COMPLEJIDAD Y OPTIMIZACIÓN
Informe Proyecto de Curso

PRESENTADO POR
Yerminson Doney Gonzalez Muñoz, código 0843846
Edwin Fernando Muñoz Delgado, código 0910398
Crsitian Leonardo Ríos López, código 0842139
Erika Suárez Valencia, código 0743588

PRESENTADO A
Jesús Alexander Aranda
Irene Tischer

Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación
Programa Académico de Ingeniería de Sistemas

Ssntiago de Cali, Enero 4 de 2013

1. Problema

La región EcoReg tiene un problema serio de depósito de basuras, y ha decidido construir un nuevo relleno dentro de sus fronteras. Como es natural, cada ciudad dentro de la región está en alerta y presionando para que el sitio no quede cerca de su ciudad. Por tal razón, los administradores de la región quieren encontrar un sitio que quede lo más lejos posible de la ciudad más cercana. Los administradores han decidido medir la distancia entre dos ciudades con la métrica Manhattan la cual define la distancia entre dos puntos como la distancia en el eje X más la distancia en el eje Y.

La región se representa como un cuadrado perfecto de N km por N km. Denotamos la esquina al suroccidente de la región con la posición (0,0). En este sistema, las ciudades están situadas sobre las intersecciones.

2. Modelo

Para resolver el problema de la ubicación del relleno sanitario, se define el siguiente modelo, con las respectivas variables y restricciones que se deben satisfacer sobre ellas.

2.1. Función objetivo

La función objetivo corresponde a maximizar la distancia entre el basurero y la ciudad más cercana:

$$max\, z = Dx + Dy$$

2.2. Variables

- w, constante muy grande igual a $2N$, donde N es igual al largo de la región EcoReg.
- Dx, corresponde a la distancia en x entre el basurero y la ciudad más cercana.
- Dy, corresponde a la distancia en y entre el basurero y la ciudad más cercana.
- Ax, indica la posición en x del basurero.
- Ay, indica la posición en y del basurero.
- Dx_i, corresponde a la distancia en x entre el basurero y la ciudad i.
- Dy_i, corresponde a la distancia en y entre el basurero y la ciudad i.
- Cx_i, indica la posición en x de la ciudad i.
- Cy_i, indica la posición en y de la ciudad i.
- Sx_i, variable binaria que indica si el basurero está a la derecha de la ciudad i.

  $Sx_i = \begin{cases} 1 & posx_i > posx \\ 0 & posx_i \leq posx \end{cases}$
- Sy_i, variable binaria que indica si el basurero está arriba de la ciudad i.

  $Sy_i = \begin{cases} 1 & posy_i > posy \\ 0 & posy_i \leq posy \end{cases}$
- $C_i = \begin{cases} 1 & Si\, la\, ciudad\, i\, es\, la\, mas\, cercana\, al\, basurero \\ 0 & En\, caso\, contrario \end{cases}$

2.3. Restricciones

1. $Dx_i = |Ax - Cx_i|$, para ello se hace uso de las siguientes restricciones:

   a) $Dx_i \leq Cx_i - Ax + w(1 - Sx_i)$

   b) $Dx_i \leq Ax - Cx_i + w(Sx_i)$
   Las cuales hacen que $Dx_i \leq |Ax - Cx_i|$.

   c) $Dx_i \geq Ax - Cx_i$

   d) $Dx_i \geq Cx_i - Ax$,
   Las cuales hacen que $Dx_i \geq |Ax - Cx_i|$

2. $Dy_i = |Ay - Cy_i|$, para ello se hace uso de las siguientes restricciones:

   a) $Dy_i \leq Cy_i - Ay + w(1 - Sy_i)$

   b) $Dy_i \leq Ay - Cy_i + w(Sy_i)$
   Las cuales hacen que $Dy_i \leq |Ay - Cy_i|$.

   c) $Dy_i \geq Ay - Cy_i$

   d) $Dy_i \geq Cy_i - Ay$
   Las cuales hacen que $Dy_i \geq |Ay - Cy_i|$.

3. $\sum C_i = 1$, de manera que solo una ciudad se reconozca como la más cercana.

4. $Dx = |Ax - \sum Cx_i \cdot C_i|$, para ello se hace uso de las siguientes restricciones:

   a) $Dx \geq Ax - \sum Cx_i \cdot C_i$

   b) $Dx \geq \sum Cx_i \cdot C_i - Ax$
   De manera que Dx sea mayor o igual a la distancia en x entre el basurero y la ciudad más cercana.

5. $Dy = |Ay - \sum Cy_i \cdot C_i|$, para ello se hace uso de las siguientes restricciones:

   a) $Dy \geq Ay - \sum Cy_i \cdot C_i$

   b) $Dy \geq \sum Cy_i \cdot C_i - Ay$
   De manera que Dy sea mayor o igual a la distancia en y entre el basurero y la ciudad más cercana.

6. $Dx + Dy \leq Dx_i + Dy_i$, la cual hace que la $Dx + Dy$ sea menor o igual a la suma de las distancias en x y en y entre el basurero y la ciudad más cercana.

