

Modélisation mathématique des addictions

MAM3 - Polytech Nice-Sophia

Allan Clerc, François Canava, Julien Gaultier

April 27, 2023

Table of Contents

1 Introduction

► Introduction

► Modèle mathématique de base

► Occasions sociales

► Approche thérapeutique

Problème donné

1 Introduction

Nous allons modéliser l'évolution des différentes composantes d'une addiction en fonction de plusieurs paramètres (tels que la vulnérabilité d'un individu, si il voit un psychologue ou non etc...) afin d'étudier les impacts en fonction de ces derniers.

Les différentes addictions sont un problème et un enjeu de santé publique.

Chiffre : En France, 9.7 millions de personnes consomment régulièrement de l'alcool.

Mécanisme des addictions

1 Introduction

- La consommation d'une substance addictive provoque la sécrétion d'une molécule : la dopamine. Elle est responsable de la sensation de bonheur / plaisir ressentie.
- Ceci ouvre un circuit dit "de récompense".
- Le patient est alors insité à chercher à nouveau cette récompense pour retrouver cette sensation agréable, ce qui crée un système de "renforcement positif".
- Le cerveau devient de moins en moins sensible à la substance, ce qui pousse le patient à en consommer plus souvent et en plus grande quantité, on entre alors dans une relation de dépendance.

1. Modéliser l'évolution d'une addiction chez un patient.
2. Comparer les résultats obtenus en fonction des paramètres (en modifiant le milieu dans lequel est le patient par exemple).
3. Comparer les résultats obtenus en précisant le modèle (en rajoutant une prise en compte des occasions sociales, puis de la consultation d'un psychologue).

Table of Contents

2 Modèle mathématique de base

- ▶ Introduction
- ▶ **Modèle mathématique de base**
- ▶ Occasions sociales
- ▶ Approche thérapeutique

Pour modéliser l'évolution de l'addiction, nous allons utiliser plusieurs équations :

Formules

- Désir : $C(t + 1) = (1 - d)C(t) + b * \min\{1, 1 - C(t)\}A(t)$
- Self-contrôle : $S(t + 1) = S(t) + p * \max\{0, S_m - S(t)\} - hC(t) - kA(t)$
- Influence sociétale : $E(t + 1) = E(t) - m_E$
- Addiction exercée : $A(t) = qV(t)$
- Chance de $\psi = C - S - E$
- Vulnérabilité : $V(t) = \min\{1, \max\{\psi, 0\}\}$

Paramètres du modèle

2 Modèle mathématique de base

- $d = 0.2$: Coefficient "d'oubli"
- $q = 0.8$: Quantité maximale ingérable
- $p = 0.2$: Effet extérieur d'un psychologue
- $b = \frac{2d}{q} = 0.5$: Influence de passer à l'acte
- $m_S = 0.5$
- $h = p * m_S$: Coefficient d'influence du désir sur le self-contrôle
- $k = \frac{p}{q} = 0.1$: Taux de satisfaction après passage à l'acte
- $m_E = 0.001$: Coefficient de baisse de l'influence sociétale
- **Conditions initiales** : $C_0 = 0, E_0 = 1$

Résultats

2 Modèle mathématique de base

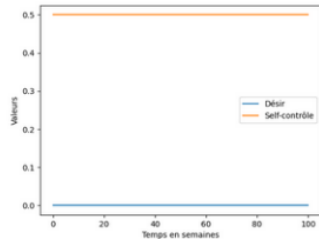
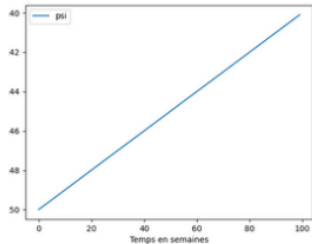
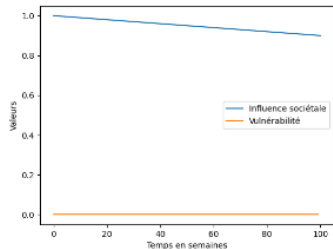


