

Database Kuantum

Hendrik Santoso Sugiarto

IBDA4221 – Selected Topic in Computer Technology

Quantum Computing

Capaian Pembelajaran

- Algoritma Grover
- Beberapa Aplikasi Algoritma Grover
- Quantum Database

Algoritma Grover

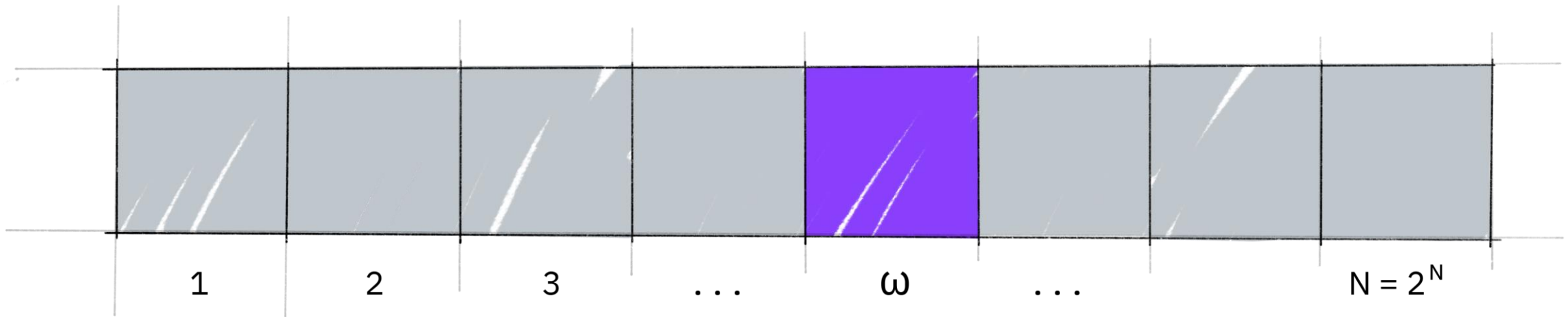


God's People for God's Glory

CALVIN
INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Database Searching

- Unstructured search problem adalah salah satu proses database yang membutuhkan waktu yang lama
- Misalkan terdapat list dengan N items. Dalam list tersebut terdapat sebuah item (w) dengan sifat unik yang kita ingin temukan.



Solusi Klasik

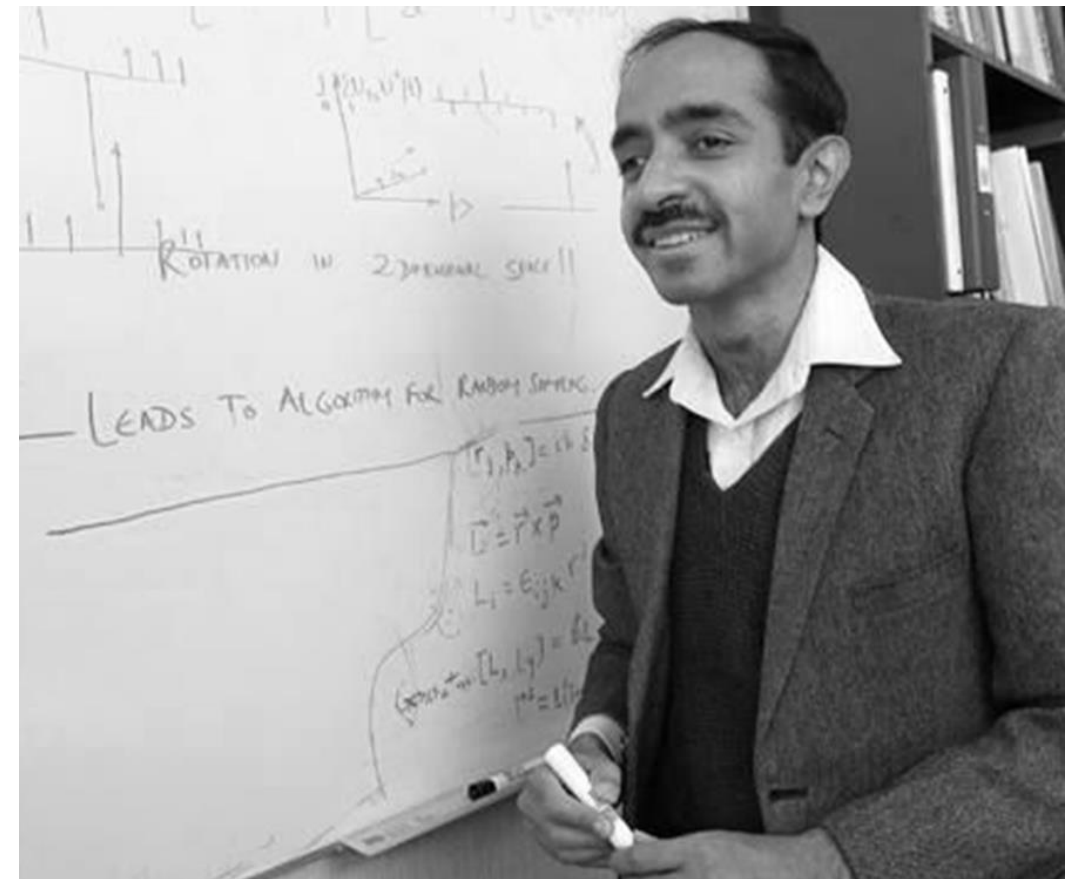
- Untuk menemukan w maka kita harus cek satu persatu
- Secara rata-rata membutuhkan $\frac{N}{2}$ kali pengecekan
- Worst case N kali pengecekan $O(N)$
- Contoh: $l = [9,1,3,5,2,6,4,7,5,0]$
- For i in l :
 - If ($i == 7$):
 - $w = i$

Solusi Kuantum

- Komputasi kuantum melalui algoritma Grover menawarkan speed-up kuadratik $O(\sqrt{N})$ dengan menggunakan amplitude amplification
- <https://arxiv.org/abs/quant-ph/9605043>

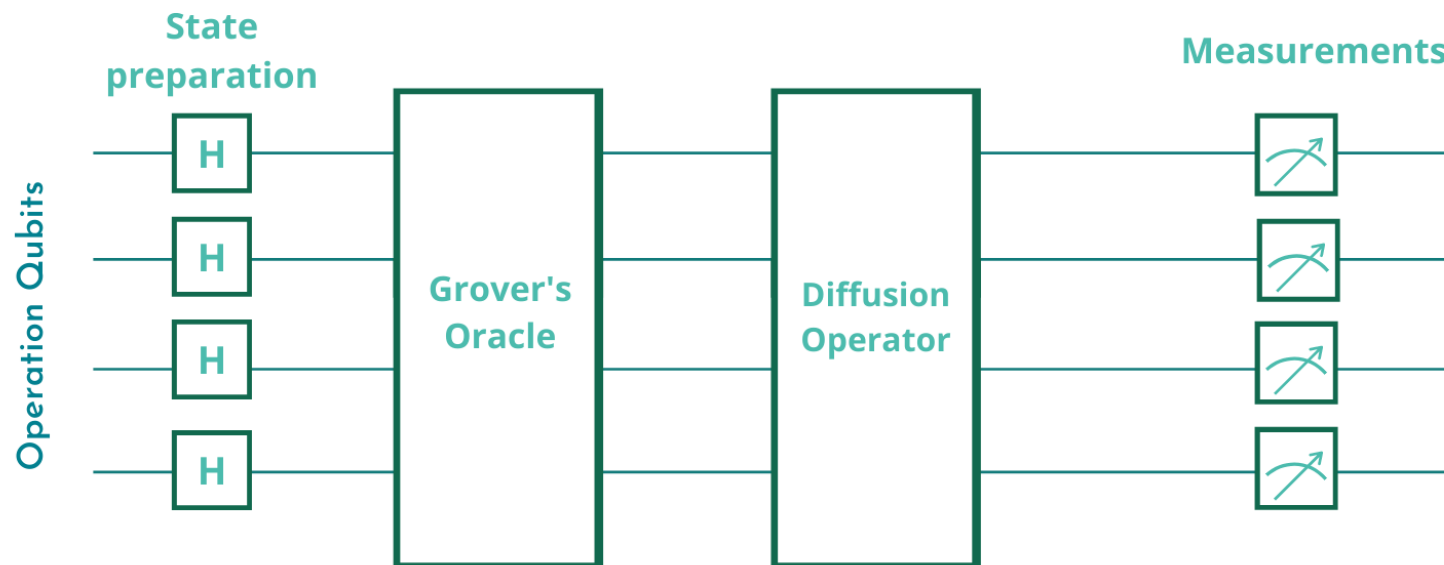
A fast quantum mechanical algorithm for database search

