



Computação Gráfica

UFRR – Departamento de Ciência da Computação
Computação Gráfica – Prof. Dr. Luciano F. Silva

Projeções em Perspectiva

Professor: Luciano Ferreira Silva, Dr.



Projeções

- **Visão humana:** enxerga em 2D, a sensação de profundidade vem da diferença entre as vistas esquerda e direita do mesmo objeto;
- **Projeção:** conversão genérica de entidades de uma dada dimensão para outra de menor ordem;
- **CG:**
 - ✓ Conversão 3D para 2D;

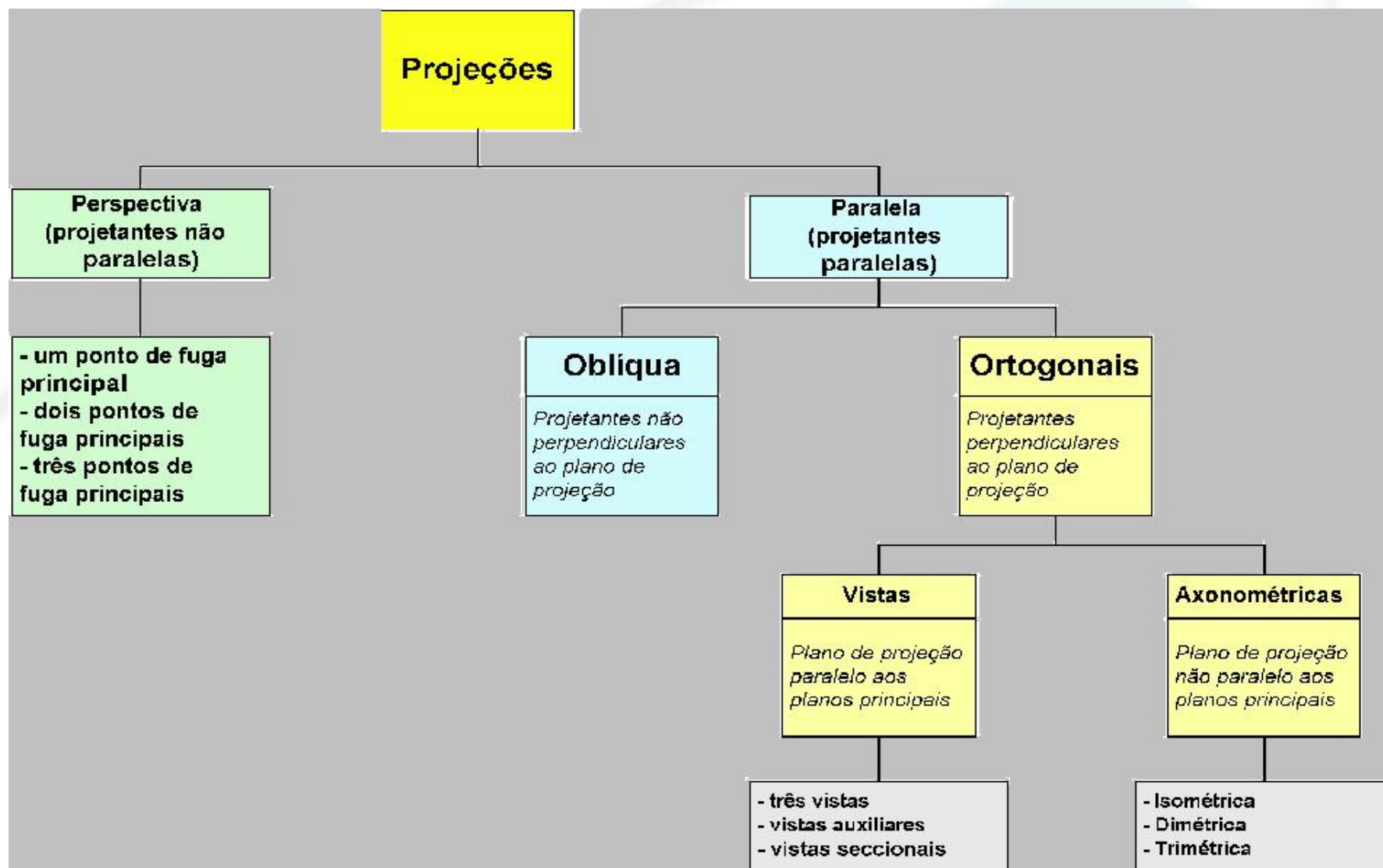


Tipos de projeção

- **Determinam a projeção:**
 - ✓ Plano de projeção: quadro;
 - ✓ Centro de projeção: ponto de vista;
- **Técnicas de projeção 3D/2D:**
 - ✓ Projeção paralela
 - ✓ Projeção perspectiva (de grande interesse na CG)