Figure: $C_0 = 0$, $m_E = 0.001$

Résultats

2 Modèle mathématique de base

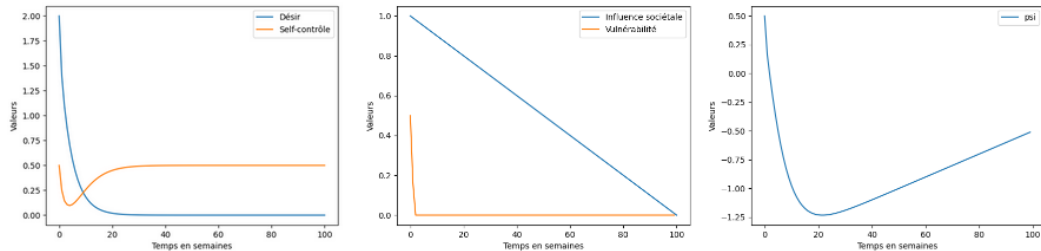


Figure: $C_0 = 1, m_E = 0.001$

Résultats

2 Modèle mathématique de base

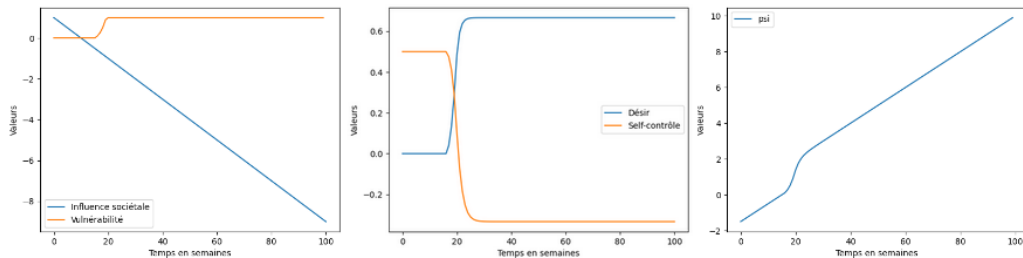


Figure: $C_0 = 0$, $m_E = 0.1$

Critiques et conclusion

2 Modèle mathématique de base

Les résultats obtenus par ce modèle sont cohérents. On remarque que pour observer des fluctuations, il faut régler le désir initial à une valeur non-nulle ou augmenter la vitesse de modification de l'influence sociétale.

On peut tout de même nuancer la fiabilité des résultats car le modèle est incomplet, en effet, il ne prend pas en compte certains facteurs tel que les occasions sociales qui poussent à consommer (par exemple aller dans un bar avec des amis pousse à boire de l'alcool).

Table of Contents

3 Occasions sociales

► Introduction

► Modèle mathématique de base

► Occasions sociales

► Approche thérapeutique

Pour préciser les résultats du modèle et améliorer sa fiabilité, nous allons modifier les équations et ajouter des paramètres afin de modéliser l'influence que peuvent avoir les occasions sociales.

Pour cela nous allons utiliser une loi de probabilité (loi de Poisson), car il y a des semaines où l'on sort plus que d'autres, on va donc poser : $R(\lambda) \sim \mathcal{P}(\lambda)$.

Nous avons donc modifié l'équation de $A(t)$, et ajouté le paramètre λ avec $R(\lambda) \sim \mathcal{P}(\lambda)$:

Addiction exercée

$$A(t) = qV(t) + \frac{R(\lambda(t))}{R_m} * q * (1 - V(t))$$

$$\lambda(t+1) = \lambda(t) + m_\lambda$$

Paramètres du modèle

3 Occasions sociales

- $d = 0.2$: Coefficient "d'oubli"
- $q = 0.8$: Quantité maximale ingérable
- $p = 0.2$: Effet extérieur d'un psychologue
- $b = \frac{2d}{q} = 0.5$: Influence de passer à l'acte
- $m_S = 0.5$
- $h = p * m_S$: Coefficient d'influence du désir sur le self-contrôle
- $k = \frac{p}{q} = 0.1$: Taux de satisfaction après passage à l'acte
- $m_E = 0.001$: Coefficient de baisse de l'influence sociétale
- $R(\lambda) \sim \mathcal{P}(\lambda)$: nombre d'occasions sociales dans une semaine
- $m_\lambda = 0.001$: Augmentation des chances d'avoir des occasions sociales.
- **Conditions initiales** : $C_0 = 0, E_0 = 1$

