

# TIPE : Quantité d'encre utilisée par une fonte d'écriture

## Listing du programme

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Types</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Fonctions utilitaires</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Récupération d'une fonte</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Détermination d'une bounding box</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Algorithme de De Casteljau</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Tracés de courbes</b>	<b>15</b>
<b>7</b>	<b>Calculs d'aire</b>	<b>23</b>
<b>8</b>	<b>Fréquences d'apparition des caractères</b>	<b>26</b>

# 1 Types

```

1  type commande =
2      | Rmoveto
3      | Vmoveto
4      | Hmoveto
5      | Rlineto
6      | Vlineto
7      | Hlineto
8      | Rrcurveto
9      | Vhcurveto
10     | Hvcurveto
11     | Closepath
12     | Endchar
13 ;;
14 type arguments == float list ;;
15 type instruction == commande * arguments ;;
16 type definition == instruction list ;;
17 type glyphe == char * definition ;;
18 type fonte == glyphe list ;;
19 type point == float * float ;;
20 type boundingBox == point * point ;;

```

## 2 Fonctions utilitaires

```

1  let rec pow_fl fl = function

3      (* float -> int -> float *)

5      (* Fonction puissance, appliquée à un flottant
6         Utilise l'exponentiation rapide *)

8      | 0 -> 1.
9      | 1 -> fl
10     | n -> pow_fl fl (n mod 2) *. r *. r where r = pow_fl fl (n/2)
11 ;;

12 let rec pow x = function

14     (* int -> int -> int *)

16     (* Fonction puissance, appliquée à un entier
17        Utilise l'exponentiation rapide *)

19     | 0 -> 1
20     | 1 -> x
21     | n -> pow x (n mod 2) * r * r where r = pow x (n/2)
22 ;;

23 let abs_fl = function

25     (* float -> float *)

27     (* Renvoie la valeur absolue d'un flottant *)

29     | x when x >= 0. -> x
30     | x               -> -.x
31 ;;

```

```
32 let rec somme_liste = function
33
34   (* float list -> float *)
35
36   (* Fais la somme de tous les flottants de la liste (analogue de apply *)
37
38   | []    -> 0.
39   | t::q -> t +. somme_liste q
40 ;;
41
42
41 let normel (x,y) =
42
43   (* point -> float *)
44
45   (* Renvoie la norme 1 d'un point du plan dont les coordonnées sont des flottants *)
46
47   max (abs_fl x) (abs_fl y)
48 ;;
49
50
49 let distancel (x1,y1) (x2,y2) =
50
51   (* point -> point -> float *)
52
53   (* Renvoie la distance liée à la norme 1 entre deux points dont les coordonnées sont des
54      flottants *)
55
56   normel (x1-.x2,y1-.y2)
57 ;;
58
59
57 let fst_4 (e,_,_,_) =
58
59   (* 'a * 'b * 'c * 'd -> 'a *)
60
61   (* Renvoie la première composante d'un quadruplet *)
62
63   e
64 ;;
65
66
65 let snd_4 (_,e,_,_) =
66
67   (* 'a * 'b * 'c * 'd -> 'b *)
68
69   (* Renvoie la deuxième composante d'un quadruplet *)
70
71   e
72 ;;
73
74
73 let trd_4 (_,_,e,_) =
74
75   (* 'a * 'b * 'c * 'd -> 'c *)
76
77   (* Renvoie la troisième composante d'un quadruplet *)
78
79   e
80 ;;
```

```
81 let fth_4 (_,_,_,e) =
82
83   (* 'a * 'b * 'c * 'd -> 'd *)
84
85   (* Renvoie la quatrième composante d'un quadruplet *)
86
87   e
88 ;;
89
90 let rec int_of_float 'x =
91
92   (* float -> int *)
93
94   (* Renvoie l'entier le plus proche (translation de la fonction partie entière) *)
95
96   if x >= 0.
97   then int_of_float (x+.0.5)
98   else - int_of_float ' (-.x)
99 ;;
100
101 let float_of_int_2 (a,b) =
102
103   (* point -> point *)
104
105   (* Applique float_of_int à un point du plan *)
106
107   (float_of_int a, float_of_int b)
108 ;;
109
110 let int_of_float_2 (a,b) =
111
112   (* point -> int * int *)
113
114   (* Fonction int_of_float pour un couple *)
115
116   (int_of_float ' a, int_of_float ' b)
117 ;;
118
119 let somme_R2 (x1,y1) (x2,y2) =
120
121   (* point -> point -> point *)
122
123   (* Somme de deux points du plan *)
124
125   x1+.x2,y1+.y2
126 ;;
127
128 let prod_R2 k (x,y) =
129
130   (* float -> point -> point *)
131
132   (* Multiplication par un scalaire dans le plan *)
133
134   (k*.x,k*.y)
135 ;;
```

```
131 let diff_R2 a b =

133     (* point -> point -> point *)

135     (* Différence de deux points du plan *)

137     somme_R2 a (prod_R2 (-1.) b)
138 ;;

139 let init_graph () =

141     (* unit -> unit *)

143     (* Initialise la sortie graphique *)

145     moveto 0 0 ;
146     clear_graph() ;
147     set_color black
148 ;;

149 let rec applique f = function

151     (* ('a -> 'a -> 'a) -> 'a list -> 'a *)

153     (* Applique une fonction prenant deux arguments à une liste *)

155     | [e]   -> e
156     | t::q  -> f t (applique f q)
157     | []    -> failwith "cannot_apply_to_empty_list"
158 ;;

159 let min_list =

161     (* 'a list -> 'a *)

163     (* Renvoie le minimum d'une liste , avec une complexité linéaire *)

165     applique min
166 ;;

167 let max_list =

169     (* 'a list -> 'a *)

171     (* Renvoie le maximum d'une liste , avec une complexité linéaire *)

173     applique max
174 ;;

175 let list_of_string mot =

177     (* string -> char list *)

179     (* Décompose une chaîne de caractères en la liste de ses caractères *)

182     let res = ref [] in
183     for i = string_length mot - 1 downto 0 do
184         res := mot.[i] :: !res
185     done;
186     !res
187 ;;
```

```

188 let rec bar = function
189
190   (* (float * float) list -> float *)
191
192   (* Renvoie le barycentre des réels dont le poids est la deuxième composante du couple
193      Suppose que la somme des poids est égale à 1 *)
194
195   |[]      -> 0.
196   |(p,t)::q -> p *. t +. bar q
197 ;;
198
199 let bar2 l =
200
201   (* (point * float) list -> point *)
202
203   (* Renvoie le barycentre des points du plan dont le poids est la deuxième composante du
204      couple
205      Suppose que la somme des poids est égale à 1 *)
206
207   bar (map (fun ((x,_),t) -> x,t) l), bar (map (fun ((_,y),t) -> y,t) l)
208 ;;
209
210 let attendre t =
211
212   (* float -> unit *)
213
214   (* Arrête le processus en cours pour une durée t, en secondes *)
215
216   let heureDebut= sys__time() in
217   while sys__time() < (heureDebut +.t) do
218     ()
219   done
220 ;;