Lov K. Grover
3C-404A, Bell Labs
600 Mountain Avenue
Murray Hill NJ 07974
lkgrover@bell-labs.com



Algoritma Grover

- <https://arxiv.org/abs/quant-ph/9605043>
- Algoritma Grover terdiri dari 3 tahap:
 - Preparation: menciptakan search space (semua kemungkinan kombinasi jawaban)
 - Oracle: menandai jawaban yang benar
 - Diffusion: memperbesar peluang mengukur jawaban yang benar

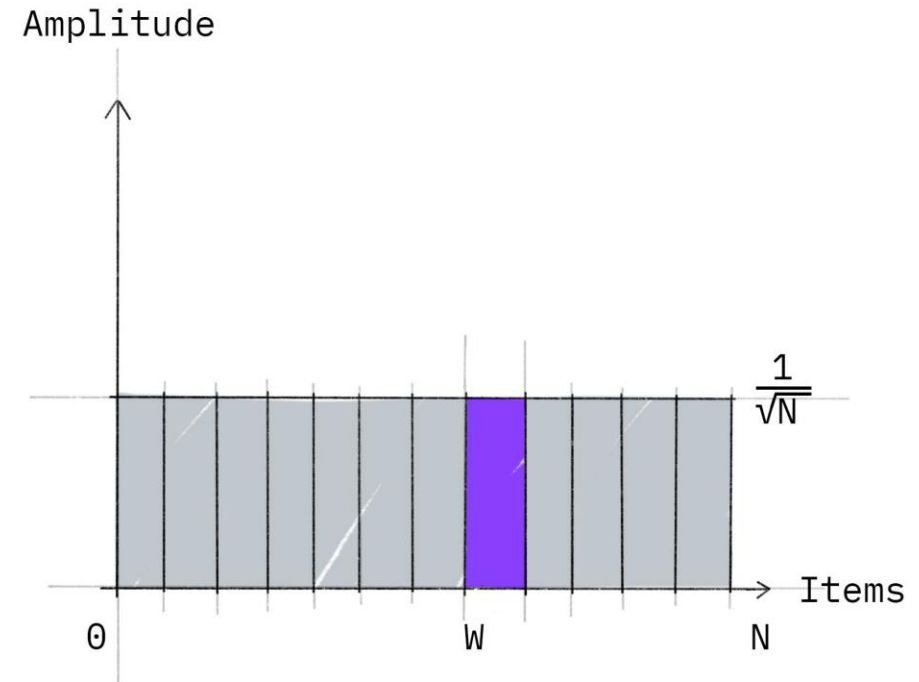
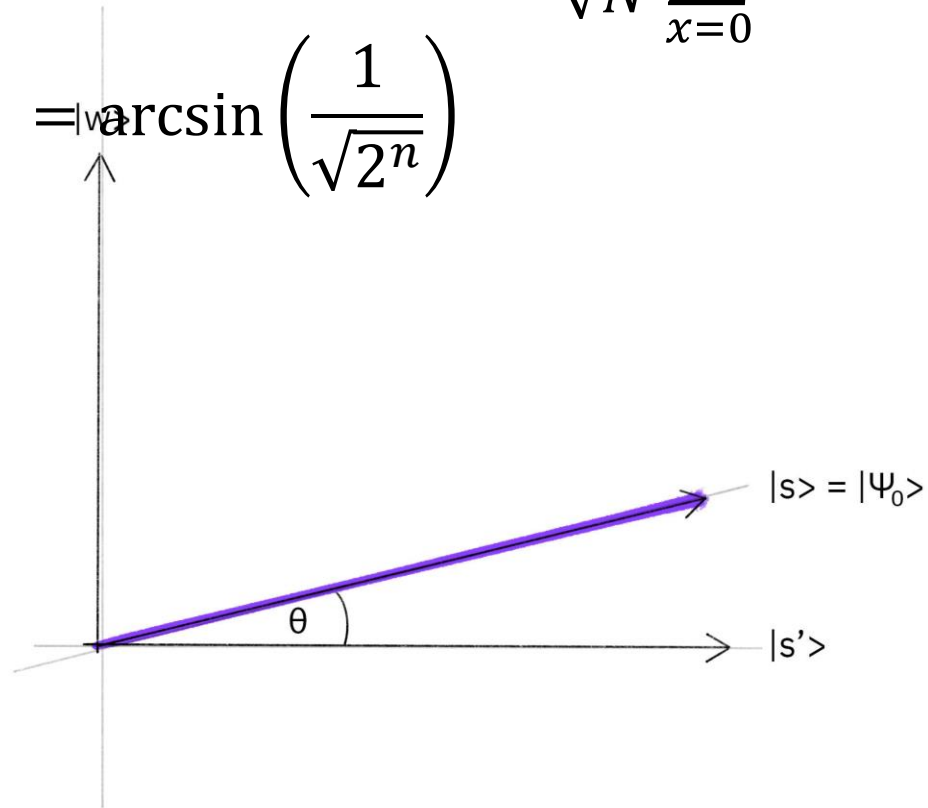


Preparation

- Karena setiap posisi sama mungkinnya, maka mulai dengan superposisi:

