpretation der Ergebnisse

3.5 Vergleich mit klassischen Methoden

4 Zusammenfassung und Ausblick

5 Literaturverzeichnis

Hier ist eine Zitation aus einem Buch [5].
Hier ist eine Zitation aus einem Buch [1].
Hier ist eine Zitation aus einem Buch [3].
Hier ist eine Zitation aus einem Buch [4].
Hier ist eine Zitation aus einem Buch [2].

References

[1] Karl-Rudolf Koch. *Einführung in die Bayes-Statistik*. Berlin [u.a.]: Springer, 2000. ISBN: 3540666702. URL: `https://katalog.slub-dresden.de/id/0-306244284`.

[2] Gabriele Marinell Gerhard Steckel-Berger. *Einführung in die Bayes-Statistik Optimaler Stichprobenumfang*. Berlin ;Boston , , ©2000. URL: `https://katalog.slub-dresden.de/id/0-871513366`.

[3] Thomas Müller-Gronbach, Erich Novak, and Klaus Ritter. *Monte Carlo-Algorithmen*. Berlin: Springer, 2012. ISBN: 9783540891406. URL: `https://katalog.slub-dresden.de/id/0-618339728`.

[4] Wolfgang Tschirk. *Statistik: Klassisch oder Bayes zwei Wege im Vergleich*. Berlin , , © 2014. ISBN: 3642543847. URL: `https://katalog.slub-dresden.de/id/0-160866449X`.

[5] Dieter Wickmann. *Bayes-Statistik Einsicht gewinnen und entscheiden bei Unsicherheit*. Mannheim: BI-Wiss.-Verl., 1990. ISBN: 3411146710. URL: `https://katalog.slub-dresden.de/id/0-276492471`.

6 Selbstständigkeitserklärung