

Tutorial Completo e Detalhado para Resolver os Problemas 1 e 2 da Seção 4.3 no GeoGebra

Objetivo

Aplicar transformações lineares a figuras geométricas (triângulos e paralelogramos), utilizando o GeoGebra para realizar o processo passo a passo, desde a criação dos pontos até a visualização das transformações. Vamos adicionar pontos, criar segmentos, aplicar transformações e visualizar os resultados.

Problema 1: Transformação Linear de um Triângulo

Passo 1: Acessar o GeoGebra

1. Abra seu navegador de internet (Google Chrome, Firefox, etc.).
 2. Digite na barra de pesquisa: <https://www.geogebra.org/calculator>.
 3. Pressione **Enter**.
 4. O GeoGebra vai carregar com a interface gráfica mostrando um plano cartesiano com os eixos xxx e yyy e uma barra de entrada na parte inferior da tela.
-

Passo 2: Criar os Pontos Iniciais para o Triângulo

1. **Como Adicionar os Pontos:**
 - No campo de entrada, na parte inferior, digite os seguintes comandos e pressione **Enter** após cada um:
 - $A = (0,0)$
 - $B = (2,1)$
 - $C = (1,4)$
 2. **O Que Você Vai Ver:**
 - Três pontos A, B, e C serão criados no plano cartesiano, correspondendo aos vértices do triângulo inicial.
-

Passo 3: Criar os Segmentos que Conectam os Pontos

1. **Como Conectar os Pontos com Segmentos de Reta:**

- Na barra de ferramentas, na parte superior da tela, clique no ícone que parece uma linha com dois pontos nas extremidades (ferramenta "Segmento entre dois pontos").
- Agora, clique nos pontos A e B, depois em B e C, e finalmente em C e A. Isso formará o triângulo ABC.

2. O Que Você Vai Ver:

- Um triângulo será formado conectando os três pontos no plano cartesiano.

Passo 4: Criar os Pontos Transformados

1. O triângulo transformado terá os vértices $A'(0,0)$, $B'(1,0)$, $C'(0,1)$.

2. Adicionar os Pontos Transformados:

- Na barra de entrada, digite:
 - $A' = (0,0)$
 - $B' = (1,0)$
 - $C' = (0,1)$
- Esses pontos serão criados no plano, representando os vértices do triângulo transformado.

Passo 5: Criar os Segmentos do Triângulo Transformado

1. Como Conectar os Novos Pontos:

- Use a mesma ferramenta de segmento de reta e conecte os pontos A' , B' , e C' para formar o triângulo transformado $A'B'C'$.

2. O Que Você Vai Ver:

- O triângulo transformado será exibido no plano, junto com o triângulo original.

Passo 6: Encontrar a Matriz de Transformação Linear

1. Montagem das Equações Lineares:

- Para encontrar a matriz de transformação T , utilizamos as coordenadas dos pontos $A(0,0)$, $B(2,1)$ e $C(1,4)$ e as suas imagens $A'(0,0)$, $B'(1,0)$ e $C'(0,1)$ após a transformação.
- A transformação linear é descrita pela seguinte equação para cada ponto:

$$T * \{\{x\}, \{y\}\} = \{\{x'\}, \{y'\}\}$$

- Para A, temos $T * \{\{0\}, \{0\}\} = \{\{0\}, \{0\}\}$
 - Para B, temos $T * \{\{2\}, \{1\}\} = \{\{1\}, \{0\}\}$
 - Para C, temos $T * \{\{1\}, \{4\}\} = \{\{0\}, \{1\}\}$
 - Isso gera um sistema de equações para encontrar os elementos da matriz
- $$T = \{\{a, b\}, \{c, d\}\}$$

2. Resolução do Sistema Linear:

- Resolvendo o sistema, obtemos:
- $$T = \{\{4/7, -1/7\}, \{-1/7, 2/7\}\}$$

Passo 7: Aplicar a Matriz de Transformação

1. Como Definir a Matriz de Transformação:

- A matriz de transformação T é responsável por transformar o triângulo original ABC em A'B'C'. No GeoGebra, podemos criar a matriz manualmente.
- Na barra de entrada, digite a matriz T:

$$T = \{\{\frac{4}{7}, \frac{-1}{7}\}, \{\frac{-1}{7}, \frac{2}{7}\}\}$$

2. Aplicar a Transformação aos Pontos:

- Agora, multiplique a matriz T pelos pontos B e C:
 - $A' = T * A$
 - $B' = T * B$
 - $C' = T * C$
- Isso criará os pontos A', B' e C', transformados pela matriz.