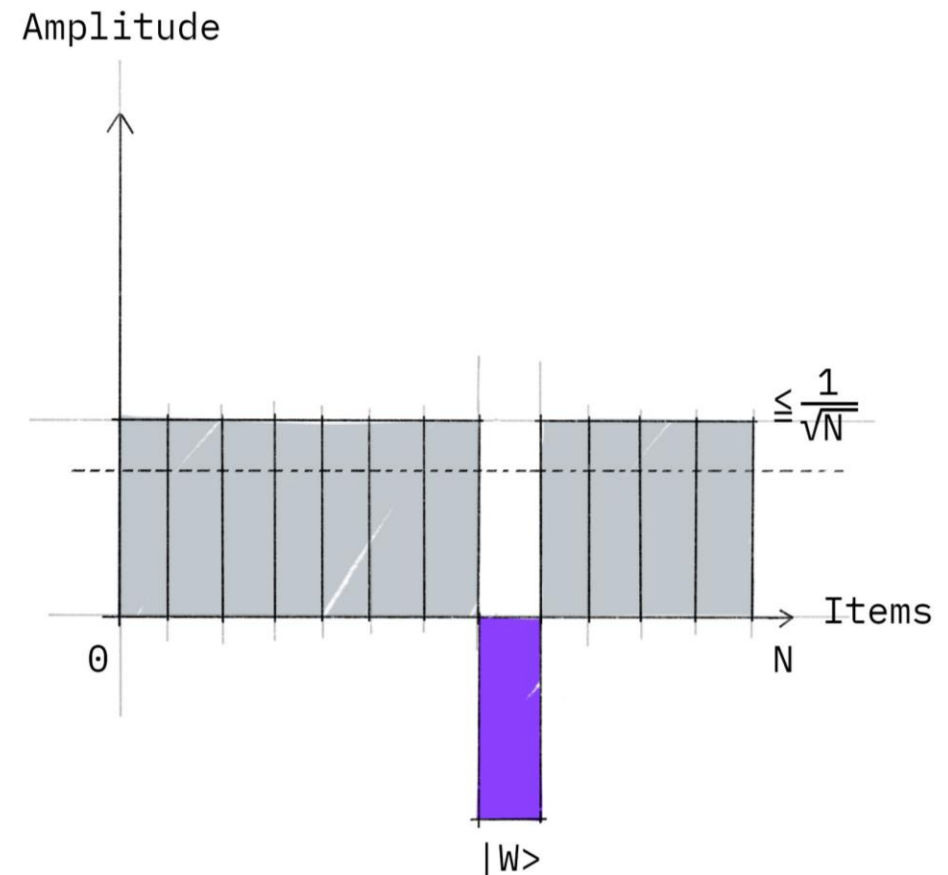
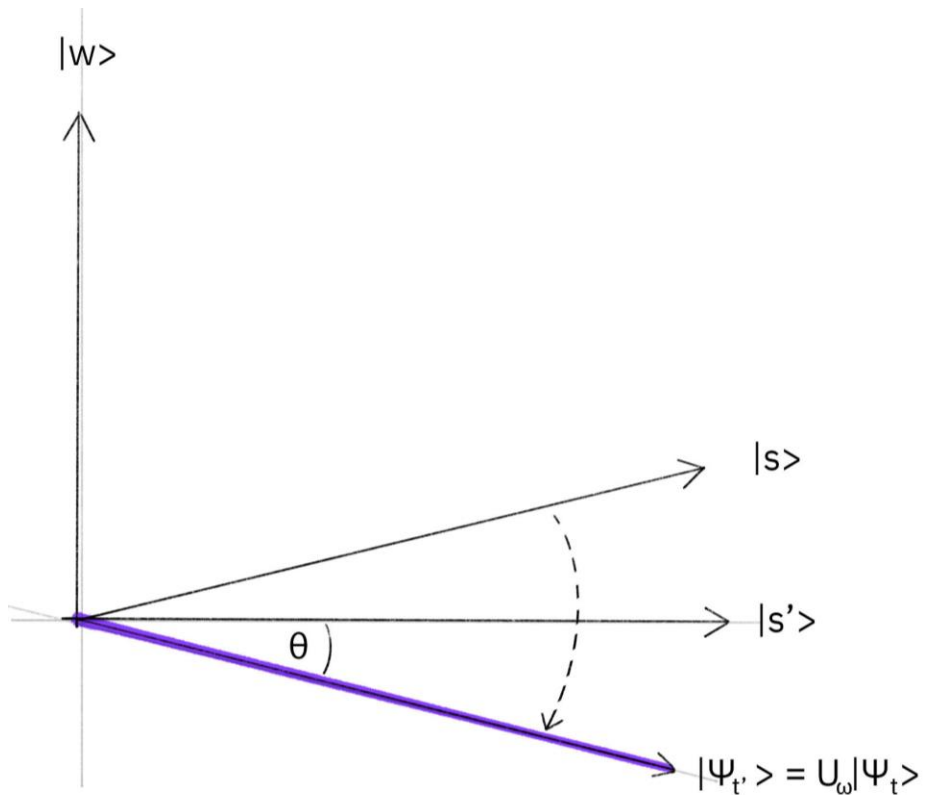
$$|s\rangle = H^{\otimes n} |0\rangle^{\otimes n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |x\rangle, |s\rangle = \sin \theta |w\rangle + \cos \theta |s'\rangle \rightarrow \theta = \arcsin \langle s|w\rangle$$

$$= \arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{2^n}} \right)$$



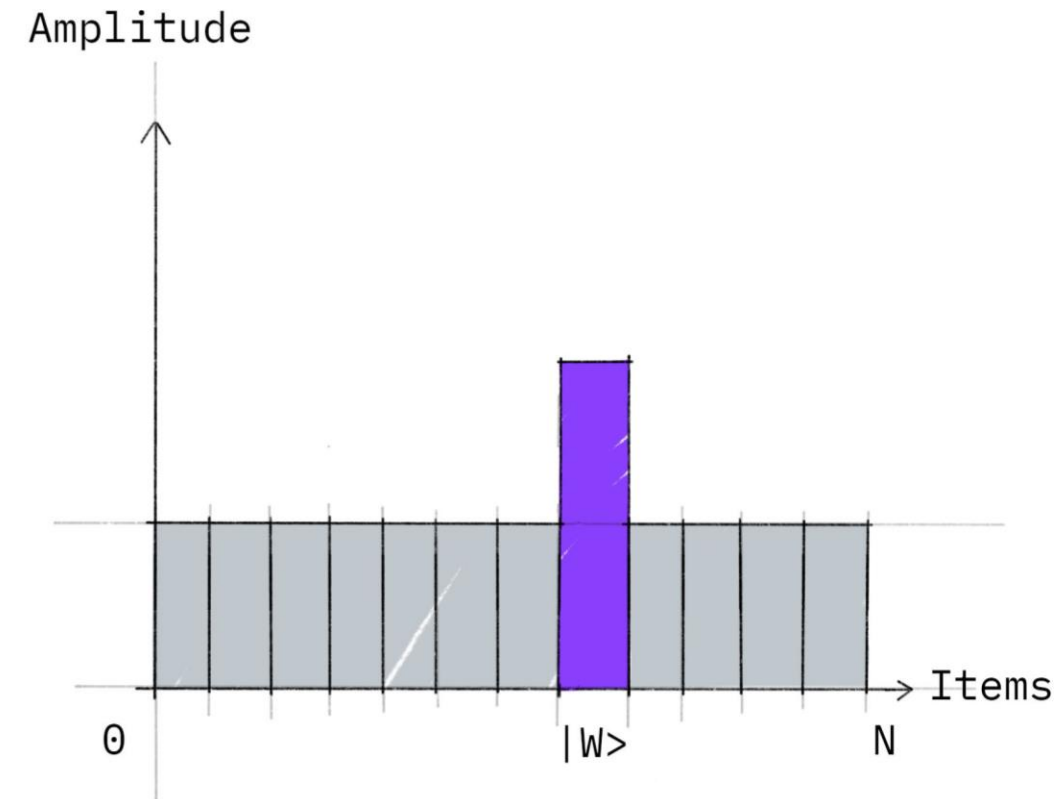
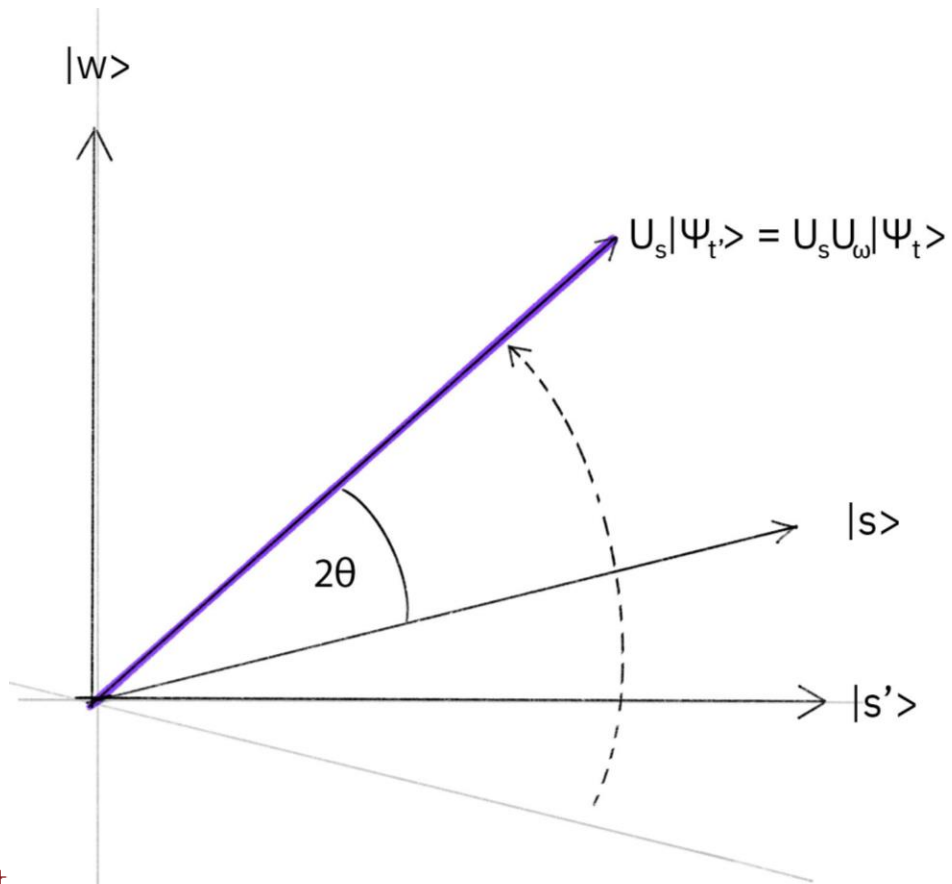
Oracle