Tipos de Projeções



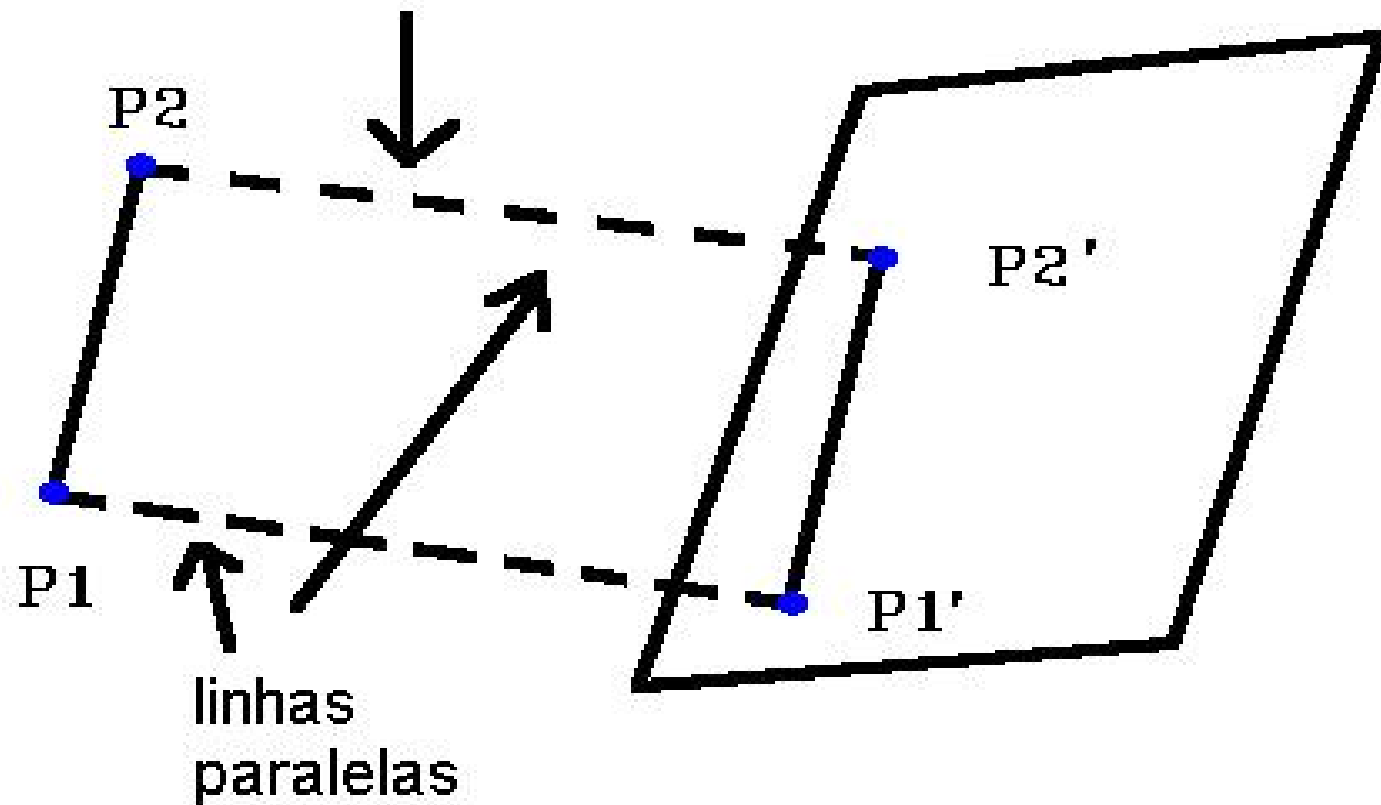


Projeções Paralela

Proj. Paralelas (cilíndricas): tem um ponto impróprio como centro de projeção - isto é; as linhas visuais encontram-se no infinito. Mantém a proporcionalidade da figura.



Projeções Paralela





Projeções Perspectivas

Proj. Perspectiva (cônica): o centro de projeção é um ponto próprio, em coordenadas finitas no sistema tridimensional. Esta projeção deforma a figura, diminuindo os objetos mais distantes e distorcendo os ângulos.



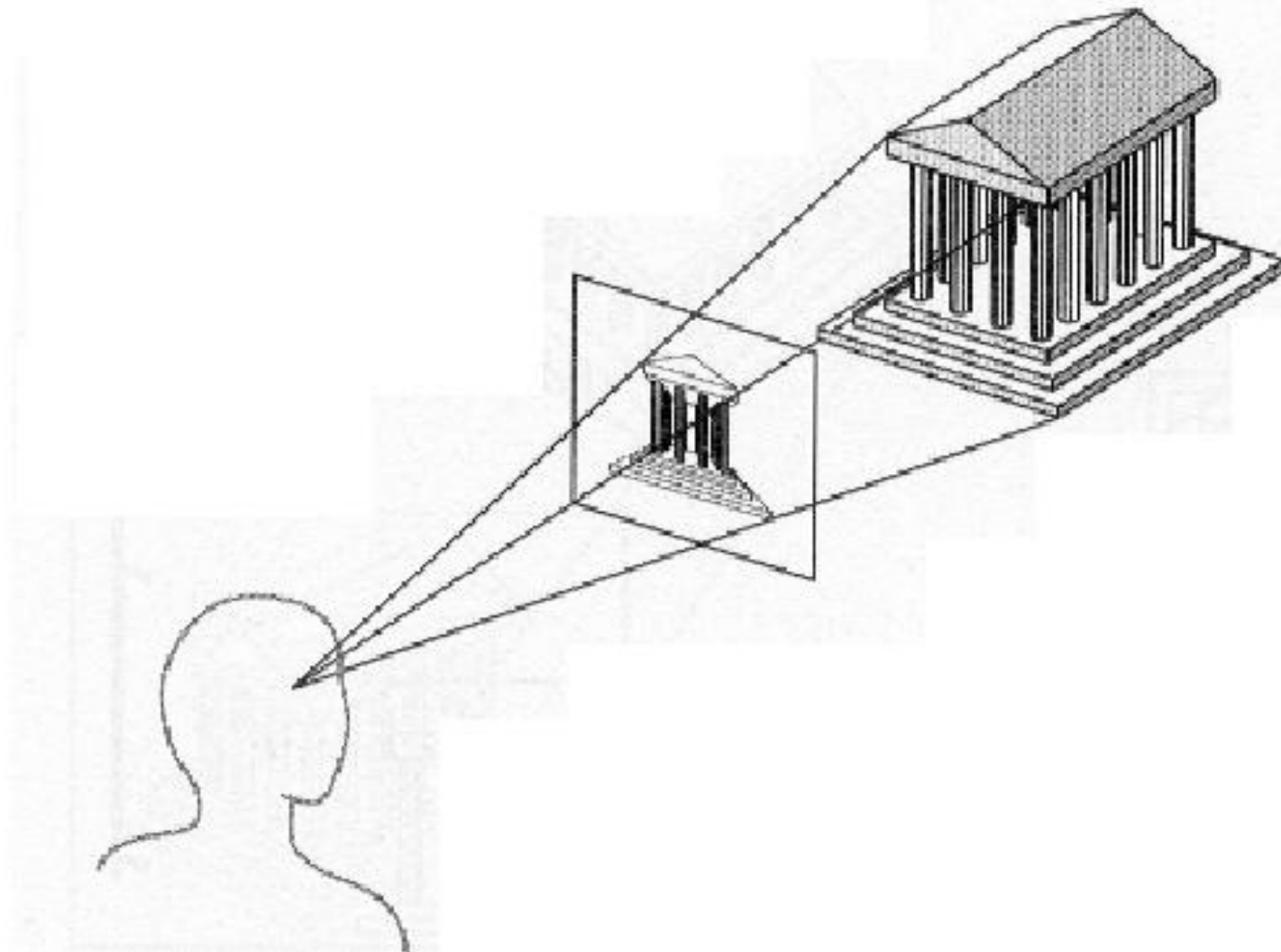
Projeções Perspectivas

- Fortemente determinada pelo centro de projeção
- Similar à câmaras de vídeo e ao olho humano;
- Imagem parece mais realista;
- Não preserva ângulos;
- Não preserva escalas;