```

### 3 Récupération d'une fonte

```

1 let lit fichier =
2
3   (* string -> string list *)
4
5   (* Renvoie la liste des lignes du fichier fichier *)
6
7   let entree = open_in fichier in
8   let rec creerListe acc =
9     try
10       creerListe (input_line entree :: acc)
11     with End_of_file -> rev acc
12   in
13   creerListe []
14 ;;

```

```
15 let split_ligne sep com ligne =

17   (* char -> char -> string -> string list *)

19   (* Sépare une chaîne de caractères en mots, délimités par sep, en s'arrêtant si le symbole
      de commentaire com est rencontré. Supprime par ailleurs les tabulations *)

21   let res = ref [] in
22   let mot = ref "" in
23   let stop = ref false in
24   let i = ref 0 in
25   while !i < string_length ligne && not !stop do
26     begin match ligne.[!i] with
27       | c when c=sep && !mot="" -> ()
28       | c when c=sep          -> res := !mot :: !res ; mot := ""
29       | c when c=com          -> stop := true
30       | c when c='\t '        -> ()
31       | c                     -> mot := !mot ^ string_of_char c
32     end ;
33     incr i
34   done;
35   if !mot = "" then rev !res
36   else rev (!mot :: !res)
37   ;;

38 let rec formate_ligne' acc = function

40   (* int list -> string list -> string * int list *)

42   (* Fonction auxiliaire de formate_liste, la généralisant *)

44   | [] -> "", []
45   | [a] -> a, rev acc
46   | t::q -> formate_ligne' (int_of_string t::acc) q
47   ;;

48 let formate_ligne =

50   (* string list -> string * int list *)

52   (* Traite une ligne d'instruction de tracé PostScript, en renvoyant le couple de l'
      instruction, et de ses arguments, relatifs *)

54   formate_ligne' []
55   ;;
```

```

56 let recupereGlyphesEtSubrs fichier =

58   (* string list list -> (char * (string * int list) list) list * (int * (string * int list)
      list) list *)

60   (* Regroupe les caractères et les instructions les définissant dans une première liste , puis
      les sous-routines PostScript éventuelles et les instructions les définissant dans une
      seconde , à partir d'une liste d'instructions PostScript dont les lignes sont des listes
      de chaînes *)

62   let rec traite_ligne car n temp = function
63     | [] -> [], []
64     | (t::p::q)::l when t = "dup" -> traite_ligne ' ' (int_of_string p)
        [] l
65     | (t::p::q)::l when p = "NP" -> glyphs,(n,rev temp)::subrs
        where glyphs,subrs = traite_ligne ' ' 0 [] l
66     | ("/space"::p::q)::l -> traite_ligne ' ' 0 [] l
67     | ("/exclam"::p::q)::l -> traite_ligne '!' 0 [] l
68     | ("/quotesingle"::p::q)::l -> traite_ligne "'" 0 [] l
69     | ("/parenleft"::p::q)::l -> traite_ligne '(' 0 [] l
70     | ("/parenright"::p::q)::l -> traite_ligne ')' 0 [] l
71     | ("/comma"::p::q)::l -> traite_ligne ',' 0 [] l
72     | ("/period"::p::q)::l -> traite_ligne '.' 0 [] l
73     | ("/colon"::p::q)::l -> traite_ligne ':' 0 [] l
74     | ("/semicolon"::p::q)::l -> traite_ligne ';' 0 [] l
75     | ("/question"::p::q)::l -> traite_ligne '?' 0 [] l
76     | ("/zero"::p::q)::l -> traite_ligne '0' 0 [] l
77     | ("/one"::p::q)::l -> traite_ligne '1' 1 [] l
78     | ("/two"::p::q)::l -> traite_ligne '2' 2 [] l
79     | ("/three"::p::q)::l -> traite_ligne '3' 3 [] l
80     | ("/four"::p::q)::l -> traite_ligne '4' 4 [] l
81     | ("/five"::p::q)::l -> traite_ligne '5' 5 [] l
82     | ("/six"::p::q)::l -> traite_ligne '6' 6 [] l
83     | ("/seven"::p::q)::l -> traite_ligne '7' 7 [] l
84     | ("/eight"::p::q)::l -> traite_ligne '8' 8 [] l
85     | ("/nine"::p::q)::l -> traite_ligne '9' 9 [] l
86     | (t::p::q)::l when t.[0] = '/' -> traite_ligne t.[1] 0 [] l
87     | (t::p::q)::l when p = "ND" -> (car,rev temp)::glyphs,subrs
88     where glyphs,subrs = traite_ligne ' ' 0 [] l
89     | (t::q)::l when t = "return" -> traite_ligne car n temp l
90     | t::l -> traite_ligne car n (formate_ligne t
        :: temp) l
91
92   in
93   traite_ligne ' ' 0 [] fichier
94   ;;

95   let traiteSubr subrs (com,l) = match com with

97     (* ('a * (string * 'a list) list) list -> string * 'a list -> (string * 'a list) list *)

99     (* Renvoie la liste comprenant l'instruction passée en argument, en la remplaçant par sa
        description si c'est une sous-routine *)

101    | "callsubr" -> assoc (hd l) subrs
102    | _ -> [com,l]
103    ;;

```



```
104 let replaceSubrs glyphs subrs =

106   (* ('a * (string * 'b list) list) list -> ('b * (string * 'b list) list) list -> ('a * (
      string * 'b list) list) list *)

108   (* Remplace les appels à des sous-routines par leurs descriptions exactes dans la
      description d'un glyphe *)

110   map (fun (c,d) -> c,flat_map (traiteSubr subrs) d) glyphs
111 ;;

112 let instructionReconnuep i =

114   (* string list *)

116   (* Vrai lorsque l'instruction de tracé est reconnue *)

118   mem i ["rmoveto";"vmoveto";"hmoveto";"rlineto";"vlineto";"hlineto";"
      rrcurveto";"vhcurveto";"hvcurveto";"closepath";"endchar"]
119 ;;

120 let commande_of_string = function

122   (* string -> commande *)

124   (* Convertit une chaîne de caractères en une commande, de type commande *)

126   | "rmoveto"    -> Rmoveto
127   | "vmoveto"    -> Vmoveto
128   | "hmoveto"    -> Hmoveto
129   | "rlineto"    -> Rlineto
130   | "vlineto"    -> Vlineto
131   | "hlineto"    -> Hlineto
132   | "rrcurveto"  -> Rrcurveto
133   | "vhcurveto"  -> Vhcurveto
134   | "hvcurveto"  -> Hvcurveto
135   | "closepath"  -> Closepath
136   | "endchar"    -> Endchar
137   | _            -> failwith "instruction_de_tracé_non_reconnue"
138 ;;

139 let rec convertitDefinition = function

141   (* (string * int list) list -> definition *)

143   (* Convertit une définition vers le type definition en convertissant les chaînes de caractères
      vers le type commande et les entiers en flottants *)

145   | [] -> []
146   | (inst,args)::q when instructionReconnuep inst ->
147     (commande_of_string inst,map float_of_int args) :: convertitDefinition
      q
148   | _ :: q ->
149     convertitDefinition q
150 ;;
```

```

151 let convertitGlyphes =
153   (* (char * (string * int list) list) list -> fonte *)
155   (* Convertit toutes les définitions d'une fonte vers le type definition *)
157   map (fun (c,d) -> c, convertitDefinition d)
158   ;;

159 let recupereFonte nom =
161   (* string -> fonte *)
163   (* Renvoie la description de la fonte dont le nom est donné en argument *)
165   let lignes = lit ("../Fontes/" ^ nom ^ "/" ^ nom ^ ".asm") in
166   let lignes_sep = map (split_ligne ' ' '%') lignes in
167   let glyphs, subrs = recupereGlyphesEtSubrs lignes_sep in
168   let glyphs_final = remplaceSubrs glyphs subrs in
169   let fonte = convertitGlyphes glyphs_final in
170   fonte
171   ;;

