



Titre du rapport

GRETHEN Clémentin BAYONE Ruudy

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

1	Introduction	4
2	Étude de modulateurs bande de base	4
2.1	Introduction	4
2.2	Modulateurs à étudier et comparer	4
2.3	Étude réalisée	4
2.3.1	Modulateur 1	4
2.3.2	Modulateur 2	5
2.3.3	Modulateur 3	6
2.3.4	Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale . .	7
3	Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist	8
3.1	Introduction	8
3.2	Étude sans canal de propagation	8
3.3	Étude avec canal de propagation sans bruit	9
4	Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance	12
4.1	Introduction	12
4.2	Chaîne de référence	12
4.3	Première chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence	13
4.3.1	Implantation de la chaîne sans bruit	13
4.3.2	Implantation de la chaîne avec bruit	14
4.4	Deuxième chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence	15
4.5	Implantation de la chaîne sans bruit	15
4.6	Implantation de la chaîne avec bruit	16
5	Conclusion	17

Table des figures

1	Signal transmis avec une échelle temporelle en seconde.	4
2	DSP du signal transmis avec une échelle fréquentielle en Hz.	5
3	comparaison du tracé obtenu pour la DSP simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré	5
4	Signal transmis avec une échelle temporelle en seconde.	5
5	DSP du signal transmis avec une échelle fréquentielle en Hz.	6
6	comparaison du tracé obtenu pour la DSP simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré	6
7	Signal transmis avec une échelle temporelle en seconde.	6
8	DSP du signal transmis avec une échelle fréquentielle en Hz.	7
9	comparaison du tracé obtenu pour la DSP simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré	7
10	Comparaison des 3 DSP.	7
11	Signal en sortie du filtre de réception.	8
12	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.	8
13	Diagramme de l'oeil.	9
14	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.	10
15	Diagramme de l'oeil.	10
16	tracé de $ H(f)H_r(f) $ et $ H_c(f) $	10
17	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.	11
18	Diagramme de l'oeil.	11

19	tracé de $ H(f)H_r(f) $ et $ H_c(f) $	11
20	Diagramme de l'oeil avec du bruit	12
21	TEB simulé pour la chaîne de référence et TEB théorique en fonction de E_b/N_0 . .	13
22	Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception.	13
23	Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$	13
24	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 1 sans bruit.	14
25	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 1 avec bruit.	14
26	Tracé du TEB de la chaîne 1 et du TEB théorique	14
27	Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence.	15
28	Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence.	16
29	Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB demandé pour cette chaîne.	16
30	Tracé, sur la même figure, du TES obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TES demandé pour cette chaîne.	17
31	Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence (en rouge).	17

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était de s'initier à l'étude d'une chaîne de transmission en bande de base.

2 Étude de modulateurs bande de base

2.1 Introduction

Ce premier travail va être dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

2.2 Modulateurs à étudier et comparer

Les modulateurs suivants ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_1} = N_{s_1} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_2} = N_{s_2} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 3 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

2.3 Étude réalisée

Les modulateurs précédemment décrits ont été implantés sous Matlab avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un même débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde.

2.3.1 Modulateur 1

Nous avons obtenu les résultats suivants :

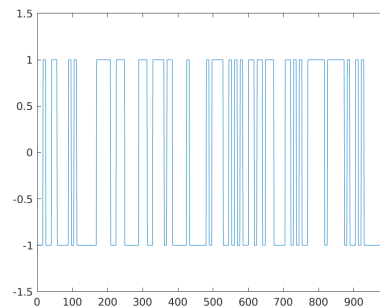


FIGURE 1 – Signal transmis avec une échelle temporelle en seconde.

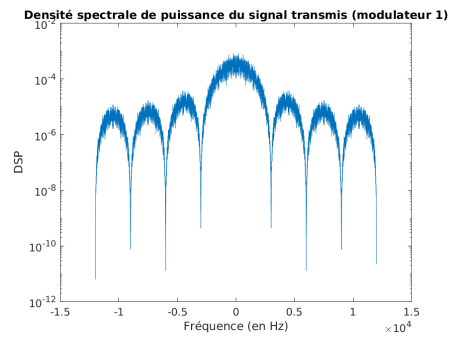


FIGURE 2 – DSP du signal transmis avec une échelle fréquentielle en Hz.