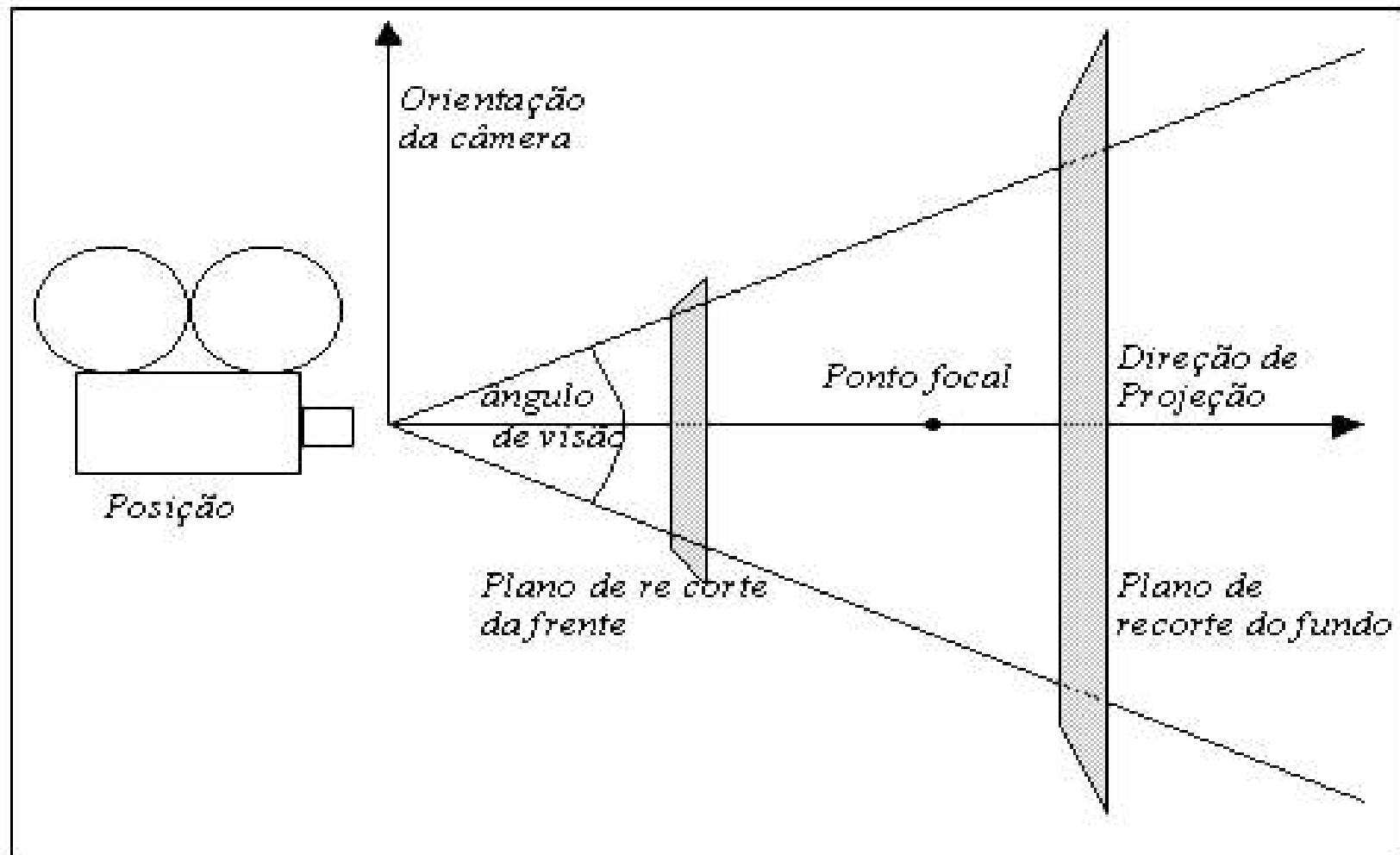
Projeção Perspectiva

UFRR – Departamento de Ciência da Computação
Computação Gráfica – Prof. Dr. Luciano F. Silva