```

## 4 Détermination d'une bounding box

```

1 let rec boundingBoxGrossiere (x0,y0) = function
3   (* point_fl -> instruction_fl -> boundingBox_fl *)
5   (* Renvoie la bounding box des points de contrôle d'une instruction de tracée donnée *)
7   | Rlineto , [ dx; dy ] ->
8     (min x0 (x0+.dx), min y0 (y0+.dy)) , (max x0 (x0+.dx), max y0 (y0+.dy))
9   | Vlineto , [ dy ] ->
10    boundingBoxGrossiere (x0,y0) (Rlineto , [ 0.; dy ])
11  | Hlineto , [ dx ] ->
12    boundingBoxGrossiere (x0,y0) (Rlineto , [ dx; 0. ])
13  | Rrcurveto , [ dx1; dy1; dx2; dy2; dx3; dy3 ] ->
14    (min_list [x0;x0+.dx1;x0+.dx1+.dx2;x0+.dx1+.dx2+.dx3] ,
15     min_list [y0;y0+.dy1;y0+.dy1+.dy2;y0+.dy1+.dy2+.dy3] ) ,
16    (max_list [x0;x0+.dx1;x0+.dx1+.dx2;x0+.dx1+.dx2+.dx3] ,
17     max_list [y0;y0+.dy1;y0+.dy1+.dy2;y0+.dy1+.dy2+.dy3] )
18  | _ -> failwith "cas_non_envisagé"
19  ;;

20 let includeBoundingBoxp ((xmin1,ymin1),(xmax1,ymax1)) ((xmin2,ymin2),(xmax2,ymax2)) =
22   (* boundingBox -> boundingBox -> bool *)
24   (* Vrai lorsque la première bounding box est incluse dans la seconde *)
26   xmin1 > xmin2 && ymin1 > ymin2 && xmax1 < xmax2 && ymax1 < ymax2
27   ;;

```

```
28 let mergeBoundingBoxes ((xmin1,ymin1),(xmax1,ymax1)) ((xmin2,ymin2),(xmax2,
    ymax2)) =
30     (* boundingBox -> boundingBox -> boundingBox *)
32     (* Fusionne deux bounding box dans une bounding box plus grande *)
34     (min xmin1 xmin2,min ymin1 ymin2),(max xmax1 xmax2,max ymax1 ymax2)
35     ;;
```

```
36 let rec boundingBoxBezier p000 p001 p011 p111 =
38     (* point_fl -> point_fl -> point_fl -> point_fl -> boundingBox_fl *)
40     (* Renvoie la bounding box d'une cubique de bézier.
41         Les extrema sont recherchés par dichotomie, en utilisant le principe de l'algorithme de
            De Casteljaou *)
43     if arret (p000,p001,p011,p111) 0.5 1.
44     then ((min_list [x0;x1;x2;x3],
45         min_list [y0;y1;y2;y3]),(max_list [x0;x1;x2;x3],
46         max_list [y0;y1;y2;y3]) where (x0,y0),(x1,
            y1),(x2,y2),(x3,y3)=p000,p001,p011,p111
            )
47     else mergeBoundingBoxes (boundingBoxBezier p000 p00t p0tt pttt) (
        boundingBoxBezier pttt ptt1 pt11 p111)
48     where (p000,p00t,p0tt,pttt),(_,ptt1,pt11,p111) = scinder (p000,p001,
        p011,p111) 0.5
49     ;;
```

```
50 let rec boundingBoxExacte (x0,y0) = function
52     (* point_fl -> instruction_fl -> boundingBox_fl *)
54     (* Renvoie la bounding box de la courbe dont l'instruction de tracé est donnée en argument
        *)
56     (* |commande,arguments -> ((xmin,ymin),(xmax,ymax)) *)
57     | Rrcurveto,[dx1;dy1;dx2;dy2;dx3;dy3] ->
58         boundingBoxBezier
59         (x0,y0)
60         (x0+.dx1,y0+.dy1)
61         (x0+.dx1+.dx2,y0+.dy1+.dy2)
62         (x0+.dx1+.dx2+.dx3,y0+.dy1+.dy2+.dy3)
63     | Vhcurveto,[dy1;dx2;dy2;dx3] ->
64         boundingBoxExacte (x0,y0) (Rrcurveto,[0.;dy1;dx2;dy2;dx3;0.])
65     | Hvcurveto,[dx1;dx2;dy2;dy3] ->
66         boundingBoxExacte (x0,y0) (Rrcurveto,[dx1;0.;dx2;dy2;0.;dy3])
67     | instruction ->
68         boundingBoxGrossiere (x0,y0) instruction
69     ;;
```

```

70 let rec boundingBox' orig act box = function

72   (* point_fl -> point_fl -> boundingBox_fl -> boundingBox_fl *)

74   (* Fonction auxiliaire de boundingBox *)

76   |[] ->
77   box
78   |(Rmoveto,[x;y]) :: q ->
79   boundingBox' nouv nouv box q where nouv = somme_R2 act (x,y)
80   |(Rlineto,[x;y]) :: q ->
81   boundingBox' orig (somme_R2 act (x,y)) (mergeBoundingBoxes box (
82     boundingBoxExacte act (Rlineto,[x;y]))) q
83   |(Vlineto,[y]) :: q ->
84   boundingBox' orig act box ((Rlineto,[0.;y]) :: q)
85   |(Hlineto,[x]) :: q ->
86   boundingBox' orig act box ((Rlineto,[x;0.]) :: q)
87   |(Rrcurveto,[x1;y1;x2;y2;x3;y3]) :: q ->
88   if includeBoundingBoxp (boundingBoxGrossiere act (Rrcurveto,[x1;y1;x2;
89     y2;x3;y3])) box
90   then (boundingBox' orig (x0+.x1+.x2+.x3,y0+.y1+.y2+.y3) box q)
91   else boundingBox' orig (x0+.x1+.x2+.x3,y0+.y1+.y2+.y3) (
92     mergeBoundingBoxes box (boundingBoxExacte act (Rrcurveto,[x1;y1;x2;
93       y2;x3;y3]))) q
94   where x0,y0 = act
95   |(Vhcurveto,[y1;x2;y2;x3]) :: q ->
96   boundingBox' orig act box ((Rrcurveto,[0.;y1;x2;y2;x3;0.]) :: q)
97   |(Hvcurveto,[x1;x2;y2;y3]) :: q ->
98   boundingBox' orig act box ((Rrcurveto,[x1;0.;x2;y2;0.;y3]) :: q)
99   |(Vmoveto,[y]) :: q ->
100  boundingBox' orig act box ((Rmoveto,[0.;y]) :: q)
101  |(Hmoveto,[x]) :: q ->
102  boundingBox' orig act box ((Rmoveto,[x;0.]) :: q)
103  |(Closepath,_) :: q ->
104  boundingBox' orig act (mergeBoundingBoxes box (boundingBoxExacte act (
105    Rlineto,[x;y]))) q
106  where x,y = diff_R2 orig act
107  |(Endchar,_) :: q ->
108  boundingBox' orig act (mergeBoundingBoxes box (boundingBoxExacte act (
109    Rlineto,[x;y]))) q
110  where x,y = diff_R2 orig act
111  |_ ->
112  failwith "instruction_de_trace_non_reconnue"
113  ;;

114 let initialiseBoundingBox = function

116   (* definition -> boundingBox *)

118   (* Renvoie une bounding box nulle comprise dans la bounding box du glyphe *)

119   |(Rmoveto,[x;y]) :: _ -> (x,y),(x,y)
120   |(Hmoveto,[x]) :: _ -> (x,0.),(x,0.)
121   |(Vmoveto,[y]) :: _ -> (0.,y),(0.,y)
122   |_ -> failwith "définition_ne_commence_pas_par_un_dé
123     placement_du_point_courant"
124   ;;