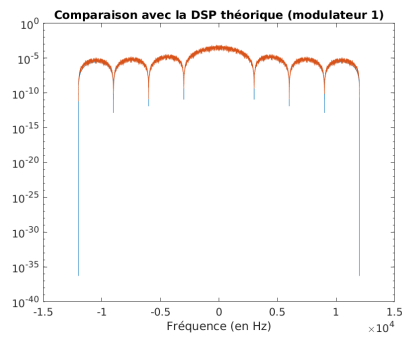


FIGURE 3 – comparaison du tracé obtenu pour la DSP simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré

2.3.2 Modulateur 2

On a les résultats suivants :

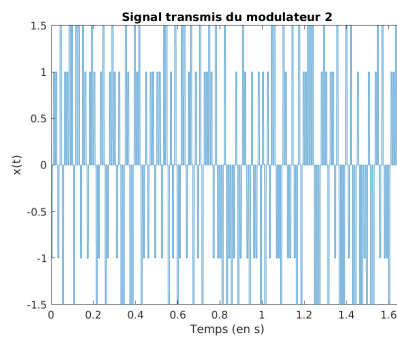


FIGURE 4 – Signal transmis avec une échelle temporelle en seconde.

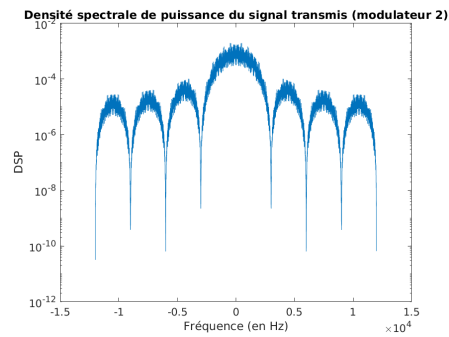


FIGURE 5 – DSP du signal transmis avec une échelle fréquentielle en Hz.

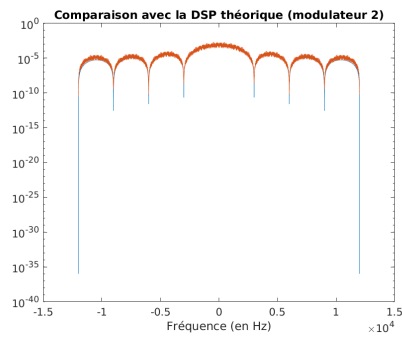


FIGURE 6 – comparaison du tracé obtenu pour la DSP simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré

2.3.3 Modulateur 3

Nous avons obtenu les résultats suivants :

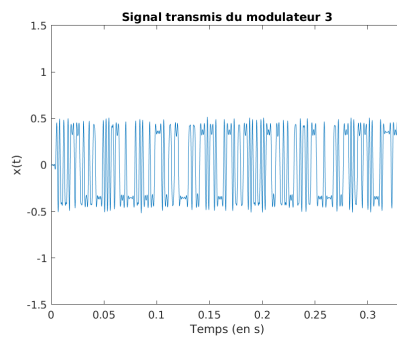


FIGURE 7 – Signal transmis avec une échelle temporelle en seconde.

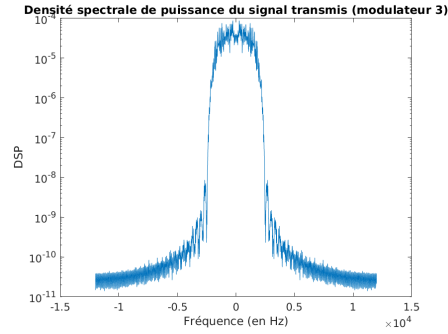


FIGURE 8 – DSP du signal transmis avec une échelle fréquentielle en Hz.