7. Restricciones obvias:

   - $0 \leq Ax\,,\ Ay \leq N$
   - $Dx\,,\ Dy \geq 0$

2.4. Justificación

Para solucionar el problema presentado en este informe se creo un modelo con varias restricciones las cuales son necesarias para representar el valor absoluto correspondiente a la distancia entre las ciudades y el basurero. Estas restricciones además permiten determinar cual es la ciudad mas cercana al basurero con respecto a las demás, para ello se crean variables auxiliares para cada ciudad entre cero y uno, donde la ciudad mas cercana es uno o muy cercano a uno, y las más lejanas son cero o muy cercano a cero. Una vez identificada la menor distancia entre las ciudades y el basurero se procede a maximizar dicha distancia, asignando este valor a las variables de la función objetivo.

El modelo presentado garantiza que el basurero será ubicado dentro de la región EcoReg y que la ubicación del mismo cumple con lo descrito anteriormente. Las restricciones 1 y 2 son usadas para obtener las distancias de cada ciudad al basurero. Las restricción 3 garantiza que solo una ciudad sea seleccionada como la más cercana. Las restricciones 4 y 5 asignan a las variables de la función objetivo la distancia del basurero a la ciudad seleccionada como la más cercana. La restricción 6 garantiza que la ciudad que fue seleccionada como la más cercana sí es la más cercana.

3. Detalles de implementación

La solución del problema fue implementada en el lenguaje C++, y siguió el siguiente esquema de clases.

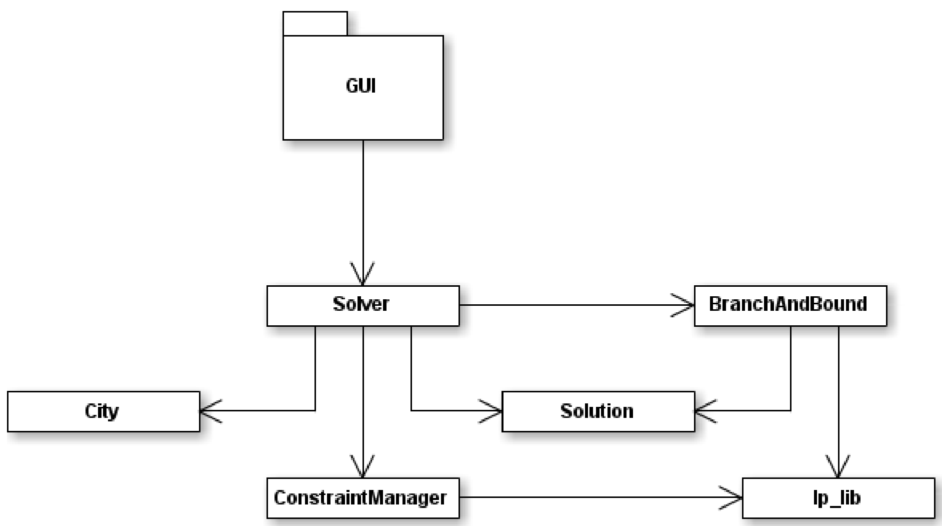

Figura 1: Diagrama de clases.

3.1. Simplex

Se usó la implementación del simplex ofrecida por la librería lp_solve.[1] Es utilizada por las clases BranchAndBound y ConstraintManager.

3.2. Branch and Bound

La implementación realizada de Branch and Bound sigue una estrategia LIFO, es decir, una busqueda por profundidad. La variable a ramificar seleccionada corresponde a la primera variable binaria cuyo valor encontrado por el simplex no sea entero, a ésta se le aplica piso y techo para crear las nuevas ramas.

4. Pruebas

<<Descripción de las pruebas realizadas>>

5. Análisis

<<De los resultados de las pruebas realizadas. Desarrolle y soporte su análisis utilizando los métodos apropiados (tablas, gráficos, indicadores estadísticos), donde puedan apreciarse las variaciones de acuerdo al tamaño y naturaleza de los datos de entrada. Explique claramente el significado de sus datos y cómo se analizaron.>>

6. Conclusiones

- Lo mas importante al momento de solucionar el problema es tener un modelo que se ajuste lo mejor posible al mismo, ya que un modelo incorrecto o poco robusto tiene como resultado soluciones incorrectas, especialmente en casos que no se pueden probar manualmente.
- Es muy importante haber probado el modelo antes de implementarlo, pues un error en el mismo lleva a largas etapas de depuración y confusión.
- Al comparar los resultados obtenidos de la aplicación creada con los resultados obtenidos con el lpsolve, pudimos observar que los resultados de las variables básicas y z-optimos son correctos, a pesar de que la ubicación para el basurero seleccionada por los programas no sea la misma.

<<Deben haber al menos 2 o 3 conclusiones sobre las pruebas y los resultados observados.>>

Referencias

[1] “Mixed integer linear programming (milp) solver.” [Online]. Available: http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/