- Gunakan oracle reflection U_f terhadap state $|s\rangle$. Secara geometris, state $|s\rangle$ terefleksi terhadap $|s'\rangle$. Phase $|w\rangle$ akan menjadi negatif



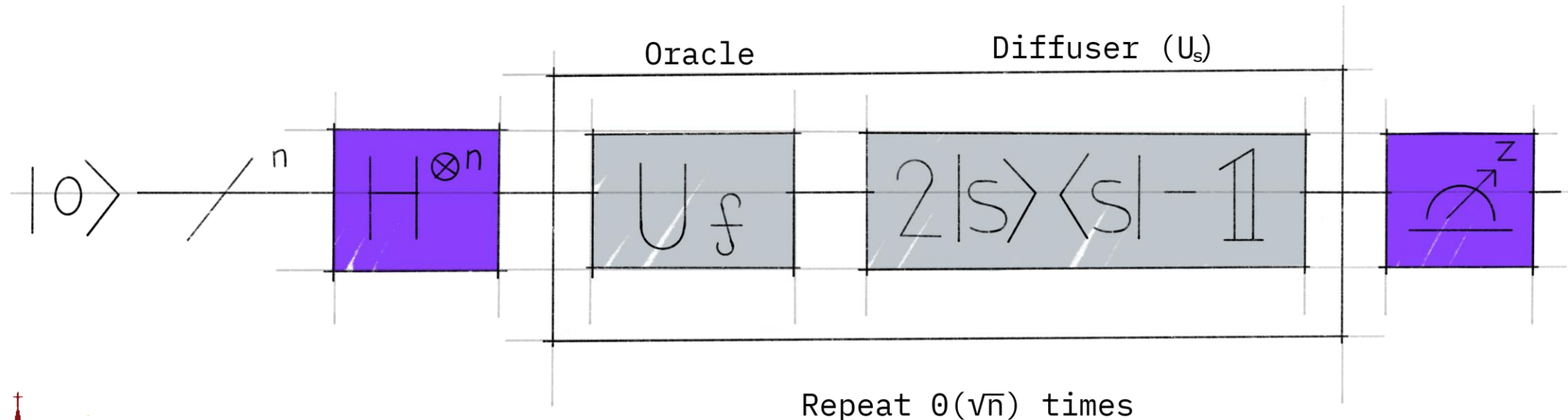
Diffusion

- Refleksi tambahan terhadap $|s\rangle$ dengan menggunakan $U_s = (H^{\otimes n} U_{f_0} H^{\otimes n}) = 2|s\rangle\langle s| - I$ akan mengerjakan amplitude amplification

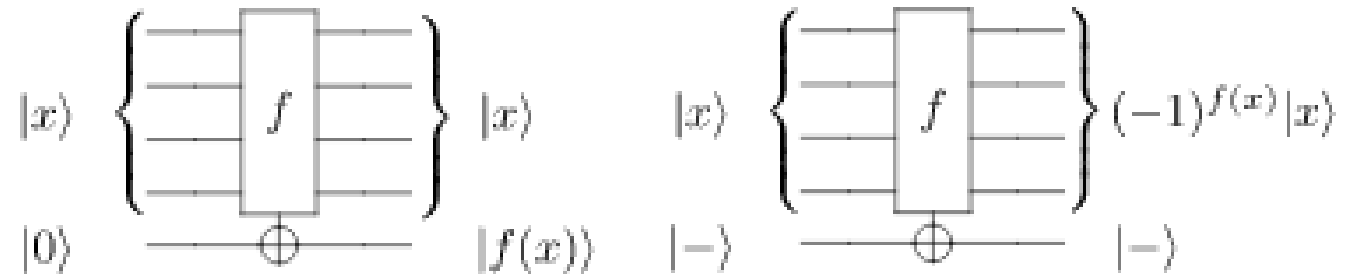


Amplification

- $U_s U_f$ memutar $|s\rangle$ mendekati $|w\rangle$, karena U_s merupakan refleksi terhadap amplitudo rata-rata
- Setelah t langkah, $|\psi_t\rangle = (U_s U_f)^t |s\rangle \rightarrow t2\theta + \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{4 \arcsin \frac{1}{\sqrt{2^n}}} - \frac{1}{2} \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{2^n} = O(\sqrt{N})$
- $t = \left\lceil \frac{\pi}{4} \sqrt{N} \right\rceil$ rotasi cukup $O(\sqrt{N})$ untuk mencapai $|w\rangle$



Algoritma Grover



- Search space preparation
- Oracle

$$U_w|x\rangle = (-1)^{f(x)}|x\rangle = \begin{cases} f(x) = 0 & \text{jika } x \neq w \\ f(x) = 1 & \text{jika } x = w \end{cases}$$

$$U_w|x\rangle = \begin{cases} +|x\rangle & \text{jika } x \neq w \\ -|x\rangle & \text{jika } x = w \end{cases} \rightarrow U_w = I - 2|w\rangle\langle w|$$

- Diffusion (merefleksikan amplitudo terhadap rata-rata amplitudo)

$$U_{f_0}|x\rangle = (-1)^{f(x)}|x\rangle = \begin{cases} f(x) = 0 & \text{jika } x = 00 \dots 0 \\ f(x) = 1 & \text{jika } x \neq 00 \dots 0 \end{cases} \rightarrow U_{f_0} = (2|0\rangle\langle 0|)^{\otimes n} - I$$

$$U_s = (H^{\otimes n} (2|0\rangle\langle 0|)^{\otimes n} H^{\otimes n} - H^{\otimes n} H^{\otimes n}) = 2|s\rangle\langle s| - I$$

$$(2|s\rangle\langle s| - I)|\psi\rangle = 2 \frac{1}{N} \sum_j |j\rangle \sum_k \langle k| \sum_i \alpha_i |i\rangle - \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_j \left(2 \frac{\sum_k \alpha_k}{N} - \alpha_j \right) |j\rangle$$

- Amplification (mengulangi proses beberapa kali)

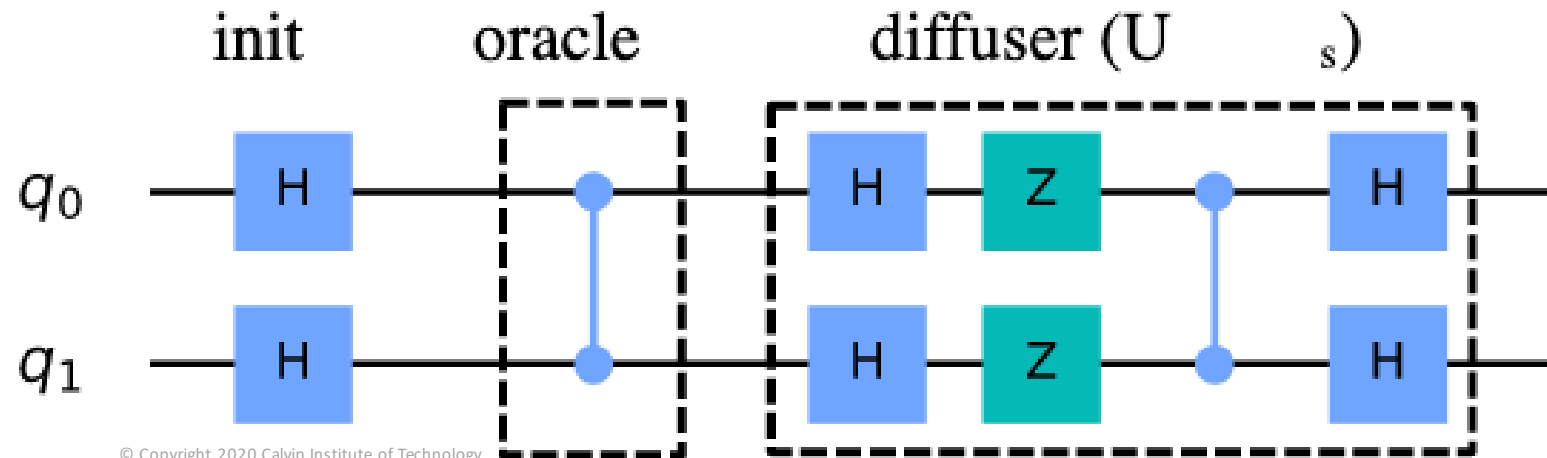
$$|\psi_t\rangle = (U_s U_f)^t |s\rangle$$