```

```

119 let boundingBox definition =
121     (* definition -> boundingBox *)
123     (* Renvoie la bounding box d'un glyphe *)
125     boundingBox' (0.,0.) (0.,0.) bb0 definition where bb0 =
        initialiseBoundingBox definition
126 ;;

127 let largeur def =
129     (* definition -> int *)
131     (* Renvoie la largeur d'un glyphe *)
133     xmax -. xmin where (xmin,_) ,(xmax,_) = boundingBox def
134 ;;

135 let hauteur def =
137     (* definition -> int *)
139     (* Renvoie la hauteur d'un glyphe *)
141     ymax -. ymin where (_,ymin) ,(_,ymax) = boundingBox def ;;

142 let hauteurX fonte =
144     (* fonte -> int *)
146     (* Renvoie la hauteur d'x pour une fonte *)
148     hauteur (assoc 'x' fonte)
149 ;;

150 let rec boundingBoxPasAPas' = function (* Pour export vers Ocaml *)
151     | [e]   -> [boundingBox [e]]
152     | t::q -> boundingBox (rev (t::q)) :: (boundingBoxPasAPas' q)
153     | _     -> failwith "bounding_box_incalculable"
154 ;;

155 let boundingBoxPasAPas definition = (* Pour export vers Ocaml *)
156     let bb = boundingBoxPasAPas' (rev definition) in
157     let posMin = fst (hd bb) in
158     map (fun (m,M) -> int_of_float_2 (diff_R2 m posMin),int_of_float_2 (
        diff_R2 M posMin)) bb
159 ;;

```

## 5 Algorithme de De Casteljau

```

1  let rec pointsBezier ' t pas (x0,y0) (x1,y1) (x2,y2) (x3,y3) =

3      (* float -> float -> point -> point -> point -> point -> point list *)

5      (* Renvoie les points (couples d'entiers) de la courbe paramétrée exacte, pour le pas pas.
6          Les couples sont les points de contrôle, et t une variable auxiliaire, initialisée à 0
          et allant jusqu'à 1 *)

8      if t > 1. then [x3,y3] (* Cas d'arrêt : on renvoie le dernier point de contrôle *)
9      else let u = 1. -. t in (* Sinon on utilise les équations paramétrées *)
10         let x = x0 *. pow_fl u 3 +. 3. *. x1 *. t *. pow_fl u 2 +. 3. *. x2
            *. pow_fl t 2 *. u +. pow_fl t 3 *. x3
11         and y = y0 *. pow_fl u 3 +. 3. *. y1 *. t *. pow_fl u 2 +. 3. *. y2 *.
            pow_fl t 2 *. u +. pow_fl t 3 *. y3 in
12         (x,y) :: pointsBezier ' (t+.pas) pas (x0,y0) (x1,y1) (x2,y2) (x3,y3)
13     ;;

14 let pointsBezier =

16     (* float -> point -> point -> point -> point -> point list *)

18     (* Renvoie les points (couples d'entiers) de la courbe paramétrée exacte, pour le pas pas *)

20     pointsBezier ' 0.
21     ;;

22 let arret (p000,p001,p011,p111) t e =

24     (* point * point * point * point -> float -> float -> bool *)

26     (* Condition d'arrêt pour l'algorithme de De Casteljau
27         Vrai lorsque tous les points de contrôle sont à une distance environ inférieure à e les
            uns des autres *)

29     let pttt = bar2 [(p000,pow_fl t 3);(p001,3. *. pow_fl t 2 *. (1. -. t));(
30         p011,3. *. t *. pow_fl (1. -. t) 2);(p111,pow_fl (1. -. t) 3)] in
31     distance1 p000 pttt < e && distance1 p001 pttt < e && distance1 p011 pttt
        < e && distance1 p111 pttt < e
31     ;;

32 let scinder (p000,p001,p011,p111) t =

34     (* point * point * point * point -> float -> (point * point * point * point) * (point *
        point * point * point) *)

36     (* À partir d'un quadruplet de points de contrôle d'une courbe de Bézier,
37         renvoie deux tels quadruplets dont les points calculés par l'algorithme de De Casteljau
            définissent deux sous-courbes *)

39     let u = 1. -. t in
40     let p00t,p0t1,pt11 = bar2 [(p000,t);(p001,u)],bar2 [(p001,t);(p011,u)],
        bar2 [(p011,t);(p111,u)] in
41     let p0tt,ptt1 = bar2 [(p00t,t);(p0t1,u)],bar2 [(p0t1,t);(pt11,u)] in
42     let pttt = bar2 [(p0tt,t);(ptt1,u)] in
43     (p000,p00t,p0tt,pttt),(pttt,ptt1,pt11,p111)
44     ;;

```

```

45 let rec casteljau ' e = function
46
47   (* float -> (point * point * point * point) list -> (point * point * point * point) list *)
48
49   (* Renvoie la liste de quadruplets des points de contrôle des sous-courbes calculées par l'
      algorithme de De Casteljau *)
50
51   | []          -> []
52   | t::q when arret t 0.5 e -> t :: casteljau ' e q
53   | t::q          -> casteljau ' e (t1::t2::q) where t1,t2 =
      scinder t 0.5
54 ;;

```

```

55 let casteljau x =
56
57   (* point * point * point * point -> (point * point * point * point) list *)
58
59   (* Application partielle de casteljau ' pour un pas de 1 et les quatre premiers points de
      contrôle *)
60
61   casteljau ' 1. [x]
62 ;;