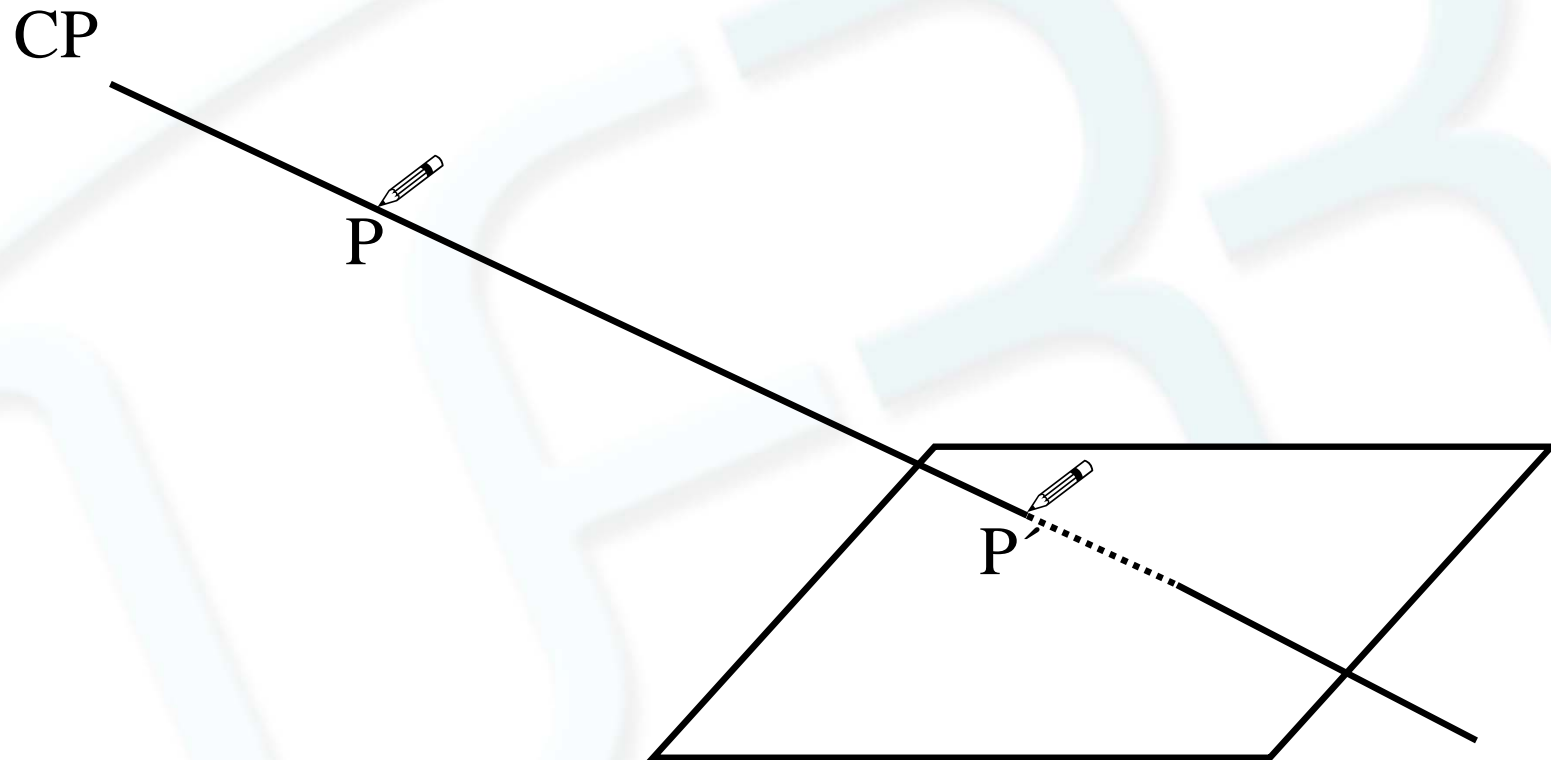
Projeções Perspectivas





Projeções Perspectivas

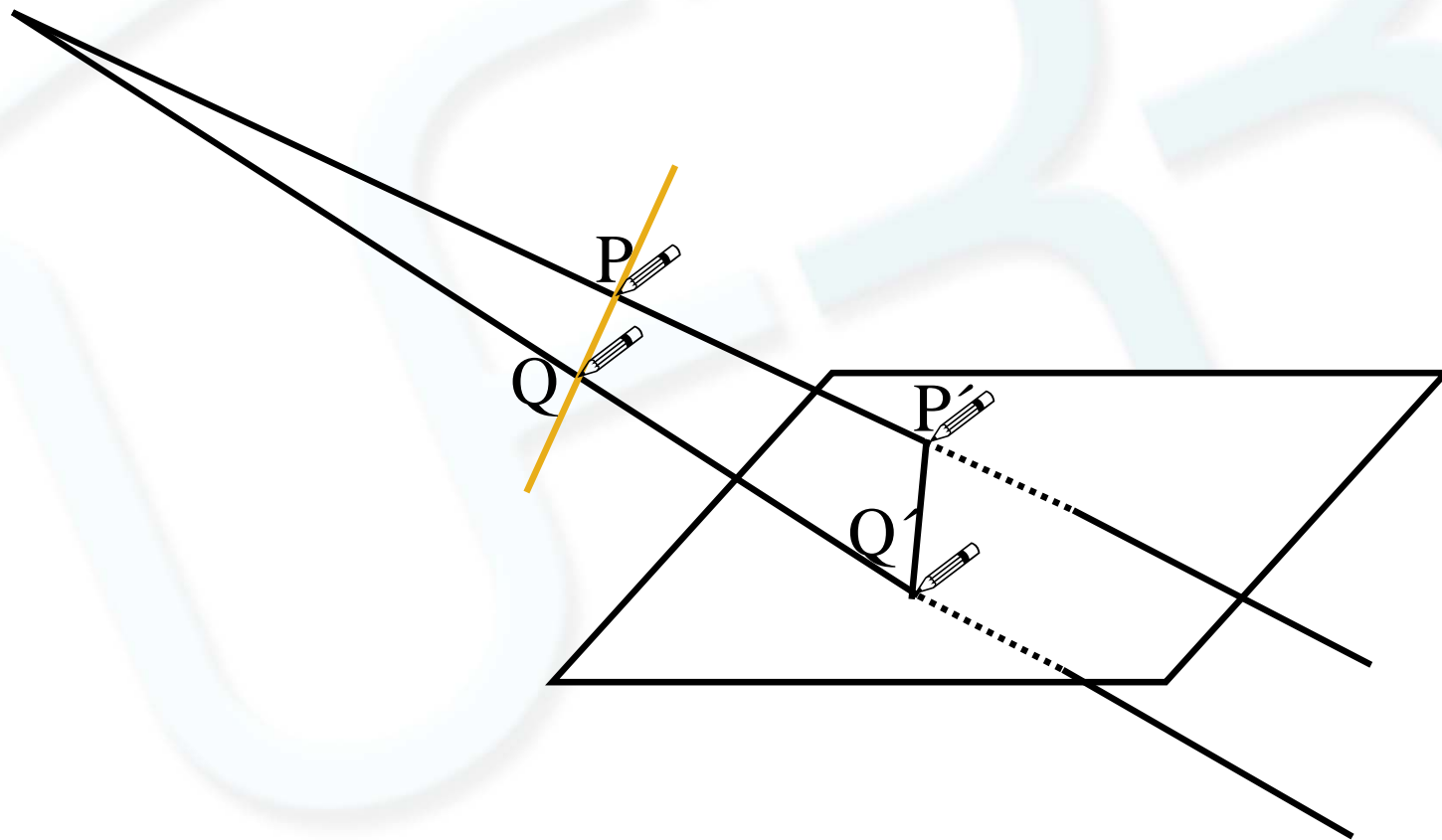
■ 1. Do ponto:





Projeções Perspectivas

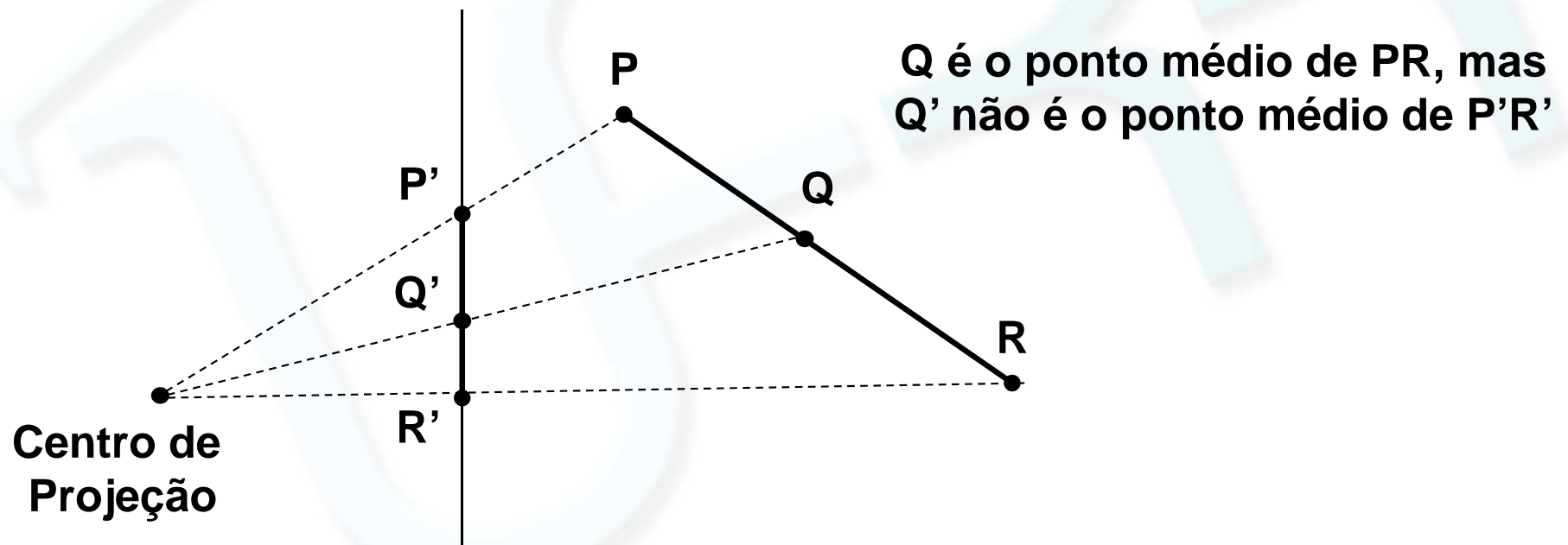
- 2. Da reta: idem ao caso anterior, considerando dois pontos:





Projeções Perspectivas

- Transformam retas em retas mas não preservam as suas proporções;



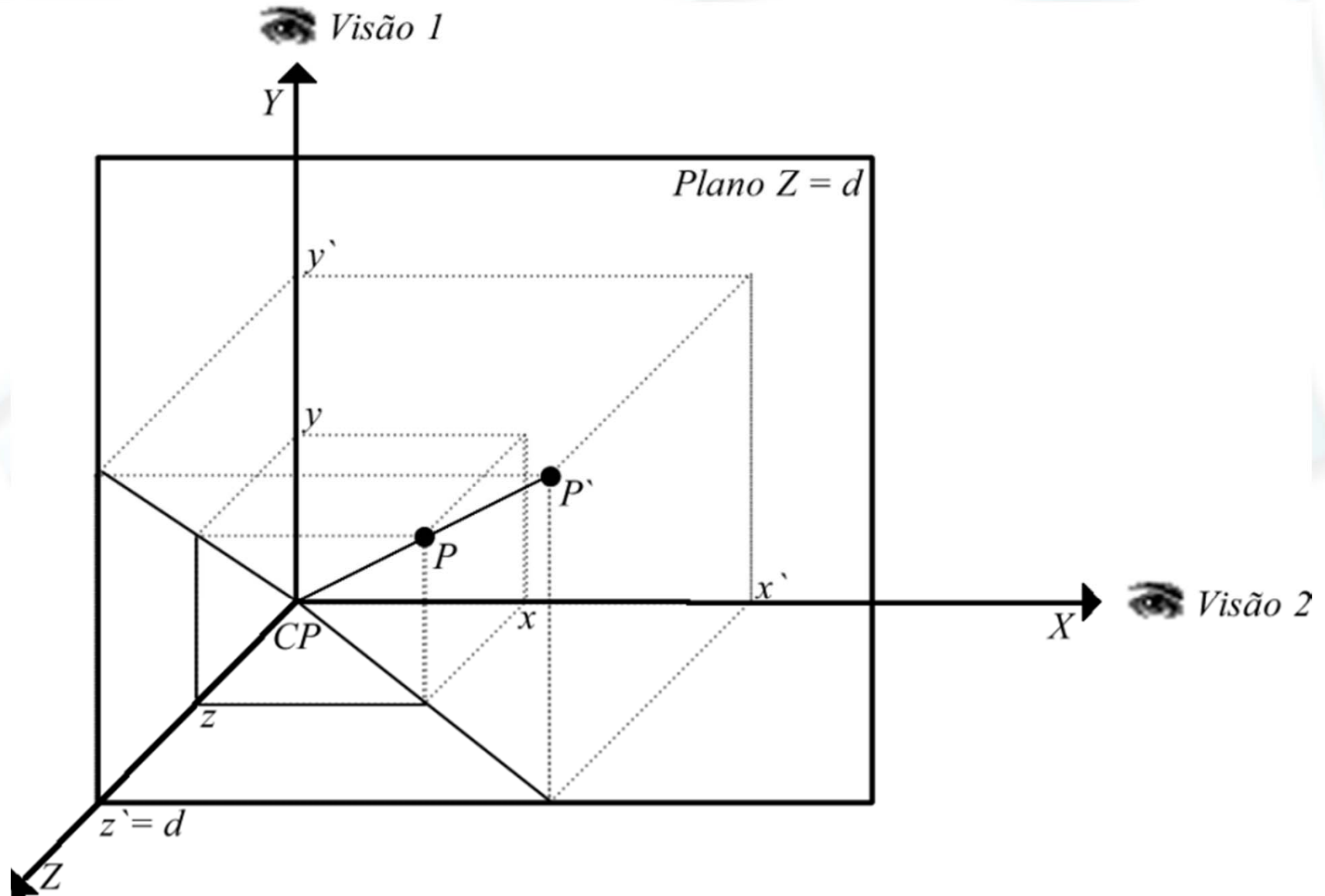


Transformação de Perspectivas

- Projeções: forma específica de transformação geométrica;
- Existe a necessidade de identificar matrizes 4×4 que, aplicadas a um dado ponto do espaço obtenham o ponto no plano equivalente;
- Na prática:
 - ✓ O plano de projeção é um plano vertical, colocado perpendicularmente ao eixo z do sistema de coordenadas do objeto.