Uji Pemahaman

- Berapakah U_s untuk:
 - $n = 2$
 - $n = 3$

Contoh 2 qubits

- Misalkan $N = 4$ dan $w = 3$
- $|s\rangle = H^{\otimes 2}|00\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$
- $U_w|s\rangle = U_w \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$
- $U_s U_w|s\rangle = (H^{\otimes 2} U_{f_0} H^{\otimes 2}) U_w|s\rangle = |11\rangle$
- Setelah t langkah: $(U_s U_w)^t |s\rangle = \sin \theta_t |w\rangle + \cos \theta_t |s'\rangle$ dimana $\theta_t = (2t + 1)\theta$
- Untuk memperoleh $|w\rangle$ kita perlu $\theta_t = \frac{\pi}{2}$, dimana $\theta = \frac{\pi}{6}$



Aktivitas

- Algoritma Grover 2-qubits

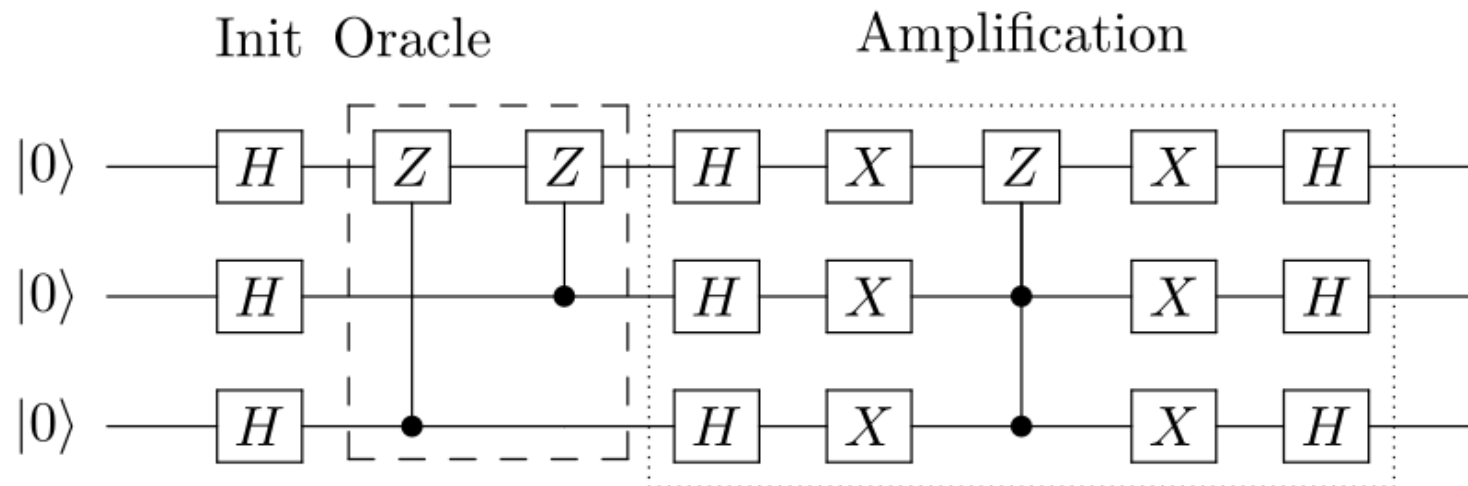
Multiple Marked Elements

- Jika terdapat M marked elements w_i maka

$$|w\rangle = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^M |w_i\rangle \rightarrow |s'\rangle = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{x \neq w} |x\rangle$$
$$|s\rangle = \frac{\sqrt{NM}}{\sqrt{N}} |s'\rangle + \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{N}} |w\rangle = \cos \theta |s'\rangle + \sin \theta |w\rangle \rightarrow \sin \theta = \sqrt{M/N}$$
$$t2\theta + \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{4 \arcsin \sqrt{M/N}} - \frac{1}{2} \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{N/M} = O(\sqrt{N/M})$$

Contoh 3 qubits

- Misalkan $N = 8$ dan $w = 5, 6$
- $|s\rangle = H^{\otimes 3}|000\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle)$
- $U_w|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle - |101\rangle - |110\rangle + |111\rangle)$
- $U_s U_w|s\rangle = (H^{\otimes 3} U_{f_0} H^{\otimes 3}) U_w|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|101\rangle - |110\rangle)$
- Karena ada 2 solusi dan 8 kemungkinan, 1 iterasi sudah cukup



General Diffuser

- Secara umum, diffuser dapat dibentuk dari kombinasi:

$$U_s = H^{\otimes n} U_{f_0} H^{\otimes n}$$

- Multi-controlled Z-gate (MCZ) beroperasi pada state $|11 \dots 1\rangle$:

$$MCZ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}$$

- X-gate akan mentransformasi:

$$\begin{aligned} |00 \dots 0\rangle &\rightarrow |11 \dots 1\rangle \\ |11 \dots 1\rangle &\rightarrow |00 \dots 0\rangle \end{aligned}$$

- Dimana U_{f_0} dapat dibentuk dari:

$$U_{f_0} = -X^{\otimes n} (MCZ) X^{\otimes n}$$

- Dengan mengabaikan global phase -1, maka diffuser dapat dibentuk dengan:

$$U_s = H^{\otimes n} U_{f_0} H^{\otimes n} = H^{\otimes n} X^{\otimes n} (MCZ) X^{\otimes n} H^{\otimes n}$$

Uji Pemahaman

- Dengan menggunakan general diffuser $U_s = H^{\otimes n} X^{\otimes n} (MCZ) X^{\otimes n} H^{\otimes n}$, refleksikan $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}} (|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle - |101\rangle - |110\rangle + |111\rangle)$

Aktivitas

- Algoritma 3-qubits

Beberapa Aplikasi Algoritma Grover



God's People for God's Glory

CALVIN
INSTITUTE OF TECHNOLOGY

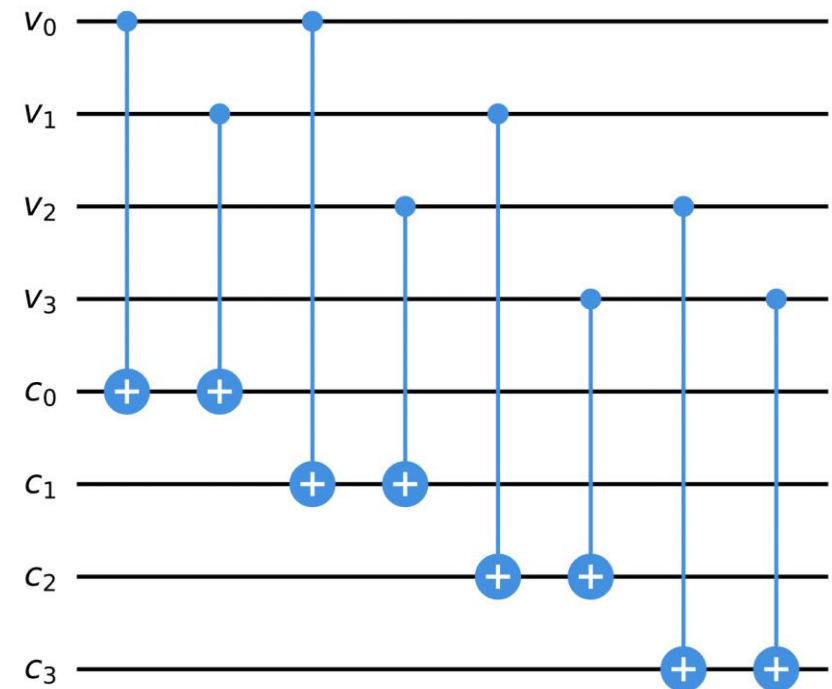
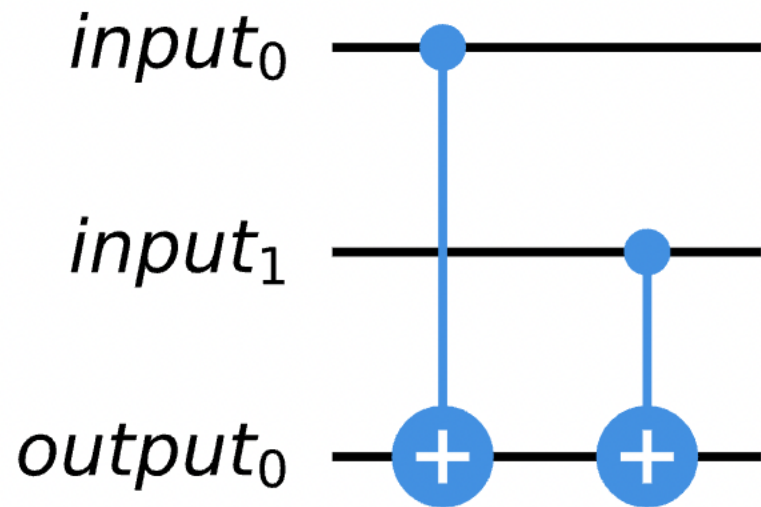
Sudoku