Résultats

3 Occasions sociales

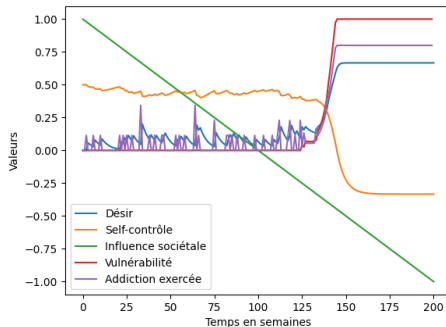


Figure: Etude de l'évolution des courbes après l'ajout des occasions sociales

Pour augmenter la fiabilité de notre modèle, nous allons modifier m_E en lui ajoutant une périodicité. Cela rend le modèle plus réaliste car dans la vraie vie, on n'a pas le même environnement social toutes les semaines de l'année.

Résultats

3 Occasions sociales

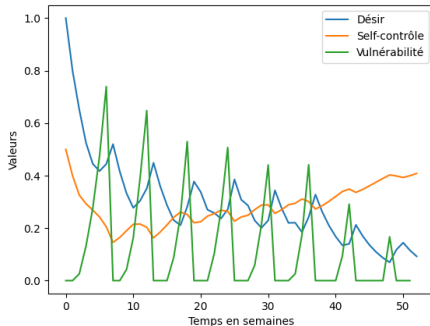


Figure: Ajout de la périodicité des occasions sociales

Résultats

3 Occasions sociales

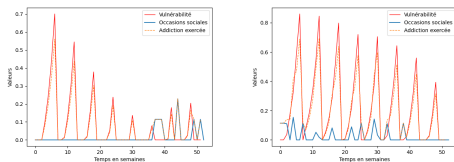


Figure: Evolution passage à l'acte comparé avec occasions sociales et vulnérabilité

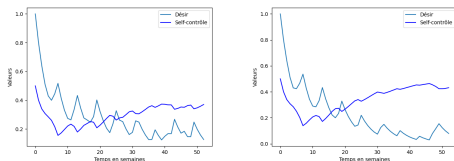


Figure: Evolution du désir et du self-contrôle

Conclusion

3 Occasions sociales

Nous pouvons conclure de cette version du modèle qu'avec un milieu social régulier et négatif, malgré un self-contrôle important de prime abord, le patient fini par craquer quand l'environnement devient trop négatif.

Avec des occasions sociales plus aléatoires et un milieu social "périodique", nous constatons que le patient fini par contrôler des désirs et l'addiction baisse.

Table of Contents

4 Approche thérapeutique

- ▶ Introduction
- ▶ Modèle mathématique de base
- ▶ Occasions sociales
- ▶ Approche thérapeutique

Introduction

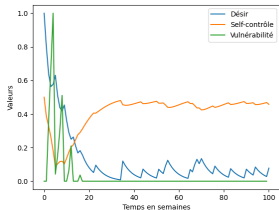
4 Approche thérapeutique

Nous allons désormais, afin de compléter le modèle, ajouter une composante qui est la prise en charge du patient par un psychologue. La consultation d'un professionnel de santé a un effet positif sur la patient car il l'aide à contrôler ses désirs.

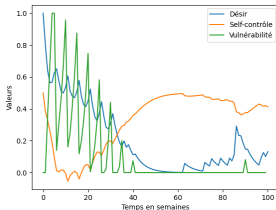
Nous allons comparer les effets du psychologue en fonction de la fréquence et de l'efficacité des séances.