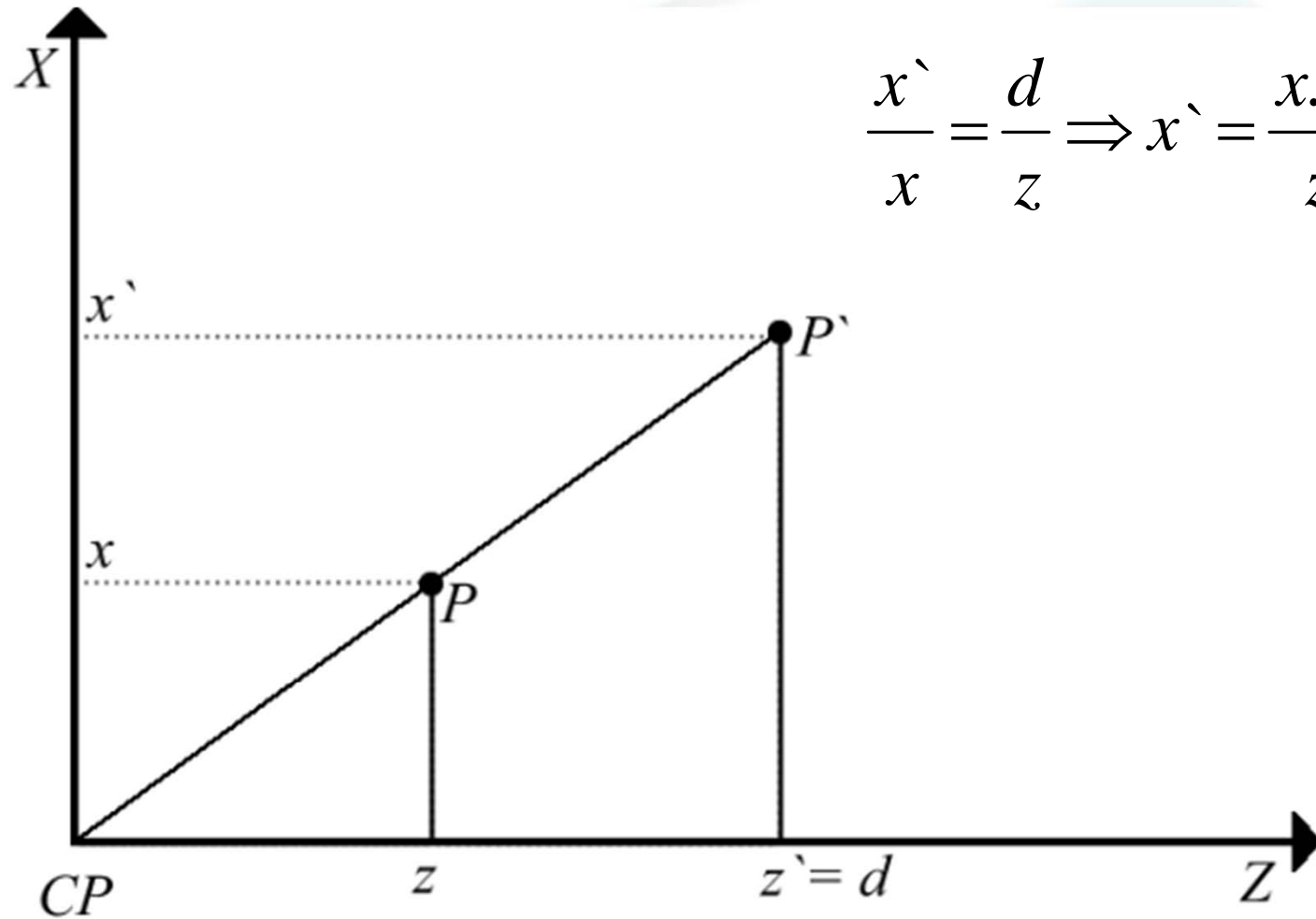


Transformação de Perspectivas





Transformação de Perspectivas



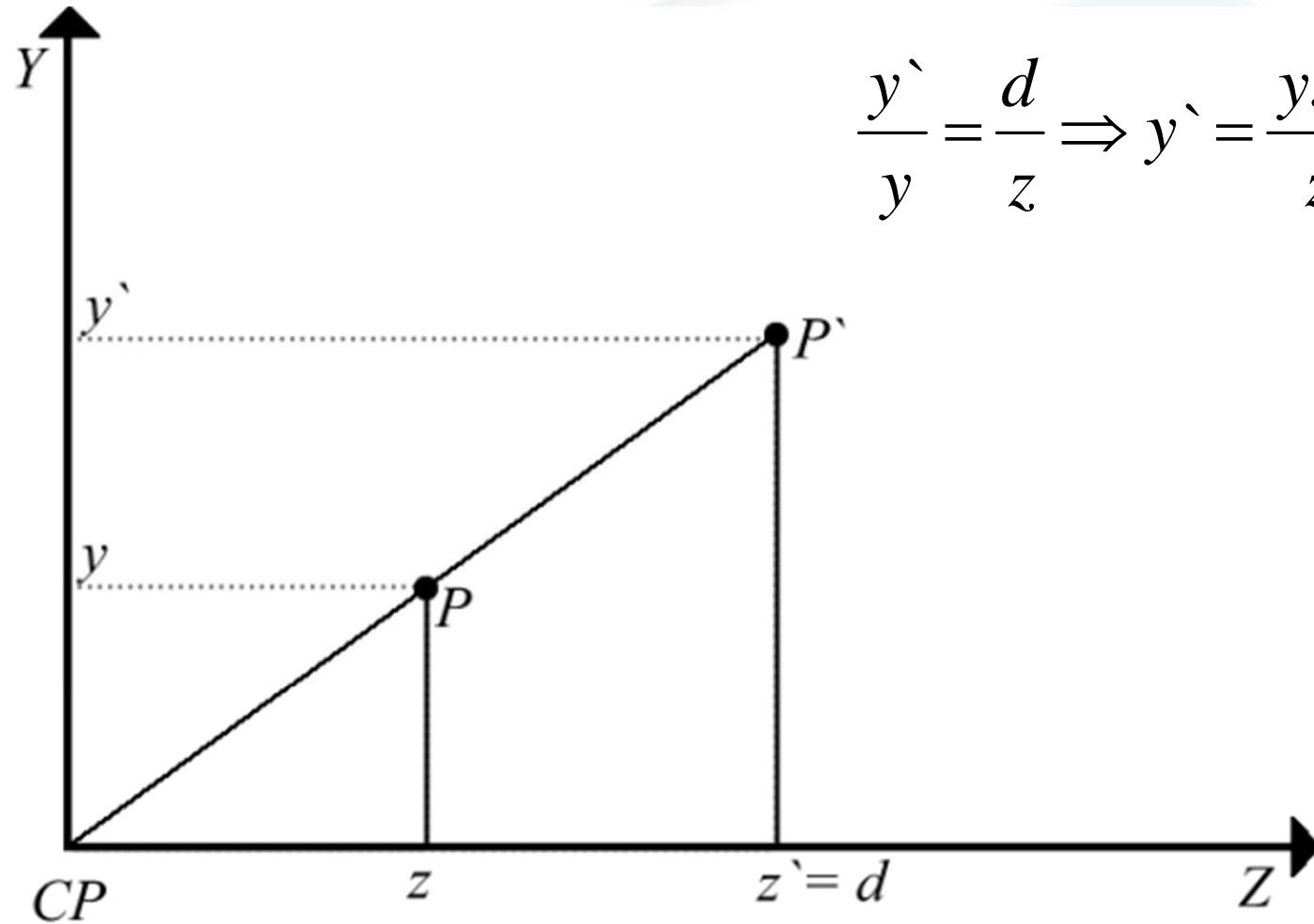
$$\frac{x'}{x} = \frac{d}{z} \Rightarrow x' = \frac{x \cdot d}{z} = \frac{x}{z/d}$$

 Visão 1




Transformação de Perspectivas

UFRR – Departamento de Ciência da Computação
Computação Gráfica – Prof. Dr. Luciano F. Silva



$$\frac{y'}{y} = \frac{d}{z} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot d}{z} = \frac{y}{z/d}$$

 Visão 2



Transformação de Perspectivas

- **Matriz de projeção:**

$$P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ z/d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{z/d} \\ \frac{y}{z/d} \\ \frac{z/d}{d} \\ 1 \end{bmatrix}$$



Exemplo

- Dado o objeto definido pelas tabelas abaixo e o plano de projeção dado por $Z = 20$, obtenha os pontos projetados:

PONTO	X	Y	Z
1	40	60	40
2	20	20	10
3	60	30	15
4	20	40	60
5	70	40	70



- Pontos resultantes:
 $P_1'(20,30)$
 $P_2'(40,40)$
 $P_3'(80,40)$
 $P_4'(6.67,13,33)$
 $P_5'(20,11.4)$