```

```

63 let pointsCasteljau p q r s =
64
65   (* point -> point -> point -> point -> point list *)
66
67   (* Sélectionne, parmi les points de contrôle fournis par la fonction casteljau, ceux pré-
      sents sur la courbe *)
68
69   (fst_4 (hd l)) :: (map fth_4 l) where l = casteljau (p,q,r,s)
70 ;;

```

## 6 Tracés de courbes

```

1 let rec traceCourbe ' = function
2
3   (* point list -> unit *)
4
5   (* Relie les points de la liste en argument *)
6
7   | []          -> ()
8   | (x,y)::q -> lineto (int_of_float ' x) (int_of_float ' y) ; traceCourbe ' q
9   ;;
10
11 let traceCourbe ((x0,y0)::l) =
12
13   (* point list -> unit *)
14
15   (* Relie les points de la liste en argument en se déplaçant préalablement au premier *)
16
17   moveto (int_of_float ' x0) (int_of_float ' y0) ; traceCourbe ' ((x0,y0)::l)
18 ;;

```

```

18  let rmoveto x0 y0 x y =
20      (* int -> int -> int -> int -> unit *)
22      (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
24      moveto (x0+x) (y0+y)
25      ;;
26  let hmoveto x0 y0 x =
28      (* int -> int -> int -> unit *)
30      (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
32      rmoveto x0 y0 x 0
33      ;;
34  let vmoveto x0 y0 =
36      (* int -> int -> int -> unit *)
38      (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
40      rmoveto x0 y0 0
41      ;;
42  let rlineto x0 y0 x y =
44      (* int -> int -> int -> int -> unit *)
46      (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
48      lineto (x0+x) (y0+y)
49      ;;
50  let vlineto x0 y0 =
52      (* int -> int -> int -> unit *)
54      (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
56      rlineto x0 y0 0
57      ;;
58  let hlineto x0 y0 x =
60      (* int -> int -> int -> unit *)
62      (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
64      rlineto x0 y0 x 0
65      ;;
66  let moveto_fl x y =
68      (* float -> float -> unit *)
70      (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
72      moveto (int_of_float ' x) (int_of_float ' y)
73      ;;

```



```
74 let rmoveto_fl x0 y0 x y =
76     (* float -> float -> float -> float -> unit *)
78     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
80     moveto_fl (x0+.x) (y0+.y)
81 ;;
82 let hmoveto_fl x0 y0 x =
84     (* float -> float -> float -> unit *)
86     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
88     rmoveto_fl x0 y0 x 0.
89 ;;
90 let vmoveto_fl x0 y0 =
92     (* float -> float -> float -> unit *)
94     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
96     rmoveto_fl x0 y0 0.
97 ;;
98 let lineto_fl x y =
100     (* float -> float -> unit *)
102     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
104     lineto (int_of_float ' x) (int_of_float ' y)
105 ;;
106 let rlineto_fl x0 y0 x y =
108     (* float -> float -> float -> float -> unit *)
110     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
112     lineto_fl (x0+.x) (y0+.y)
113 ;;
114 let vlineto_fl x0 y0 =
116     (* float -> float -> float -> unit *)
118     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
120     rlineto_fl x0 y0 0.
121 ;;
122 let hlineto_fl x0 y0 x =
124     (* float -> float -> float -> unit *)
126     (* Implémentation de l'analogue PostScript, pour les flottants *)
128     rlineto_fl x0 y0 x 0.
129 ;;
```

```

130 let curveto x0 y0 x1 y1 x2 y2 x3 y3 =
132   (* float -> float -> float -> float -> float -> float -> float -> unit *)
134   (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
136   traceCourbe (pointsCasteljau (x0,y0) (x1,y1) (x2,y2) (x3,y3))
137   ;;

138 let rcurveto x0 y0 x1 y1 x2 y2 x3 y3 =
140   (* float -> float -> float -> float -> float -> float -> float -> unit *)
142   (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
144   curveto x0 y0 (x0+.x1) (y0+.y1) (x0+.x2) (y0+.y2) (x0+.x3) (y0+.y3)
145   ;;

146 let rrcurveto x0 y0 dx1 dy1 dx2 dy2 dx3 dy3 =
148   (* float -> float -> float -> float -> float -> float -> float -> unit *)
150   (* Implémentation de l'analogue PostScript *)
152   rcurveto x0 y0 dx1 dy1 (dx1+.dx2) (dy1+.dy2) (dx1+.dx2+.dx3) (dy1+.dy2+.
153     dy3)
154   ;;

154 let curveto_B x0 y0 x1 y1 x2 y2 x3 y3 =
156   (* float -> float -> float -> float -> float -> float -> float -> unit *)
158   (* Implémentation de l'analogue PostScript, par le calcul naïf *)
160   traceCourbe (pointsBezier 0.001 (x0,y0) (x1,y1) (x2,y2) (x3,y3))
161   ;;

162 let rcurveto_B x0 y0 x1 y1 x2 y2 x3 y3 =
164   (* float -> float -> float -> float -> float -> float -> float -> unit *)
166   (* Implémentation de l'analogue PostScript, par le calcul naïf *)
168   curveto_B x0 y0 (x0+.x1) (y0+.y1) (x0+.x2) (y0+.y2) (x0+.x3) (y0+.y3)
169   ;;

170 let rrcurveto_B x0 y0 dx1 dy1 dx2 dy2 dx3 dy3 =
172   (* float -> float -> float -> float -> float -> float -> float -> unit *)
174   (* Implémentation de l'analogue PostScript, par le calcul naïf *)
176   rcurveto_B x0 y0 dx1 dy1 (dx1+.dx2) (dy1+.dy2) (dx1+.dx2+.dx3) (dy1+.dy2
177     +.dy3)
178   ;;