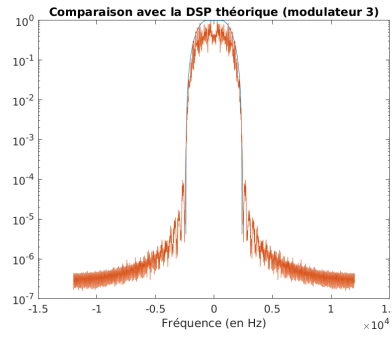


FIGURE 9 – comparaison du tracé obtenu pour la DSP simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré

2.3.4 Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale

Modulateur 1 : $M=2$, $R_s=3000$, $k=$

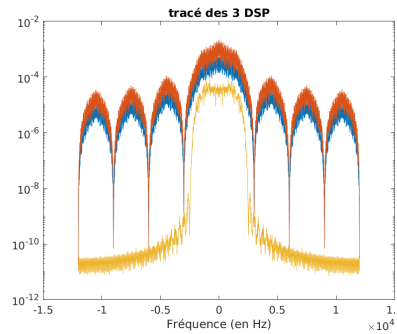


FIGURE 10 – Comparaison des 3 DSP.

Comparaison en terme d'efficacité spectrale :

Pour la première modulation (en bleu) :

L'ordre de la modulation vaut 2, K vaut 1,17 , donc l'efficacité spectrale vaut 0,9.

Pour la deuxième modulation (en rouge) :

L'ordre de la modulation vaut 4, k vaut 2,3 donc l'efficacité spectrale vaut 0,9.

Pour la troisième modulation (en jaune) :

L'ordre de la modulation vaut 2, k vaut 0,8 donc l'efficacité spectrale vaut 1,25

Donc le modulateur 3 a la meilleure efficacité spectrale des 3

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

3.1 Introduction

Cette partie va être dédiée à l'étude des interférences entre symboles dans une chaîne de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist. La chaîne de transmission a été implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde. On a considéré un mapping binaire à moyenne nulle, un filtre de mise en forme et un filtre de réception de même réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1.

3.2 Étude sans canal de propagation

- Donnez le tracé le signal en sortie du filtre de réception et expliquez en quoi il est conforme à ce qui est attendu en théorie (voir cours et TDs).

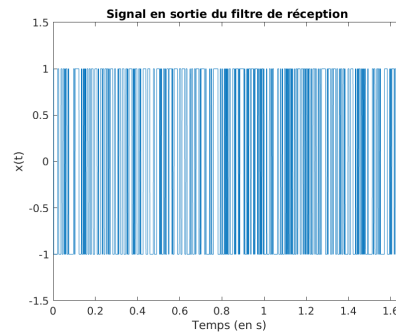


FIGURE 11 – Signal en sortie du filtre de réception.

- Donnez le tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission, g , en expliquant en quoi elle est conforme à ce qui est attendu en théorie (voir cours et TDs).

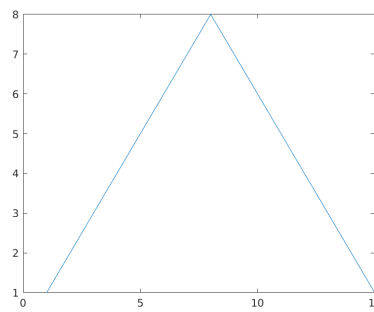


FIGURE 12 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.

Elle est conforme au résultat du cours car elle représente bien le produit de convolution de

deux portes : qui nous donne une réponse impulsionnelle globale triangulaire.

- Expliquez comment il est possible de déterminer, en utilisant g , l'instant n_0 optimal permettant d'échantillonner aux instants sans interférences entre symboles $n_0 + mN_s$.

Il faut, à partir du tracé de g , trouver le t_0 tel que $g(t_0) \neq 0$ et $g(t_0 + p^*T_s) = 0$ pour tout p relatif non nul.

- Donnez le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception et expliquez en quoi il est conforme à ce qui est attendu en théorie (voir cours et TDs). Expliquez comment il est possible de déterminer, à partir de ce diagramme de l'oeil, l'instant n_0 optimal permettant d'échantillonner aux instants sans interférences entre symboles $n_0 + mN_s$.

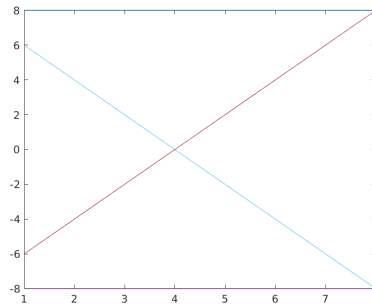


FIGURE 13 – Diagramme de l'oeil.