- 2 aturan sederhana:
 - Tidak boleh ada 2 nilai yang sama dalam 1 kolom
 - Tidak boleh ada 2 nilai yang sama dalam 1 baris
- Terdapat 4 kondisi yang harus dicek:
 - $v_0 \neq v_1 \rightarrow \text{cek baris pertama}$
 - $v_2 \neq v_3 \rightarrow \text{cek baris kedua}$
 - $v_0 \neq v_2 \rightarrow \text{cek kolom pertama}$
 - $v_1 \neq v_3 \rightarrow \text{cek kolom kedua}$

V_0	V_1
V_2	V_3

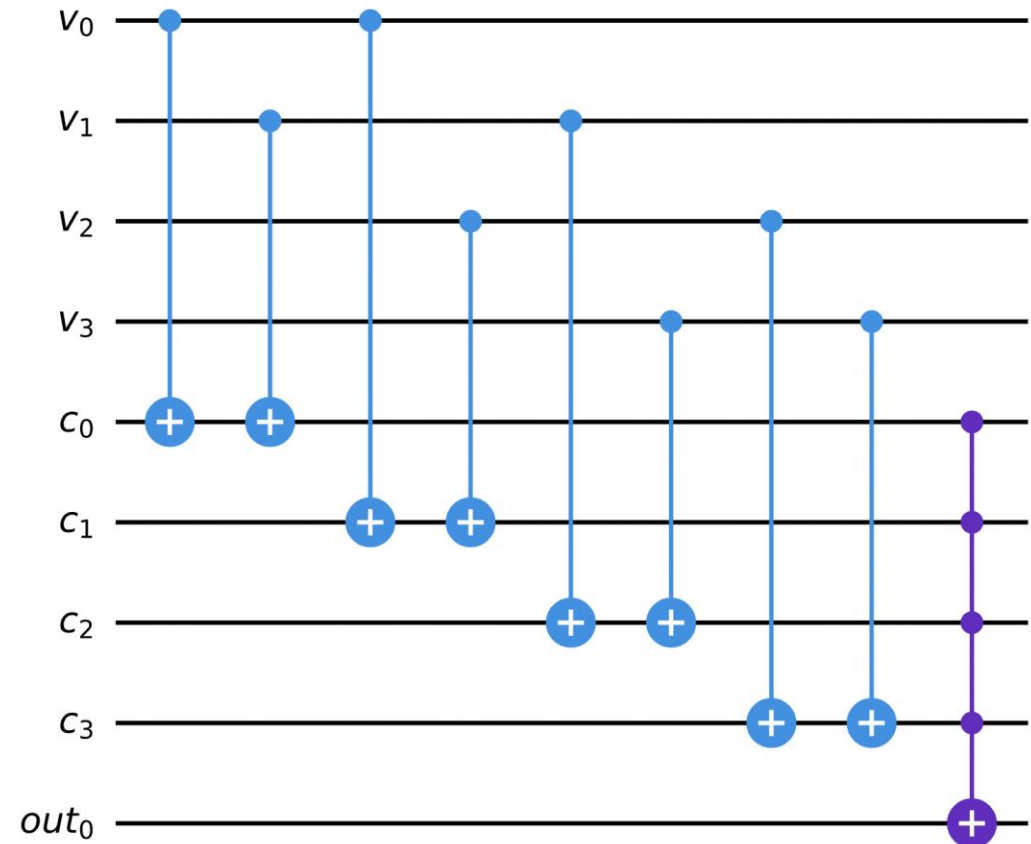
XOR Gate

- Dalam sirkuit kuantum, XOR gate dapat dibuat dengan 2 CNOT gate
- Cobalah sirkuit berikut untuk kombinasi $\{00,01,10,11\}$
- Sirkuit ini akan cek apakah $input_0 == input_1$ lalu menyimpan hasilnya pada $output_0$
- Jadi kita bisa cek setiap kondisi sudoku kita dengan sirkuit kuantum (yang kanan)



Kondisi Terpenuhi

- Kondisi terpenuhi jika c_0, c_1, c_2, c_3 semuanya bernilai 1
- Maka kita dapat menggunakan multi-controlled toffoli
- Total ada 3 registers:
 - Sudoku variables (v_0, v_1, v_2, v_3)
 - Kondisi (c_0, c_1, c_2, c_3)
 - Output (out)



Uncomputing

- Oracle (U_w) yang digunakan harus memenuhi transformasi:

$$U_w|x\rangle|0\rangle|out\rangle = |x\rangle|0\rangle|out \oplus f(x)\rangle$$

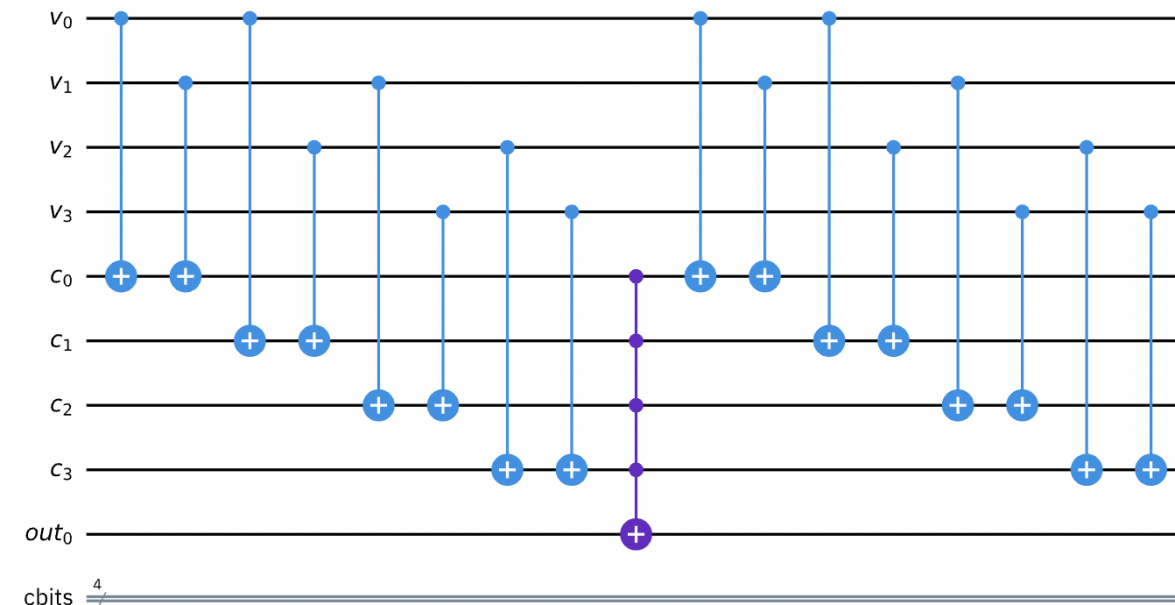
- Kita harus memastikan register kondisi selalu kembali ke state $|0000\rangle$, setelah perhitungan. Untuk melakukannya kita dapat mengulangi sirkuit kondisi untuk memastikan $c_0 = c_1 = c_2 = c_3 = 0$