Résultats

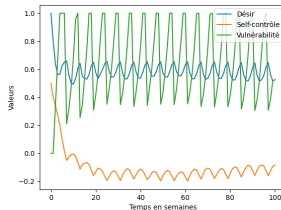
4 Approche thérapeutique



(a) Toutes les 4 semaines



(b) Toutes les 5 semaines

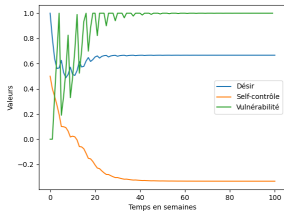


(c) Toutes les 6 semaines

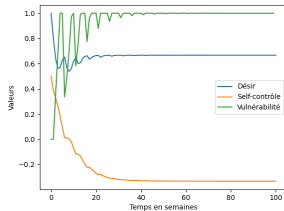
Figure: Addiction en fonction de la fréquence de visite chez le psychologue (séances efficaces)

Résultats

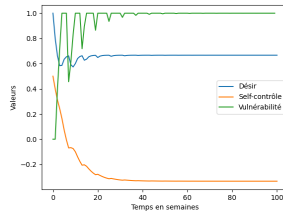
4 Approche thérapeutique



(a) Toutes les 4 semaines



(b) Toutes les 5 semaines



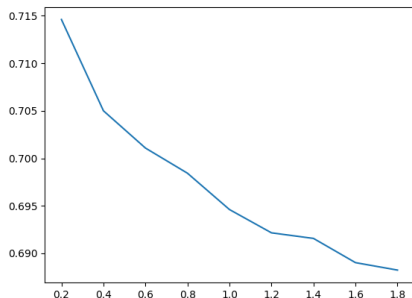
(c) Toutes les 6 semaines

Figure: Addiction en fonction de la fréquence de visite chez le psychologue (séances non-efficaces)

Résultats

4 Approche thérapeutique

Nous avons modélisé l'expérience pour différentes valeurs de p , c'est à dire pour des efficacités de traitement plus ou moins efficaces, sur 51 patients avec λ fixé.



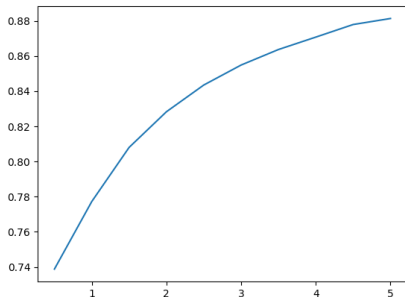
Nous trouvons une valeur de
l'écart-type de :
 $\sigma = 0.01$

Figure: Moyenne des "scores" en fonction
de p

Résultats

4 Approche thérapeutique

Nous avons modélisé l'expérience pour différentes valeurs de λ , avec p fixé, sur 51 patients.



Nous trouvons une valeur de l'écart-type de :
 $\sigma = 0.046$

Figure: Moyenne des "scores" en fonction de λ (de 5 à gauche à 0.1 à droite)

Conclusion du modèle

4 Approche thérapeutique

Finalement, nous pouvons conclure que la gestion d'une addiction est complexe et dépend de nombreux facteurs, tels que la consultation d'un psychologue, l'environnement dans lequel le patient se trouve etc. On a pu relever que des petites fluctuations de l'environnement ou de la fréquence de consultation du psychologue ont des répercussions conséquentes sur l'évolution de l'addiction du patient.

Ce modèle possède cependant des limites, premièrement d'autres facteurs entre en oeuvre dans ce phénomène complexe (sexe, classe sociale...), le modèle ne prend en compte la possibilité de faire une overdose, et les réactions des patients aux thérapies ne sont pas les mêmes pour tous les individus.

Modélisation mathématique des addictions

Merci de votre attention

- Lien vers le NoteBook :
<https://drive.google.com/file/d/19hskllWbVf1SfwQcGwVnZrBON1QmC-kU/view?usp=sharing>