Passo 8: Comparação Visual

1. O Que Você Vai Ver:

- Agora, você verá o triângulo transformado A'B'C' posicionado corretamente após a aplicação da matriz de transformação. Ele será exibido ao lado do triângulo original ABC, permitindo uma comparação visual clara.

Problema 2: Transformação Linear de um Paralelogramo

Passo 1: Criar os Pontos do Paralelogramo

1. Adicionar os Pontos Iniciais:

- No campo de entrada do GeoGebra, insira as coordenadas dos pontos A, B, C e D que formam o paralelogramo:
 - $A = (-1, 3)$
 - $B = (1, -3)$
 - $C = (3, -1)$
 - $D = (1, 5)$

2. O Que Você Vai Ver:

- Quatro pontos serão criados no plano, representando os vértices do paralelogramo.
-

Passo 2: Conectar os Pontos para Formar o Paralelogramo

1. Como Conectar os Pontos:

- Use a ferramenta "Segmento entre dois pontos" para conectar A, B, C, e D em ordem, formando o paralelogramo.
- Conecte também os segmentos entre A e D, e entre B e C, para fechar a forma.

2. O Que Você Vai Ver:

- O paralelogramo será exibido no gráfico.
-

Passo 3: Criar os Pontos Transformados para o Retângulo

1. Adicionar os Pontos Transformados:

- O retângulo transformado terá os vértices $A'(-4,0)$, $B'(4,0)$, $C'(4,8)$, $D'(-4,8)$.
 - Na barra de entrada, adicione os pontos transformados:
 - $A' = (-4, 0)$
 - $B' = (4, 0)$
 - $C' = (4, 8)$
 - $D' = (-4, 8)$
-

Passo 4: Criar os Segmentos do Retângulo Transformado

1. Como Conectar os Pontos Transformados:

- Use a ferramenta de segmento de reta para conectar os novos pontos A', B', C', e D', formando o retângulo transformado.

2. O Que Você Vai Ver:

- O retângulo será exibido no gráfico, junto com o paralelogramo original.
-

Passo 5: Encontrar a Matriz de Transformação Linear

1. Montagem das Equações Lineares:

- Para encontrar a matriz de transformação T, utilizamos as coordenadas dos pontos A(-1,3), B(1,-3), C(3,-1), D(1,5) e suas imagens A'(-4,0), B'(4,0), C'(4,8), D'(-4,8).
- A transformação linear é descrita pela equação $T * \{x, y\} = \{x', y'\}$
 - Para A, temos $T * \{-1, 3\} = \{-4, 0\}$
 - Para B, temos $T * \{1, -3\} = \{4, 0\}$
 - Para C, temos $T * \{3, -1\} = \{4, 8\}$
 - Para D, temos $T * \{1, 5\} = \{-4, 8\}$
 - Isso gera um sistema de equações para encontrar os elementos da matriz $T = \{a, b, c, d\}$

2. Resolução do Sistema Linear:

- Resolvendo o sistema, obtemos:

$$T = \{1, -1, 3, 1\}$$

Passo 6: Aplicar a Matriz de Transformação

1. Definir a Matriz de Transformação:

- No campo de entrada, digite a matriz de transformação T que vai transformar o paralelogramo no retângulo:

$$T = \{2, -1, 0, 2\}$$

2. Aplicar a Transformação aos Pontos:

- Agora, multiplique a matriz T pelos pontos A, B, C e D:
 - $A' = T * A$
 - $B' = T * B$
 - $C' = T * C$
 - $D' = T * D$

Passo 7: Comparação Visual

1. O Que Você Vai Ver:

- O retângulo transformado $A'B'C'D'$ será exibido ao lado do paralelogramo original, mostrando o efeito da transformação linear.

Conclusão

Seguindo esses passos detalhados no GeoGebra, você pode facilmente reproduzir as transformações lineares dos problemas 1 e 2. O software permite que você visualize tanto a figura original quanto a transformada, ajudando na compreensão prática das transformações geométricas.