A partir du tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception, il faut trouver n_0 tel tel que $z(n_0)$ ait deux nœuds à $+g(n_0)$ et $-g(n_0)$. On observe bien pour $n_0 = 8$, $z(n_0)$ a deux nœuds à 8 et -8 ce qui correspond bien à $+g(8)$ et $-g(8)$

- Expliquez les résultats obtenus pour les TEBs mesurés quand vous échantillonnez avec le n_0 optimal et avec $n_0 = 3$.

Le taux d'erreur est nul lorsque l'on échantillonne avec n_0 optimal car le critère de Nyquist est respecté. Cependant à $n_0=3$ on trouve $TEB=0.4930$, c'est non nul puisque pour cette valeur de n_0 , le critère de Nyquist n'est pas respecté.

3.3 Étude avec canal de propagation sans bruit

On ajoute à la chaine précédente un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit, en considérant un échantillonnage aux instants optimaux.

1. Pour $BW = 8000$ Hz :

Donnez le tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission et le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception. Donnez le tracé, sur la même figure, de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal. Donnez le TEB déterminé en présence de ce canal et expliquez le résultat obtenu en vous appuyant sur les trois tracés précédents et la théorie vue en cours/TD.

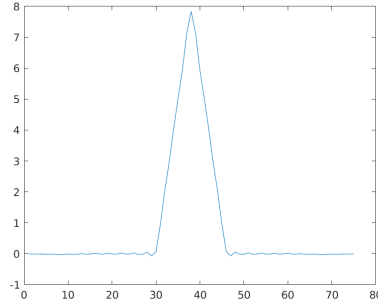


FIGURE 14 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.

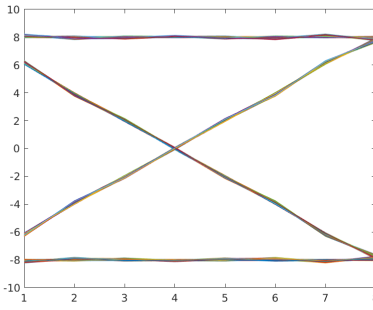


FIGURE 15 – Diagramme de l'oeil.

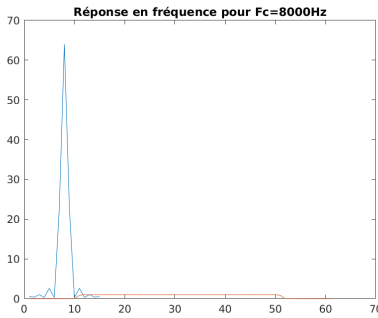


FIGURE 16 – tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$

$|H(f)H_r(f)|$ est de support $[-12T_s, 12T_s]$, si $BW > 12T_s$ alors le critère de Nyquist pourra être respecté sur la transmission (limitation du débit possible pour une transmission sans interférences entre symboles aux instants de décision).

Le taux d'erreur binaire est nul pour ce canal en échantillonnant à $n_0=8$, en effet on voit d'après le diagramme de l'oeil et le tracé de la réponse impulsionnelle globale que pour $n_0=8$ nous avons bien le critère de Nyquist qui peut être respecté pour cette valeur.

En effet, la condition se voit également sur tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$: il apparaît que le critère de Nyquist peut être vérifié sur cette chaîne de transmission $t_0 = T_s$. C'est cohérent car le filtre passe-bas ne coupe pas dans ce cas.

2. Pour $BW = 1000$ Hz :

Donnez le tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission et le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception. Donnez le tracé, sur la même figure, de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal. Donnez le TEB déterminé en présence de ce canal et expliquez le résultat obtenu en vous appuyant sur les trois tracés précédents et la théorie vue en cours/TD.

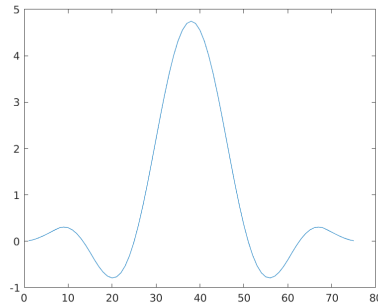


FIGURE 17 – Réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission.

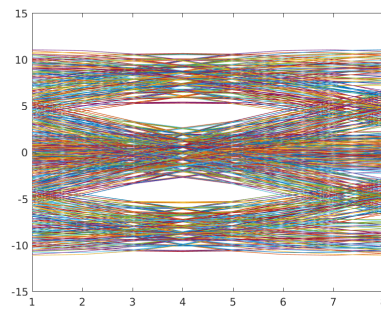


FIGURE 18 – Diagramme de l'oeil.