- Sirkuit ini melakukan:

$$U_w|x\rangle|0\rangle|out\rangle = \begin{cases} |x\rangle|0\rangle|out\rangle, x \neq w \\ |x\rangle|0\rangle \otimes X|out\rangle, x = w \end{cases}$$

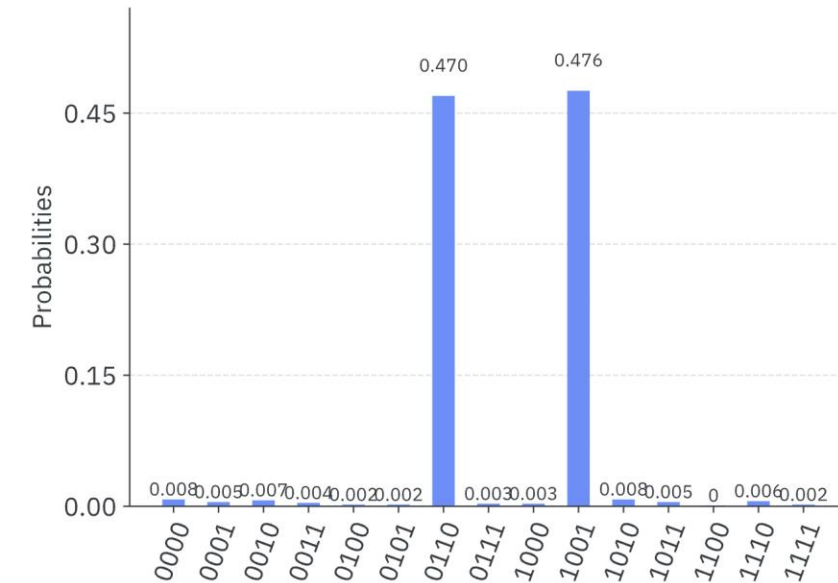
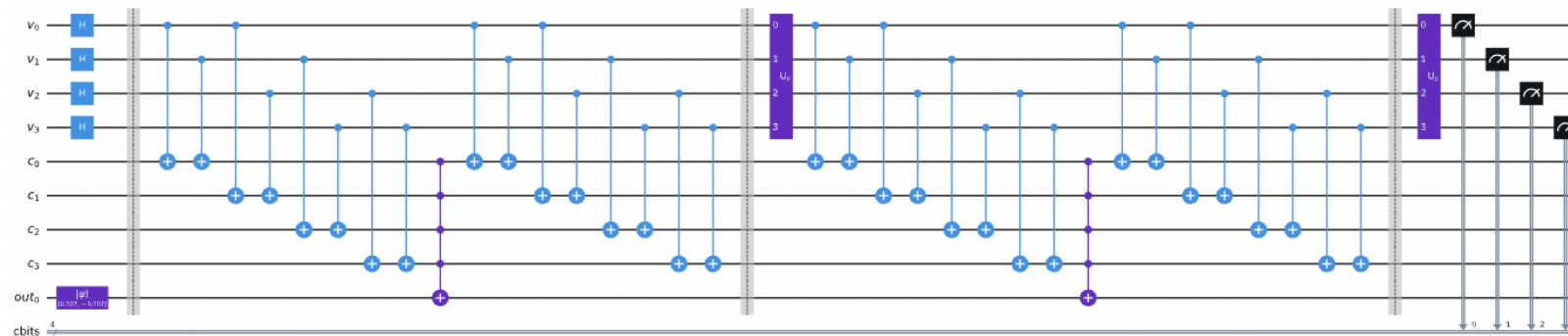
- Untuk $|out\rangle = |-\rangle$:

$$U_w|x\rangle|0\rangle|-\rangle = \begin{cases} |x\rangle|0\rangle|-\rangle, x \neq w \\ -|x\rangle|0\rangle|-\rangle, x = w \end{cases}$$



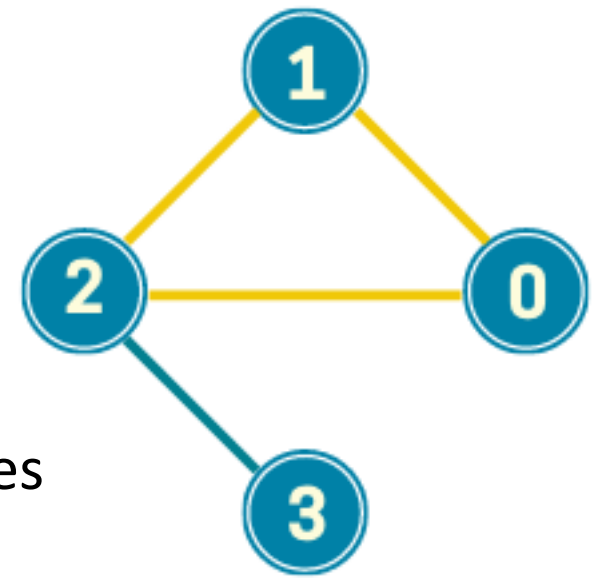
Bentuk Akhir

- Untuk kasus ini, kita dapat melakukan amplitude amplification 2 kali
- Hasil pengukuran: $v_0 = 0, v_1 = 1, v_2 = 1, v_3 = 0$ dan $v_0 = 1, v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 1$
- Hasil ini merupakan 2 solusi dari problem sudoku kita



Graph Theory

- Menemukan relasi segitiga dalam sebuah graph
- https://en.wikipedia.org/wiki/Triangle-free_graph
- Dengan algoritma grover, kita hanya perlu memberikan daftar edges



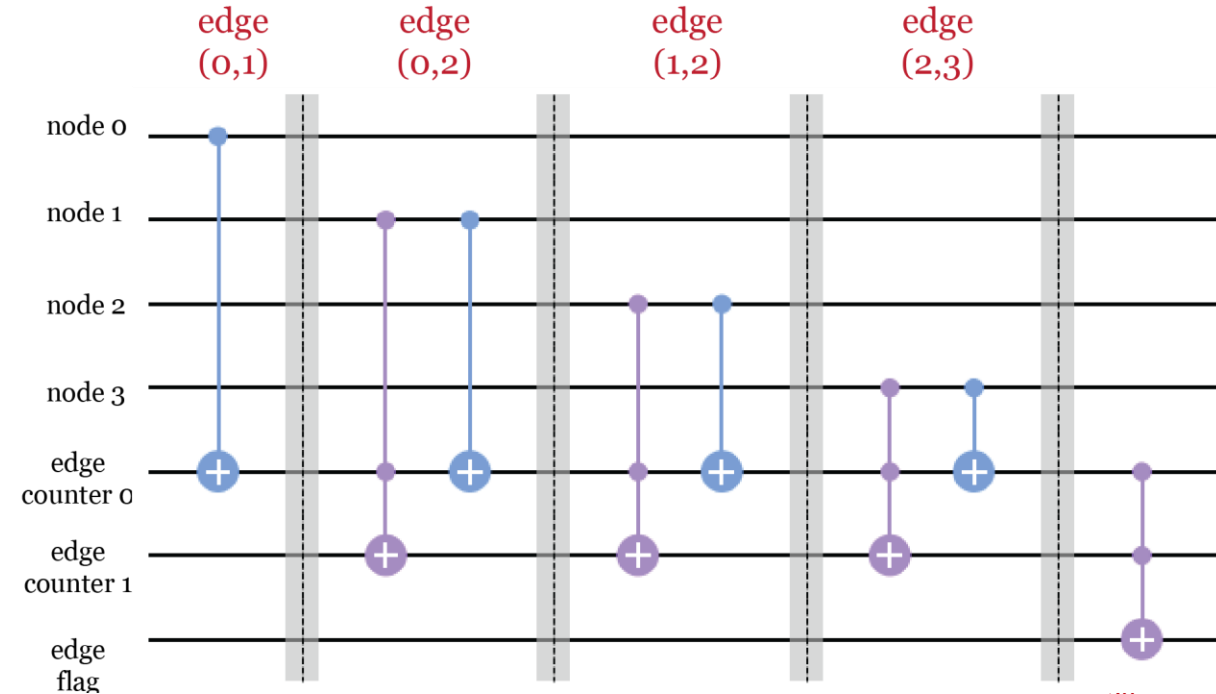
Preparation

- Untuk cek seluruh kemungkinan subgraphs, diperlukan 4-qubits
- Setiap qubit merepresentasikan sebuah node dalam graph
- State qubit menunjukkan apakah node itu di dalam subgraph atau tidak
- Misalnya ada relasi segitiga antara nodes 0,1,2 → dapat ditulis dalam state 1110
- Nodes dengan state 1 ada di dalam subgraph (segitiga)
- Untuk preparation, kita perlu membuat superposisi semua kemungkinan states dengan 4 Hadamard
- Cara untuk membuat superposisi dengan hanya 3 active nodes adalah melalui W-state diikuti dengan 4 NOT gates