```

```

178 let rec traceGlyphe' orig act = function
180   (* point -> point -> definition -> unit *)
182   (* Fontion auxiliaire de traceGlyphe *)
184   | []                               -> ()
185   | (Rmoveto,[x;y])                  ::q -> rmoveto_fl x0 y0 x y ;
186   | traceGlyphe' nouv nouv q where nouv = somme_R2 act (x,y) and x0,y0 =
      act
187   | (Rlineto,[x;y])                  ::q -> rlineto_fl x0 y0 x y ;
188   | traceGlyphe' orig (somme_R2 act (x,y)) q where x0,y0 = act
189   | (Vlineto,[y])                    ::q -> vlineto_fl x0 y0 y ;
190   | traceGlyphe' orig (somme_R2 act (0.,y)) q where x0,y0 = act
191   | (Hlineto,[x])                    ::q -> hlineto_fl x0 y0 x ;
192   | traceGlyphe' orig (somme_R2 act (x,0.)) q where x0,y0 = act
193   | (Rrcurveto,[x1;y1;x2;y2;x3;y3]) ::q -> rrcurveto x0 y0 x1 y1 x2 y2 x3 y3
      ;
194   | traceGlyphe' orig (x0+.x1+.x2+.x3,y0+.y1+.y2+.y3) q where x0,y0 = act
195   | (Vhcurveto,[y1;x2;y2;x3])        ::q -> rrcurveto x0 y0 0. y1 x2 y2 x3 0.
      ;
196   | traceGlyphe' orig (x0+.x2+.x3,y0+.y1+.y2) q where x0,y0 = act
197   | (Hvcurveto,[x1;x2;y2;y3])        ::q -> rrcurveto x0 y0 x1 0. x2 y2 0. y3
      ;
198   | traceGlyphe' orig (x0+.x1+.x2,y0+.y2+.y3) q where x0,y0 = act
199   | (Vmoveto,[y])                    ::q -> vmoveto_fl x0 y0 y ;
200   | traceGlyphe' nouv nouv q where nouv = somme_R2 act (0.,y) and x0,y0 =
      act
201   | (Hmoveto,[x])                    ::q -> hmoveto_fl x0 y0 x ;
202   | traceGlyphe' nouv nouv q where nouv = somme_R2 act (x,0.) and x0,y0 =
      act
203   | (Closepath,_)                   ::q -> lineto_fl x0 y0 ;
204   | traceGlyphe' orig act q where x0,y0 = orig
205   | (Endchar,_)                     ::q -> lineto_fl x0 y0 ;
206   | traceGlyphe' orig act q where x0,y0 = orig
207   | _                               -> failwith "
      instruction_de_trace_non_reconnue"
208 ;;

209 let traceGlyphe x =
211   (* point -> definition -> unit *)
213   (* Trace un glyphs à un point x donné à partir de sa définition *)
215   traceGlyphe' x x
216 ;;

217 let homothetie k =
219   (* float -> definition -> definition *)
221   (* Applique l'homothétie de rapport k à la définition d'un glyphe *)
223   map (fun (i,l) -> i,map (fun x -> x *. k) l)
224 ;;

```

```

225 let rotation ' angle (x,y) =
227   (* float -> point -> point *)
229   (* Applique la rotation d'angle angle autour du point (0,0) à (x,y) *)
231   cos angle *. x +. sin angle *. y, -. sin angle *.x +. cos angle *. y
232   ;;

233 let rec rotation a = function
235   (* float -> definition -> definition *)
237   (* Applique la rotation d'angle angle autour du point (0,0) à la définition d'un glyphe *)
239   |[]                               -> []
240   |(Rmoveto,[x;y])                 ::q -> (Rmoveto,[x';y']) :: rotation a q
241   |   where x',y' = rotation ' a   (x,y)
242   |(Rlineto,[x;y])                 ::q -> (Rlineto,[x';y']) :: rotation a q
243   |   where x',y' = rotation ' a   (x,y)
244   |(Vlineto,[y] )                  ::q -> (Rlineto,[x';y']) :: rotation a q
245   |   where x',y' = rotation ' a   (0.,y)
246   |(Hlineto,[x] )                  ::q -> (Rlineto,[x';y']) :: rotation a q
247   |   where x',y' = rotation ' a   (x,0.)
248   |(Rrcurveto,[x1;y1;x2;y2;x3;y3]) ::q -> (Rrcurveto,[x1';y1';x2';y2';x3';y3']
249   |   ) :: rotation a q
250   |   where x1',y1' = rotation ' a (x1,y1) and x2',y2' = rotation ' a (x2,y2)
251   |   and x3',y3' = rotation ' a (x3,y3)
252   |(Vhcurveto,[y1;x2;y2;x3] )      ::q -> rotation a ((Rrcurveto,[0.;y1;x2;
253   |   y2;x3;0.] :: q)
254   |(Hvcurveto,[x1;x2;y2;y3] )      ::q -> rotation a ((Rrcurveto,[x1;0.;x2;
255   |   y2;0.;y3] :: q)
256   |(Vmoveto,[y] )                  ::q -> (Rmoveto,[x';y']) :: rotation a q
257   |   where x',y' = rotation ' a   (0.,y)
258   |(Hmoveto,[x] )                  ::q -> (Rmoveto,[x';y']) :: rotation a q
259   |   where x',y' = rotation ' a   (x,0.)
260   |t                               ::q -> t :: rotation a q
261   ;;

262 let traceBoundingBox p ((xmin,ymin),(xmax,ymax)) =
264   (* boundingBox -> unit *)
266   (* Trace une bounding box *)
268   traceCourbe (map (fun q -> somme_R2 p q) [xmin,ymin;xmin,ymax;xmax,ymax;
269   |   xmax,ymin;xmin,ymin])
270   ;;

```

```

260 let rec arrivee pos = function

262   (* point -> instruction -> point *)

264   (* Donne la position d'arrivée après l'application d'une instruction, connaissant la
      position initiale *)

266   |(Rlineto,[x;y])          -> somme_R2 pos (x,y)
267   |(Vlineto,[y])            -> arrivee pos (Rlineto,[0.;y])
268   |(Hlineto,[x])            -> arrivee pos (Rlineto,[x;0.])
269   |(Rrcurveto,[x1;y1;x2;y2;x3;y3]) -> somme_R2 pos (x1+x2+x3,y1+y2+y3)
270   |(Vhcurveto,[y1;x2;y2;x3]      ) -> arrivee pos (Rrcurveto,[0.;y1;x2;y2;
      x3;0.])
271   |(Hvcurveto,[x1;x2;y2;y3]      ) -> arrivee pos (Rrcurveto,[x1;0.;x2;y2
      ;0.;y3])
272   |_                          -> failwith "instruction_de_tracé
      _non_reconnue"
273 ;;

274 let rec traceBoundingBoxesIndividuelles' orig pos couleurs = function

276   (* point -> point -> color list -> definition -> unit *)

278   (* Fonction auxiliaire de traceBoundingBoxesIndividuelles *)

280   |[]                          -> ()
281   |(Rmoveto,[x;y])              ::q -> traceBoundingBoxesIndividuelles'
      nouv nouv couleurs q where nouv = (somme_R2 pos (x,y))
282   |(Hmoveto,[x])                ::q -> traceBoundingBoxesIndividuelles'
      orig pos couleurs ((Rmoveto,[x;0.]) :: q)
283   |(Vmoveto,[y])                ::q -> traceBoundingBoxesIndividuelles'
      orig pos couleurs ((Rmoveto,[0.;y]) :: q)
284   |(Closepath,_)                ::q ->
285     set_color (hd couleurs) ;
286     traceBoundingBox pos (boundingBoxExacte (0.,0.) (Rlineto,[x;y])) ;
287     traceBoundingBoxesIndividuelles' orig pos ((tl couleurs) @ [hd couleurs
      ]) q
288     where x,y = diff_R2 orig pos
289   |(Endchar,_)                  ::q ->
290     set_color (hd couleurs) ;
291     traceBoundingBox pos (boundingBoxExacte (0.,0.) (Rlineto,[x;y])) ;
292     traceBoundingBoxesIndividuelles' orig pos ((tl couleurs) @ [hd couleurs
      ]) q
293     where x,y = diff_R2 orig pos
294   |instruction                  ::q ->
295     set_color (hd couleurs) ;
296     traceBoundingBox pos (boundingBoxExacte (0.,0.) instruction) ;
297     traceBoundingBoxesIndividuelles' orig (arrivee pos instruction) ((tl
      couleurs) @ [hd couleurs]) q
298 ;;

299 let traceBoundingBoxesIndividuelles p =

301   (* point -> definition -> unit *)

303   (* Trace les bounding boxes relatives à chacune des parties d'un glyphe *)

305   traceBoundingBoxesIndividuelles' p p [red;green;blue;yellow;cyan;magenta]
306 ;;