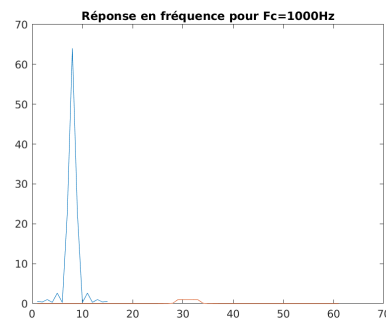


FIGURE 19 – tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$

En utilisant le tracé de la réponse de mise en forme il apparaît que le critère de Nyquist ne peut pas être respecté car le support de $|H(f)H_r(f)|$ est trop élevé. En utilisant le

diagramme de l'oeil, il apparait que le critère de Nyquist ne peut pas être vérifié sur cette chaîne de transmission. C'est cohérent car le filtre passe-bas coupe dans ce cas.

4 Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance

4.1 Introduction

Cette dernière partie est dédiée à l'étude du bruit dans la chaîne de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, influence du filtrage adapté, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB). Pour cela, nous avons implanté sous Matlab différentes chaînes de transmission afin de les analyser et de les comparer en nous focalisant, cette fois, sur leur efficacité en puissance.

4.2 Chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de durée T_s et de hauteur 1, échantillonnage aux instants $n_0 + mN_s$ optimaux, détecteur à seuil, avec seuil en 0, pour prendre les décisions sur les symboles et demapping adapté au mapping réalisé.

1. Donnez le tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0 et identifiez sur ce diagramme de l'oeil quel est l'impact du bruit.

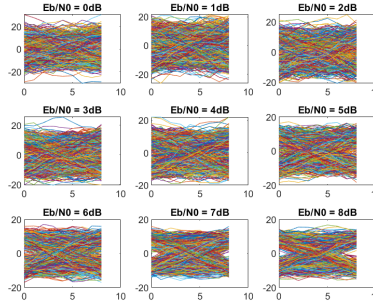


FIGURE 20 – Diagramme de l'oeil avec du bruit

On voit que le bruit rend le diagramme de l'oeil illisible : on a beaucoup d'interférence et on ne peut pas trouver l'instant optimal d'échantillonnage. De plus, plus le SNR augmente plus le diagramme de l'oeil devient discernable (le bruit sera moins impactant) : on commence à voir l'apparition d'un noeud.

2. Donnez le tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB.

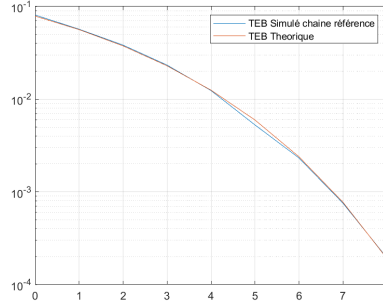


FIGURE 21 – TEB simulé pour la chaîne de référence et TEB théorique en fonction de E_b/N_0

On voit que la simulation est très proche de la théorie.

4.3 Première chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , données par la figure 22.

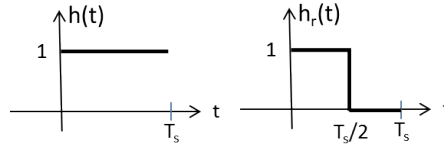


FIGURE 22 – Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception.

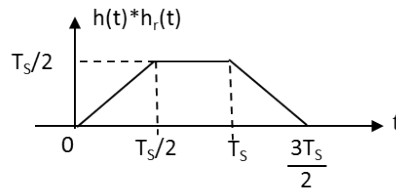


FIGURE 23 – Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$.

4.3.1 Implantation de la chaîne sans bruit

Donnez le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s (N_s échantillons) et en déduire les instants optimaux d'échantillonnage $n_0 + mN_s$ en expliquant votre choix pour n_0 . En vous référant au cours et/ou aux TDs expliquez en quoi ce diagramme de l'oeil est conforme à ce qui est attendu en théorie.

