

# Étude statistique de la généralisation du Domineering

Le domineering est un jeu à deux joueurs, généralement joué dans une grille rectangulaire. On appellera l'un des deux joueurs 'V' pour Verticale, et l'autre 'H' pour horizontale. L'un des deux commence et remplit deux cases de la grille, soit en vertical (pour V) ou en horizontale (pour H). Le joueur suivant place son domino correspondant, et ils continuent jusqu'à l'un des deux ne puisse plus placer des dominos. Ce joueur est le perdant, et l'autre est, par défaut, gagnant.

Pour une configuration donnée (colonnes, lignes), la victoire est plus probable soit en fonction du joueur qui commence, soit par s'il est V ou H.

L'avantage est connu pour des tableaux de jusqu'à 10x30 [2], mais un résultat générale n'est pas connu. On veut alors faire une étude statistique afin de former un tableau hypothétique des avantages pour des tableaux plus grands. Ensuite, on veut développer une Intelligence Artificielle qui puisse jouer efficacement le jeu (et le gagner). Cette intelligence artificielle pourrait permettre de renforcer l'étude statistique initiale.

## Positionnement thématique

- INFORMATIQUE (Informatique Pratique)
- MATHÉMATIQUES (Statistique, Théorie des Jeux)

### Mots-clés

Jeux Combinatoires

Distribution uniforme.

Analyse Statistique

Apprentissage en Profondeur

### Key-words

Combinatorial Games

Uniform Distribution

Statistical Analysis

Deep learning

## Bibliographie commentée:

Au fur et à mesure que la taille du tableau initiale augmente, la quantité de sommets du graphe d'états augmente exponentiellement. Pour un tableau 8x9 par exemple, trouver la solution a pris plus de 500 heures d'exécution, avec 70 milliards de sommets pour le graphe des états. [1]

L'étude du Domineering peut être simplifiée pour quelques tableaux dits 'triviaux',

mais même pour des tableaux carrées ( $n \times n$ ), le joueur avantage est indéterminé (soit 1 ou 2). Des optimisations avec les algorithmes alpha-beta et des heuristiques admissibles permettent d'améliorer énormément le temps d'exécution. [2]

On peut compter le nombre d'états possibles dans un jeu de Domineering, et, en particulier, le nombre d'états pour un tableau  $m \times n$  où horizontal ne peut plus placer des dominos. Ce même tableau donne, par symétrie, le nombre d'états pour un tableau  $n \times m$  où verticale ne peut plus placer des dominos. [3]

Pour certaines dimensions, le jeu du Domineering est généralisable (i.e: H gagne pour tout tableau  $2 \times n$ , avec  $n > 27$ ), mais même avec des études approfondis du jeu, une généralisation globale n'existe pas. En plus, on peut conjecturer que une stratégie gagnante existe pour un tableau de n'importe quelle taille. [4]

Pour une grille rectangulaire du domineering, on peut trouver une position gagnante pour n'importe quel joueur sans nécessairement faire toujours une recherche exhaustive. Nous pouvons l'utiliser pour accélérer le temps d'exécution par tour de notre intelligence artificielle.[5]

### **Problématique retenue:**

Comment élargir l'étude du Domineering aux tableaux rectangulaires plus grands?

### **Objectifs du TIPE:**

- Simuler le jeu du Domineering efficacement pour vérifier statistiquement les résultats théoriques.
- Élargir l'étude pour prédire les résultats théoriques pour des tableaux plus grands.
- Pouvoir utiliser la simulation du jeu pour créer une Intelligence Artificielle que puisse jouer au Domineering.

### **Références bibliographiques:**

- [1]: D.M. BREUKER, J.W.H.M. UITERWIJK, H.J. VAN DEN HERIK: *Solving  $8 * 8$  Domineering*. UNIVERSITY OF MAASTRITCH, October 1998

- [2]: NATHAN BULLOCK: *Domineering: Solving Large Combinatorial Search Spaces*. Master Thesis, UNIVERSITY OF ALBERTA, Fall 2002.
- [3]: SVENJA HUNTEMANN: *Counting Domineering Positions*. CARLETON UNIVERSITY, September 2019.
- [4]: MICHAEL LACHMANN: *Who Wins Domineering on Rectangular Boards?* SANTA FE INSTITUTE, June 2000
- [5]: J.W.H.M UITERWIJK: *Perfectly Solving Domineering Boards*Conference Paper, UNIVERSITY OF MAASTRITCH, April 2014
- [6]: . . .

## DOT:

- **Février - Mai 2023:** developpement du sujet 'La modélisation Mathématique de l'Athlétisme', avec des idées de simulations et comparaisons.
- **25 Mai 2023:** Changement du thème vers le jeu du 'Domineering'. Le sujet de l'athlétisme, spécifiquement sur piste, ne semble pas avoir un équilibre intéressant entre le réalisme d'une modélisation et sa difficulté de mise en œuvre.
- **Juin 2023:** Début du codage pour simuler le domineering. Simulation du 'jeu de base' et ensuite programme pour jouer 'au hazard'.
- **Octobre 2023:** Étude statistique du jeu grace au code.
- **1 Novembre 2023:** Codage Interface Graphique avec raylib. Même si pas strictement 'nécessaire' pour le sujet, cette interface a permis de corriger certaines erreurs de l'algorithme de base, rendant plus visible la manière dont Domineering est simulé.
- **Novembre 2023:** Fin Étude Statistique et début codage Intelligence Artificielle.

### À faire (globalement):

- Mieux relier l'intelligence à la problématique retenue, ou la changer pour que la création d'une IA soit pertinent au sujet.
- Trouver plus de sources et renforcer la théorie appliquée au sujet.