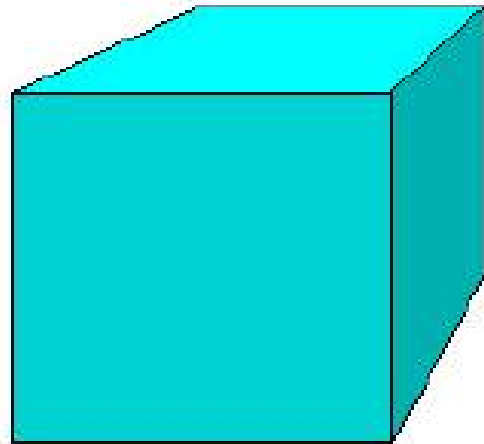


Projeções Perspectivas

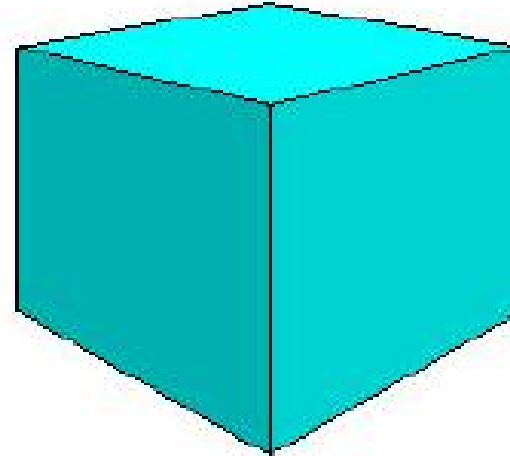
- Pontos de fuga são uma ilusão de que conjuntos de linhas paralelas (não-paralelas ao plano de projeção) convergem para um ponto, denominado de fuga;
- O número de pontos de fuga principais é determinado pelo número de eixos principais interceptados pelo plano de projeção;
- Pode haver: 1, 2, 3 pontos de fuga;



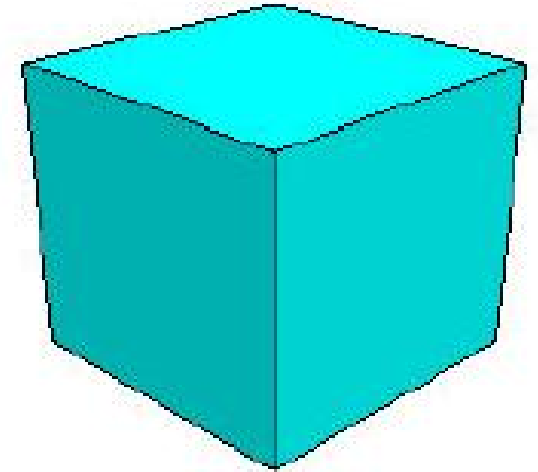
Projeção Perspectiva



um ponto



dois pontos

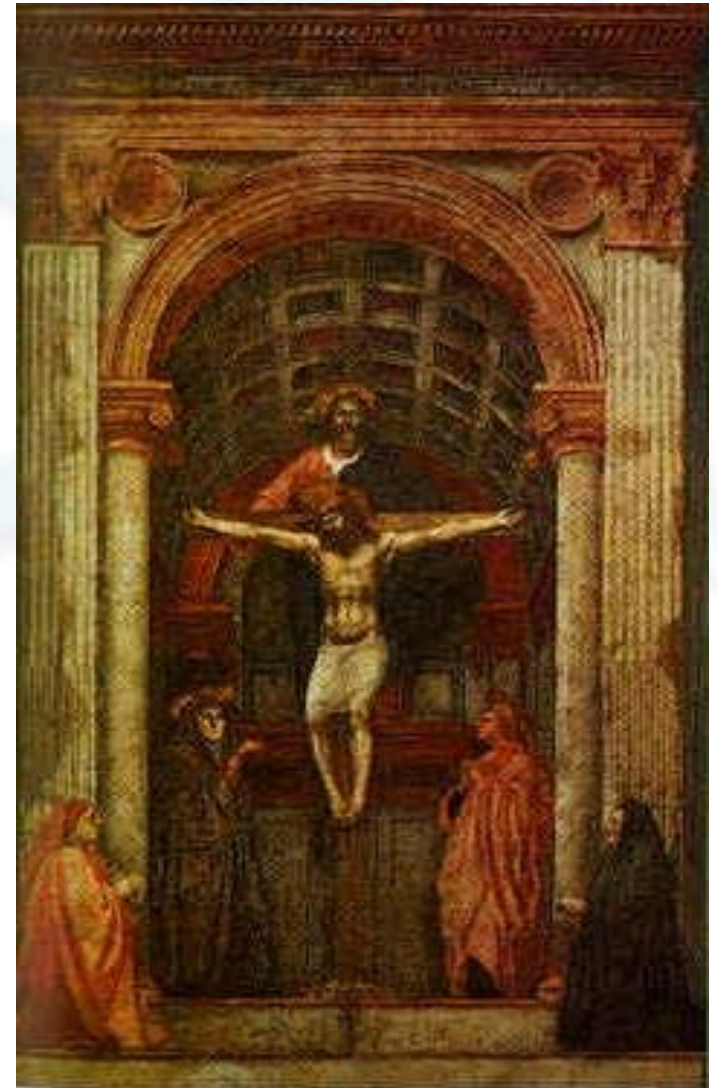


três pontos

Figura: pontos de fuga possíveis

Exemplos

Figura: Trinity with the Virgin, St. John and Donors) feita em perspectiva por *Masaccio*, em 1427. Traçado com um ponto de fuga.



Exemplos



Figura: The Piazza of St. Mark, Venice) feita por Canaletto em 1735-45 - perspectiva com um ponto de fuga.

Exemplos



Figura: *The Mansard Roof* - 1923 por Edward Hopper com dois pontos de fuga.



Exemplos

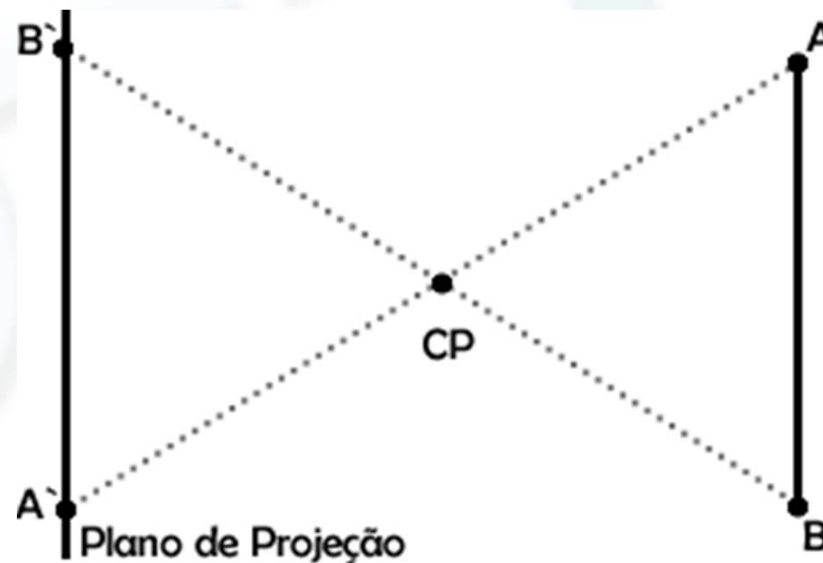
Figura: (*City Night*, 1926) por Georgia O'Keefe, com, aproximadamente, três pontos de fuga.





