

GRUNDPRAKTIKUM I

VERSUCHSPROTOKOLL

# Isentropenindex

*Clemens Schumann, Tassilo Scheffler*

clemensrubenschumann@googlemail.com,  
tassilo@glief.de

betreut von  
LARISSA MELISCHEK

10.03.2018

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Physikalische Grundlagen

## 1.1 Innere Energie und Wärmekapazität

In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtbetrag der Energie konstant. Innerhalb des Systems können sich die verschiedenen Energien ineinander umwandeln (1. Hauptsatz der Thermodynamik). Dabei sind die verschiedenen Energien die kinetische Energie  $E_{kin}$ , die potentielle Energie  $E_{pot}$  und die innere Energie  $U$  des Systems. Diese innere Energie beschreibt die gesamte thermische Energie bzw. die gesamte kinetische und potentielle Energie des Systems. Die Änderung  $dU$  lässt sich mit der Änderung  $dW$  der Arbeit und dem Wärmeübertrag  $dQ$  bestimmen.

$$dU = dQ + dW \quad (1)$$

Mithilfe des Wärmeübertrags und der Temperaturänderung  $dT$  lässt sich die Wärmekapazität  $C$  definieren:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad (2)$$

Dies ist von der Masse  $m$  abhängig, weswegen man die spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{C}{m} \quad (3)$$

definiert. Möchte man stattdessen eine Unabhängigkeit von der Stoffmenge  $M$ , so ist

$$C_m = \frac{c}{n} \quad (4)$$

als molare Wärmekapazität definiert, wobei  $n$  die Molanzahl ist. Die Wärmekapazität ist stoffabhängig und wird in  $\frac{\text{Joule}}{\text{Kelvin}}$  angegeben.

## 1.2 Gase

Für ideale Gase (bestehend aus punktförmigen isotropen Kugeln, welche nur elastische Stöße untereinander betreiben) gilt immer eine Zustandsgleichung.

$$\frac{pV}{T} = \text{konstant} = n \cdot R = N \cdot k_B \quad (5)$$

Nach der kinetischen Gastheorie definiert man den Druck des Gases als Folge der Stöße, die die Gasmoleküle auf die Gefäßwand ausüben.

Nun können die Zustände eines Gases verschieden geändert werden. Als erstes sei die isochore Zustandsänderung ( $v=\text{konstant}$ ) genannt. Für diese kann nun

$$dU = C_V dT \quad (6)$$

$$C_V = N \frac{f}{2} k_B \quad (7)$$

hergeleitet werden. Die Freiheitsgrade sind die Anzahl der unabhängigen Parameter, die benötigt werden, um ein System zu beschreiben. Es gibt 3 Freiheitsgrade der Translation, 2 der Rotation und 2 der Schwingung eines Moleküls bzw. Systems.

Als zweites sei hier die isobare Zustandsänderung eines Gases ( $p=\text{konstant}$ ) genannt. Hierfür wird ähnlich definiert:

$$Vdp = C_p dT \quad (8)$$

und

$$C_p = N \left( \frac{f}{2} + 1 \right) k_B \quad (9)$$

In einer dritten, sogenannten adiabatischen (isentropen) Zustandsänderung lässt sich das vorige zusammenbringen. Denn hierbei darf nur kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden ( $dQ = 0$ ) bzw. die Entropie muss gleichbleibend sein. Dementsprechend finden auch nur reversible Prozesse statt. Damit wird aus (??) und (??):

$$dU = dW = -pdV = C_V dT \quad (10)$$

Mithilfe von (??) und (??), indem man jeweils  $dT$  isoliert, erhält man

$$\frac{C_p}{C_V} V dp = -pdV \leftrightarrow \frac{1}{p} dp = -\frac{\kappa}{V} dV \quad (11)$$

wobei

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} \quad (12)$$

benutzt wurde. Integrieren von  $p_1, V_1 \rightarrow p_2, V_2$  und exponenzieren von (??) ergibt

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa \rightarrow p \cdot V = \text{konst.} \quad (13)$$

Mit (??) wird dies zu

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{konst.} \quad (14)$$

und

$$p^{1-\kappa} T^\kappa = \text{konst.} \quad (15)$$

Die Gleichungen (??), (??) und (??) werden Poisson-Gleichungen oder auch Adiabatengleichungen genannt. Der Isentropenindex  $\kappa$  kann experimentell ermittelt werden. Dazu bieten sich mehrere Methoden an. Im Rahmen des Grundpraktikums werden die Methoden nach Clement-Desormes und nach Flammersfeld-Rüchard verwendet.

### 1.3 Methode nach Clement-Desormes

Bei dieser Methode zur Bestimmung von  $\kappa$  wird ein Überdruck in einem Glasbehälter erzeugt. Nach dem thermischem Ausgleich auf Zimmertemperatur wird ein Entlüftungsventil kurzzeitig geöffnet, wodurch eine nahezu adiabatische Zustandsänderung erfolgt. Anschließend findet eine isochore Zustandsänderung statt, bis die Zimmertemperatur wieder erreicht ist.

Daher kann mit (??) und (??) für die adiabatische Zustandsänderung folgendes geschrieben werden:

$$(p_0 + \Delta p_1) V_0^\kappa = p_0 (V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (16)$$

$$(T_0 - \Delta T) (V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} = T_0 V_0^{\kappa-1} \quad (17)$$

mit  $T_0, p_0$  und  $V_0$  als Normalbedingungen (Zimmertemperatur, Luftdruck und Volumen des Glasbehälters) und  $\Delta p_1, \Delta V$  und  $\Delta T$  als Änderung dieser. Mit der Näherung  $\Delta V \ll V_0$  erhält man

$$(18)$$