Les instants d'optimaux d'échantillonnage se font à $n_0 + mN_s$ avec $n_0=4$. Ce diagramme est conforme aux résultats du TD2, on retrouve bien que : On peut en déduire s'il existe, quoi qu'il arrive sur le signal en question, un instant sans interférence entre symboles à chaque T_s . La réponse est oui. On retrouve le fait qu'on doit échantillonner à $T_0 + mT_s$, $m = 0, 1, 2, \dots$, avec $t_0 \in [T_s/2, 3T_s/2]$. A ces instants là nous aurons toujours, sans bruit, $\pm T_s$. De plus on retrouve bien 2 "pointes" résultant du fait qu'il s'agit d'un mapping binaire.

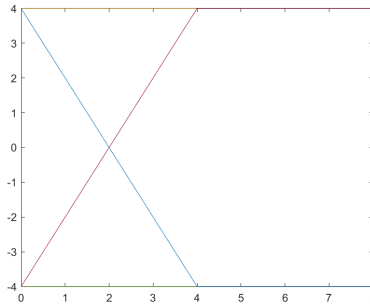


FIGURE 24 – Diagramme de l’œil pour la chaîne 1 sans bruit.

4.3.2 Implantation de la chaîne avec bruit

1. Donnez le tracé du diagramme de l’œil pour différentes valeurs de E_b/N_0 et identifiez sur ce diagramme de l’œil quel est l’impact du bruit.

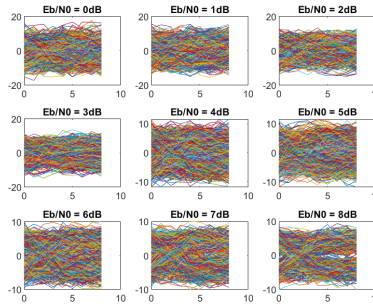


FIGURE 25 – Diagramme de l’œil pour la chaîne 1 avec bruit.

L’impact du bruit est : l’apparition d’interférences qui rendent le diagramme illisible et on ne peut pas trouver l’instant optimal d’échantillonnage. De plus, ici aussi, plus le SNR augmente plus on peut reconnaître deux points sur le diagramme de l’œil.

2. Donnez le tracé, sur une même figure, du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.

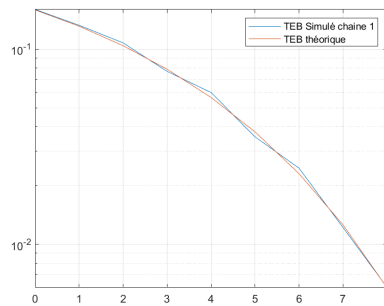


FIGURE 26 – Tracé du TEB de la chaîne 1 et du TEB théorique

La simulation est semblable à la théorie

- Donnez le tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence. Expliquez la similitude ou la différence obtenue (pourquoi y a-t-il ou n'y a-t-il pas une différence) et identifiez la chaîne éventuellement la plus efficace en puissance(respectivement spectralement), en expliquant ce qui la rend éventuellement plus efficace.

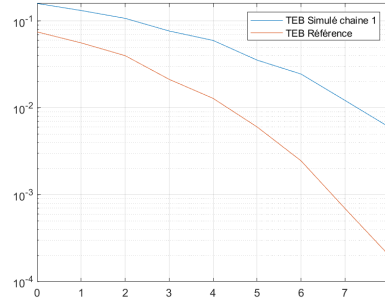


FIGURE 27 – Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence.

On note une différence visible entre les deux courbes. En terme d'efficacité en puissance : la chaîne 1 est moins efficace en puissance car pour atteindre un même TEB il faut une valeur de E_b/N_0 plus grande. On peut en déduire que c'est la mise en forme du filtre de réception de la première chaîne qui la rend moins efficace en terme de puissance.

En terme d'efficacité spectrale : l'efficacité spectrale est la bande B nécessaire pour passer le débit R_b souhaité. Inversement à l'efficacité en puissance, à TEB fixé, plus E_b/N_0 augmente, plus la chaîne sera efficace spectralement. Donc la première chaîne étudiée est plus efficacement spectralement que la chaîne de référence.

4.4 Deuxième chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping 4-aire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$), réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de hauteur 1 et de durée T_s .

4.5 Implantation de la chaîne sans bruit

Donnez le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s (N_s échantillons) et en déduire les instants optimaux d'échantillonnage $n_0 + mN_s$ en expliquant votre choix pour n_0 . En vous référant au cours et/ou aux TDs expliquez en quoi ce diagramme de l'oeil est conforme à ce qui est attendu en théorie.