Anomalias da Perspectiva

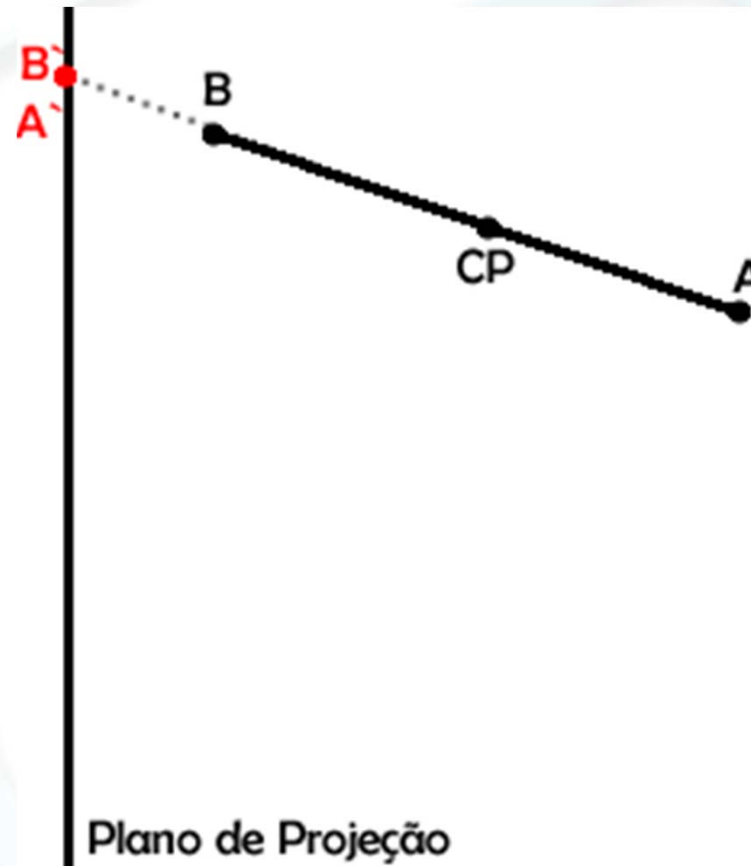
- Podem ocorrer algumas distorções durante a perspectiva, por exemplo:
 - ✓ Encurtamento perspectivo: aumentando a distância do objeto ao centro de projeção: objeto parece ser menor;
 - ✓ Confusão visual: objetos situados atrás do centro de projeção são projetados no plano de projeção de cima para baixo e de trás para frente;





Anomalias da Perspectiva

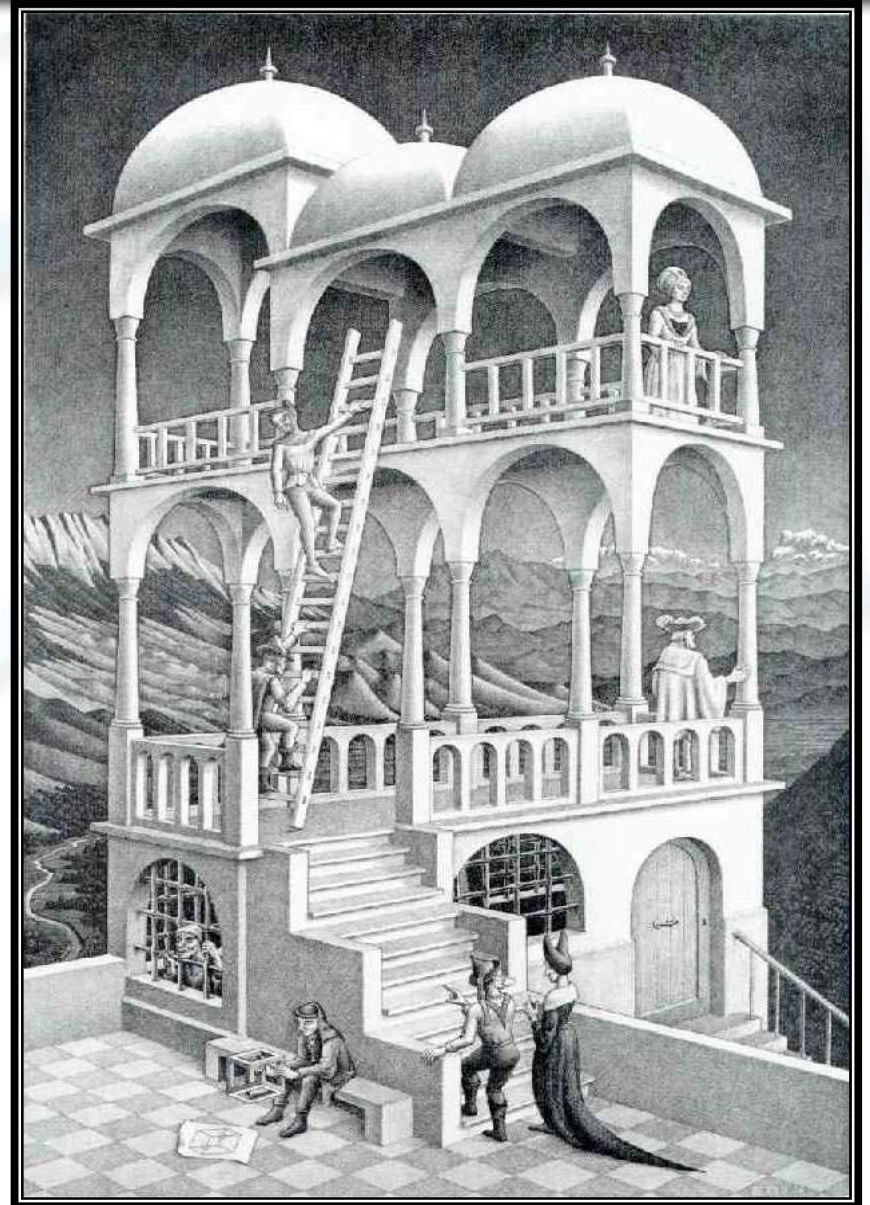
- Segmentos de reta que passam pela centro de projeção são projetados como um ponto.





Arte com Anomalias da Perspectiva

Figura: (*Belvedere*, 1958) por Maurits Cornelis Escher.





Arte com Anomalias da Perspectiva

Figura: (*Relativity*, 1958) por Maurits Cornelis Escher.