```

```

307 let rec traceBoundingBoxPasAPas' p couleurs = function
309   (* point -> color list -> definition -> unit *)
311   (* Fonction auxiliaire de traceBoundingBoxPasAPas *)
313   |[] -> ()
314   |t::q ->
315     traceBoundingBoxPasAPas' p ((tl couleurs) @ [hd couleurs]) q ;
316     set_color (hd couleurs) ;
317     attendre 2. ;
318     traceBoundingBox p (boundingBox (rev (t::q)))
319   ;;

320 let traceBoundingBoxPasAPas p glyphe =
322   (* point -> definition -> unit *)
324   (* Trace les différentes bounding boxes résultant des fusions successives lors du calcul de
    la bounding box d'un glyphe, à partir du point p *)
326   traceBoundingBoxPasAPas' p [red;green;blue;yellow;cyan;magenta] (rev (snd
    glyphe))
327   ;;

328 let rec ecrireMot' fonte pos k a = function
330   (* definition -> point -> float -> float -> char list -> string *)
332   (* Fonction auxiliaire de ecrireMot *)
334   |[] -> ""
335   |' '::q ->
336     let l = (largeur (assoc 'x' fonte)) *. k in
337     let def = homothetie k (rotation a ([Hmoveto,[l]])) in
338     traceGlyphe pos def ;
339     "_" ^ ecrireMot' fonte (somme_R2 pos (cos a *. l, -. sin a *. l)) k a q
340   |car::q ->
341     let l = (largeur (assoc car fonte)) *. k *. 1.1 in
342     let def = homothetie k (rotation a (assoc car fonte)) in
343     traceGlyphe pos def ;
344     string_of_char car ^ ecrireMot' fonte (somme_R2 pos (cos a *. l, -. sin
    a *. l)) k a q
345   ;;

346 let ecrireMot fonte pos k a mot =
348   (* definition -> point -> float -> float -> string -> string *)
350   (* Écrit, à partir du point pos, le mot mot, avec la fonte fonte, en appliquant l'homothétie
    de rapport k et la rotation d'angle a *)
352   ecrireMot' fonte pos k a (list_of_string mot)
353   ;;

```

```

354 let traceQuadrillage () =
355
356     (* unit -> unit *)
357
358     (* Trace un quadrillage adapté à une résolution 1600x900 *)
359
360     set_color (rgb 200 200 200) ;
361     for i = 0 to 20 do
362         moveto (72*i) 0 ;
363         rlineto (72*i) 0 0 10000 ;
364         moveto 0 (72*i) ;
365         rlineto 0 (72*i) 10000 0
366     done;
367     set_color black
368 ;;

```

## 7 Calculs d'aire

```

1  let rec eqParam (x0,y0) (cmd, args) =
2
3     (* point -> instruction -> (float -> float) * (float -> float) * point *)
4
5     (*Renvoie le couple d'équations paramétrées de la courbe correspondant à l'instruction
6        PostScript, et le point d'arrivée ; (a0,b0) est le point de départ *)
7
8     match cmd, args with
9     | Rlineto, [x;y]                ->
10        (fun t -> x0 +. x *. t), (fun t -> y0 +. y *. t), (x0+.x,y0+.y)
11     | Hlineto, [x]                  -> eqParam (x0,y0) (Rlineto, [x;0.])
12     | Vlineto, [y]                  -> eqParam (x0,y0) (Rlineto, [0.;y])
13     | Rrcurveto, [x1;y1;x2;y2;x3;y3] ->
14         let a0,b0 = x0,y0 in
15         let a1,b1 = a0+.x1,b0+.y1 in
16         let a2,b2 = a1+.x2,b1+.y2 in
17         let a3,b3 = a2+.x3,b2+.y3 in
18         (fun t -> a0*.pow_fl (1.-.t) 3+.3*.a1*.t*.pow_fl (1.-.t) 2+.3*.a2*.
19             pow_fl t 2*(1.-.t)+.a3*.pow_fl t 3),
20         (fun t -> b0*.pow_fl (1.-.t) 3+.3*.b1*.t*.pow_fl (1.-.t) 2+.3*.b2*.
21             pow_fl t 2*(1.-.t)+.b3*.pow_fl t 3),
22         (x0+.x1+.x2+.x3,y0+.y1+.y2+.y3)
23     | _                             -> (fun _ -> 0.), (fun _ -> 0.), (x0,y0)
24 ;;
25
26 let rectanglesGauche f a b n =
27
28     (* (float -> float) -> float -> float -> int -> float *)
29
30     (* Intégration numérique par la méthode des rectangles à gauche *)
31
32     let h = (b -. a) /. float_of_int n in
33     let res = ref 0. in
34     for i = 0 to n-1 do
35         res := !res +. f (a +. float_of_int i *. h);
36     done;
37     h *. !res
38 ;;

```

```

35 let simpson f a b n =

37   (* (float -> float) -> float -> float -> int -> float *)

39   (* Intégration numérique par la méthode de Simpson *)

41   let h = (b -. a) /. float_of_int n in
42   let res = ref 0. in
43   for i = 1 to n-1 do
44     res := !res +. f (a +. float_of_int i *. h) +. 2. *. f (a +. (
45       float_of_int i +. 0.5) *. h)
46   done;
47   res := !res +. 2. *. (f a +. f b);
48   h *. !res /. 3.
49   ;;

49 let derive f h t =

51   (* (float -> float) -> float -> float -> float *)

53   (* Dérivée numérique *)

55   (f (t +. h) -. f (t -. h)) /. 2. /. h
56   ;;

57 let aireCubique (x0,y0) (x1,y1) (x2,y2) (x3,y3) =

59   (* point -> point -> point -> point -> float *)

61   (* Renvoie l'aire sous une cubique de Bézier, en utilisant la méthode de Simpson *)

63   let n = 10 in
64   let h = 1. /. float_of_int n in
65   let x t =
66     let u = 1. -. t in
67     pow_fl u 3 *. x0 +. 3. *. t *. pow_fl u 2 *. x1 +. 3. *. pow_fl t 2 *. u
68     *. x2 +. pow_fl t 3 *. x3
69   in
70   let y t =
71     let u = 1. -. t in
72     pow_fl u 3 *. y0 +. 3. *. t *. pow_fl u 2 *. y1 +. 3. *. pow_fl t 2 *. u
73     *. y2 +. pow_fl t 3 *. y3
74   in
75   simpson (fun t -> (x t *. (derive y h t)) -. y t *. (derive x h t)) 0. 1.
76   n /. 2.
77   ;;