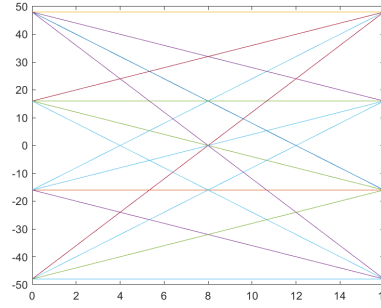


FIGURE 28 – Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence.

Les instants d'optimums d'échantillonnage se font à $n_0 + mN_s$ avec $n_0=16$. Ce diagramme est conforme aux résultats du TD2, on retrouve bien 4 noeuds montrant un mapping 4-aire : on a 4 "pointes" sur le diagramme. bruit, $\pm T_s$.

4.6 Implantation de la chaîne avec bruit

1. Donnez le tracé du taux d'erreur symbole obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB. Donnez le tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et du TEB suivant :

$$TEB = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Expliquez d'où vient l'éventuelle différence observée. Comparez votre chaîne étudiée à la chaîne associée au TEB donné précédemment et identifiez celle qui est éventuellement plus efficace en puissance en expliquant pourquoi et ce qui la rend éventuellement plus efficace.

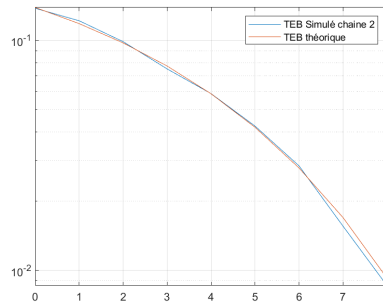


FIGURE 29 – Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB demandé pour cette chaîne.

La simulation est similaire au TEB de comparaison : les courbes se suivent.

2. Donnez le tracé, sur une même figure, du TES simulé et du TES théorique de la chaîne étudiée donné ci-dessous :

$$TES = \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

pour une transmission de symboles 4-aires indépendants prenant leurs valeurs dans $\pm 1, \pm 3$, en utilisant une chaîne de transmission respectant le critère de Nyquist, le critère de filtrage adapté et utilisant les instants optimaux d'échantillonnage et seuils optimaux de décision.

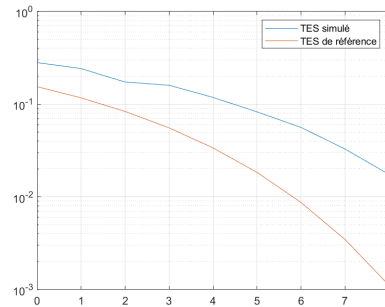


FIGURE 30 – Tracé, sur la même figure, du TES obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TES demandé pour cette chaîne.

- Donnez les tracés, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et du TEB de la chaîne de référence. Expliquez la similitude ou la différence obtenue (pourquoi y a-t-il ou n'y a-t-il pas une différence) et identifiez la chaîne éventuellement la plus efficace en puissance, en expliquant ce qui la rend éventuellement plus efficace.

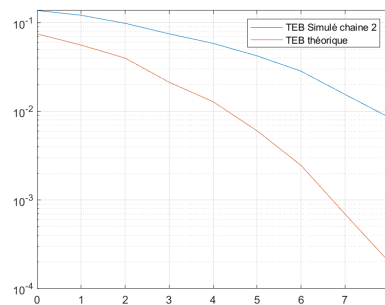


FIGURE 31 – Tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et celui du TEB de la chaîne de référence (en rouge).

On remarque une analogie sur ces courbes avec celle de la chaîne 1 : on a donc les mêmes conclusions en terme d'efficacité de puissance. La chaîne 2 est plus efficace en puissance que la chaîne de référence.

- Comparez cette chaîne de transmission avec la chaîne de référence en termes d'efficacité spectrale en expliquant ce qui la rend éventuellement plus efficace.

On remarque une analogie sur ces courbes avec celle de la chaîne 1 : on a donc les mêmes conclusions en terme d'efficacité spectrale. Elle est plus efficace spectralement que la chaîne de référence.

5 Conclusion

Pour conclure, nous avons étudié dans ce rapport les différents points abordés lors des cours de télécommunication : la modulation, les interférences, Nyquist,... Ce projet a permis d'étudier

des simulation des applications du cours