```



```

75 let rec aireGlyphe' orig pos = function
76
77   (* point -> point -> definition -> float *)
78
79   (* Fonction auxiliaire de aireGlyphe *)
80
81   | []                                -> 0.
82   | (Rmoveto, [x;y])                  :: q -> aireGlyphe' nouv nouv q where nouv
83     = somme_R2 pos (x,y)
84   | (Rlineto, [x;y])                  :: q -> (x0*.y-.y0*.x)/.2. +. aireGlyphe'
85     orig (somme_R2 pos (x,y)) q where x0,y0 = pos
86   | (Vlineto, [y] )                   :: q -> aireGlyphe' orig pos ((Rlineto
87     , [0.;y]) :: q)
88   | (Hlineto, [x] )                   :: q -> aireGlyphe' orig pos ((Rlineto, [x
89     ;0.] :: q)
90   | (Rcurveto, [x1;y1;x2;y2;x3;y3]) :: q ->
91     let a1,a2 = pos in
92     let b1,b2 = somme_R2 (a1,a2) (x1,y1) in
93     let c1,c2 = somme_R2 (b1,b2) (x2,y2) in
94     let d1,d2 = somme_R2 (c1,c2) (x3,y3) in
95     ((6.*.c1+.3.*.b1+.a1)*.d2
96      +.(-.6.*.c2-.3.*.b2-.a2)*.d1
97      +.(3.*.b1+.3.*.a1)*.c2
98      +.(-.3.*.b2-.3.*.a2)*.c1
99      +.6.*.a1*.b2-.6.*.a2*.b1)
100     /.20.
101     +. aireGlyphe' orig (d1,d2) q
102   | (Vhcurveto, [y1;x2;y2;x3]         ) :: q -> aireGlyphe' orig pos ((Rcurveto
103     , [0.;y1;x2;y2;x3;0.] :: q)
104   | (Hvcurveto, [x1;x2;y2;y3]         ) :: q -> aireGlyphe' orig pos ((Rcurveto, [
105     x1;0.;x2;y2;0.;y3] :: q)
106   | (Vmoveto, [y] )                   :: q -> aireGlyphe' orig pos ((Rmoveto
107     , [0.;y]) :: q)
108   | (Hmoveto, [x] )                   :: q -> aireGlyphe' orig pos ((Rmoveto, [x
109     ;0.] :: q)
110   | (Closepath, _ )                   :: q -> (x0*.y-.y0*.x)/.2. +. aireGlyphe'
111     orig pos q
112   where x0,y0 = orig and x,y = diff_R2 orig pos
113   | _                                :: q -> aireGlyphe' orig pos q
114 ;;

```

```

106 let aireGlyphe =
107
108   (* definition -> float *)
109
110   (* Calcule l'aire d'un glyphe d'après sa définition *)
111
112   aireGlyphe' (0.,0.) (0.,0.)
113 ;;

```

```

114 let airesPonderees fonte =
116   (* fonte -> float *)
118   (* Calcule l'aire pondérée moyenne d'un glyphe pour une fonte *)
120   let freq = frequences "La_Bête_Humaine" in
121   let aires = make_vect 72 0. in
122   for i = 0 to vect_length aires - 1 do
123     aires.(i) <- aireGlyphe (assoc (char_of_int i) fonte)
124   done;
125   let res = make_vect 72 0. in
126   for i = 0 to vect_length aires - 1 do
127     res.(i) <- freq.(i) *. aires.(i)
128   done;
129   (somme_tableau_fl res) /. (pow_fl (hauteurX fonte) 2)
130 ;;

```

## 8 Fréquences d'apparition des caractères

```

1  let incremente tab i =
3   (* int vect -> int -> unit *)
5   (* Incrémente la case i de tab de 1 *)
7   tab.(i) <- tab.(i) + 1
8   ;;

9  let int_of_char' = function
11   (* char -> int *)
13   (* Personnalisation de int_of_char *)
15   | ' '          -> 0
16   | '!'          -> 1
17   | ','          -> 2
18   | '.'          -> 3
19   | '?'          -> 4
20   | t when int_of_char t < 39 -> -1
21   | t when int_of_char t < 42 -> int_of_char t - 34 (* '() *)
22   | t when int_of_char t < 48 -> -1
23   | t when int_of_char t < 58 -> int_of_char t - 38 (* 0-9 *)
24   | t when int_of_char t < 60 -> int_of_char t - 50 (* ;: *)
25   | t when int_of_char t < 65 -> -1
26   | t when int_of_char t < 91 -> int_of_char t - 45 (* A-Z *)
27   | t when int_of_char t < 97 -> -1
28   | t when int_of_char t < 123 -> int_of_char t - 51 (* a-z *)
29   | _          -> -1
30   ;;

```

```
31 let char_of_int' = function
32
33   (* int -> char *)
34
35   (* Personnalisation de char_of_int *)
36
37   | 0          -> ' '
38   | 1          -> '!'
39   | 2          -> ','
40   | 3          -> '.'
41   | 4          -> '?'
42   | n when n < 8      -> char_of_int (n + 34) (* '()' *)
43   | n when n < 10     -> char_of_int (n + 50) (* ;; *)
44   | n when n < 20     -> char_of_int (n + 38) (* 0-9 *)
45   | n when n < 46     -> char_of_int (n + 45) (* A-Z *)
46   | n when n < 72     -> char_of_int (n + 51) (* a-z *)
47   | _            -> failwith "pas_de_caractere_correspondant"
48 ;;
49
50
51 let rec ajoute tab = function
52
53   (* int vect -> char list -> unit *)
54
55   (* Compte, par effet de bord, les lettres d'une ligne *)
56
57   | []          -> ()
58   | t::q when int_of_char' t = -1 -> ()
59   | t::q        ->
60     incremente tab (int_of_char' t) ;
61     ajoute tab q
62 ;;
63
64
65 let rec parcourir tab = function
66
67   (* int vect -> string list -> unit *)
68
69   (* Compte, par effet de bord, les lettres d'un fichier *)
70
71   | []          -> ()
72   | t::q -> ajoute tab (list_of_string t) ; parcourir tab q
73 ;;
74
75
76 let somme_tableau tab =
77
78   (* int vect -> int *)
79
80   (* Somme les composantes d'un vecteur d'entiers *)
81
82   let somme = ref 0 in
83   for i = 1 to vect_length tab - 1 do
84     somme := !somme + tab.(i)
85   done;
86   !somme
87 ;;
```

```
82 let somme_tableau_fl tab =  
  
84   (* float vect -> int *)  
  
86   (* Somme les composantes d'un vecteur de flottants *)  
  
88   let somme = ref 0. in  
89   for i = 1 to vect_length tab - 1 do  
90     somme := !somme +. tab.(i)  
91   done;  
92   !somme  
93 ;;  
  
94 let frequences fichier =  
  
96   (* string -> float vect *)  
  
98   (* Calcule la fréquence d'apparition des caractères étudiés dans fichier *)  
  
100   let tab = make_vect 72 0 in  
101   let res = make_vect 72 0. in  
102   let lignes = lit ("../Documents/Livres/" ^ fichier ^ ".txt") in  
103   parcourir tab lignes ;  
104   let somme = float_of_int (somme_tableau tab) in  
105   for i = 1 to vect_length tab - 1 do  
106     res.(i) <- (float_of_int tab.(i)) /. somme  
107   done;  
108   res  
109 ;;
```