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{n}} (|100 \dots 00\rangle + |010 \dots 00\rangle + \dots + |000 \dots 01\rangle)$$

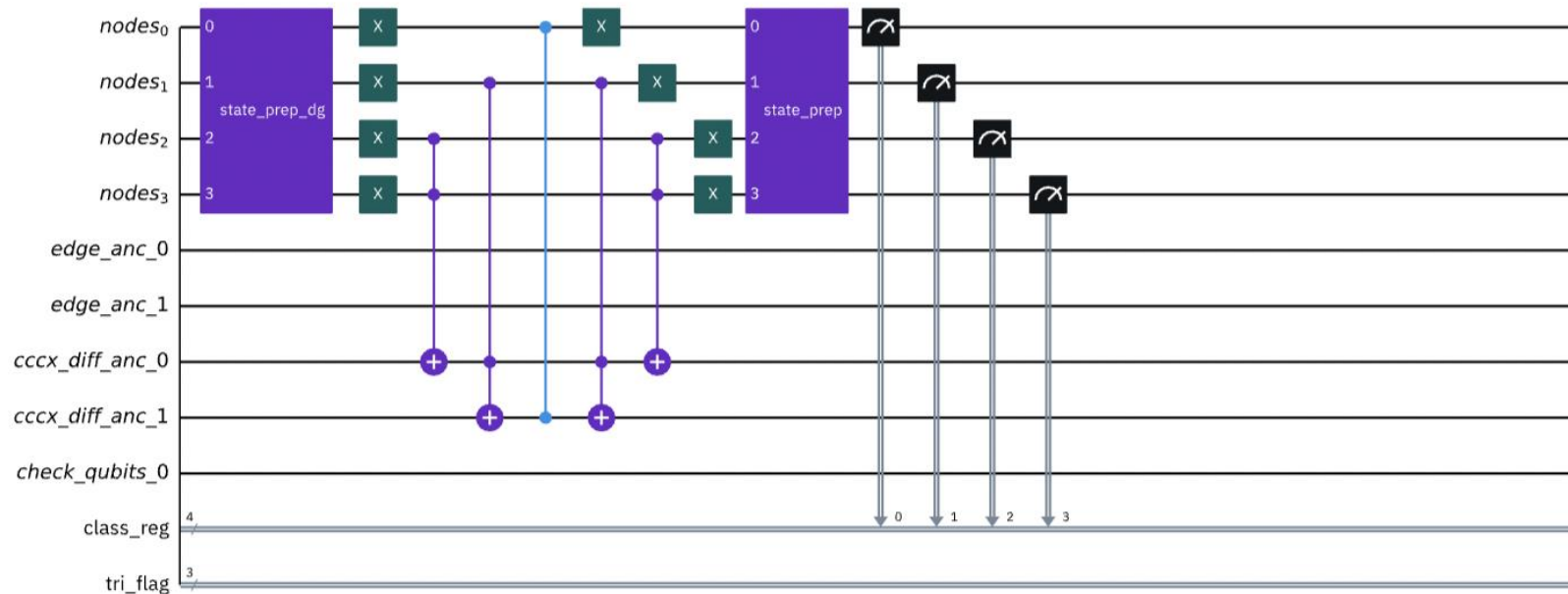
Oracle

- Oracle menerima setiap subgraph lalu menghitung jumlah edges pada subgraph itu
- Jika jumlah edges adalah 3 maka ada relasi segitiga
- Untuk setiap edge pada graph, kita memerlukan 1 atau 2 CNOT gates
- CNOT bekerja pada 2 acillary qubits yang akan di state 11 (Toffoli gate aktif), jika ada relasi segitiga

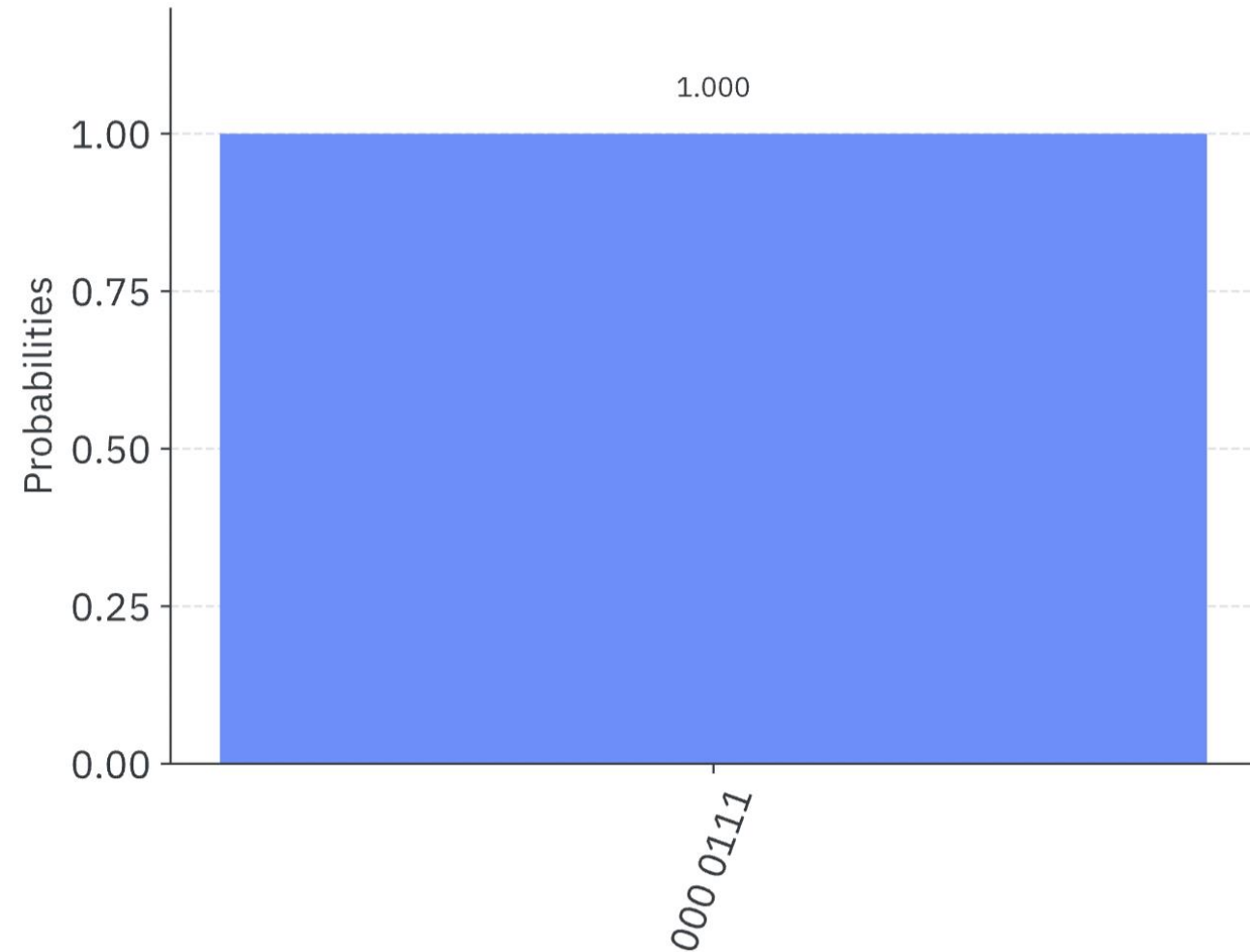
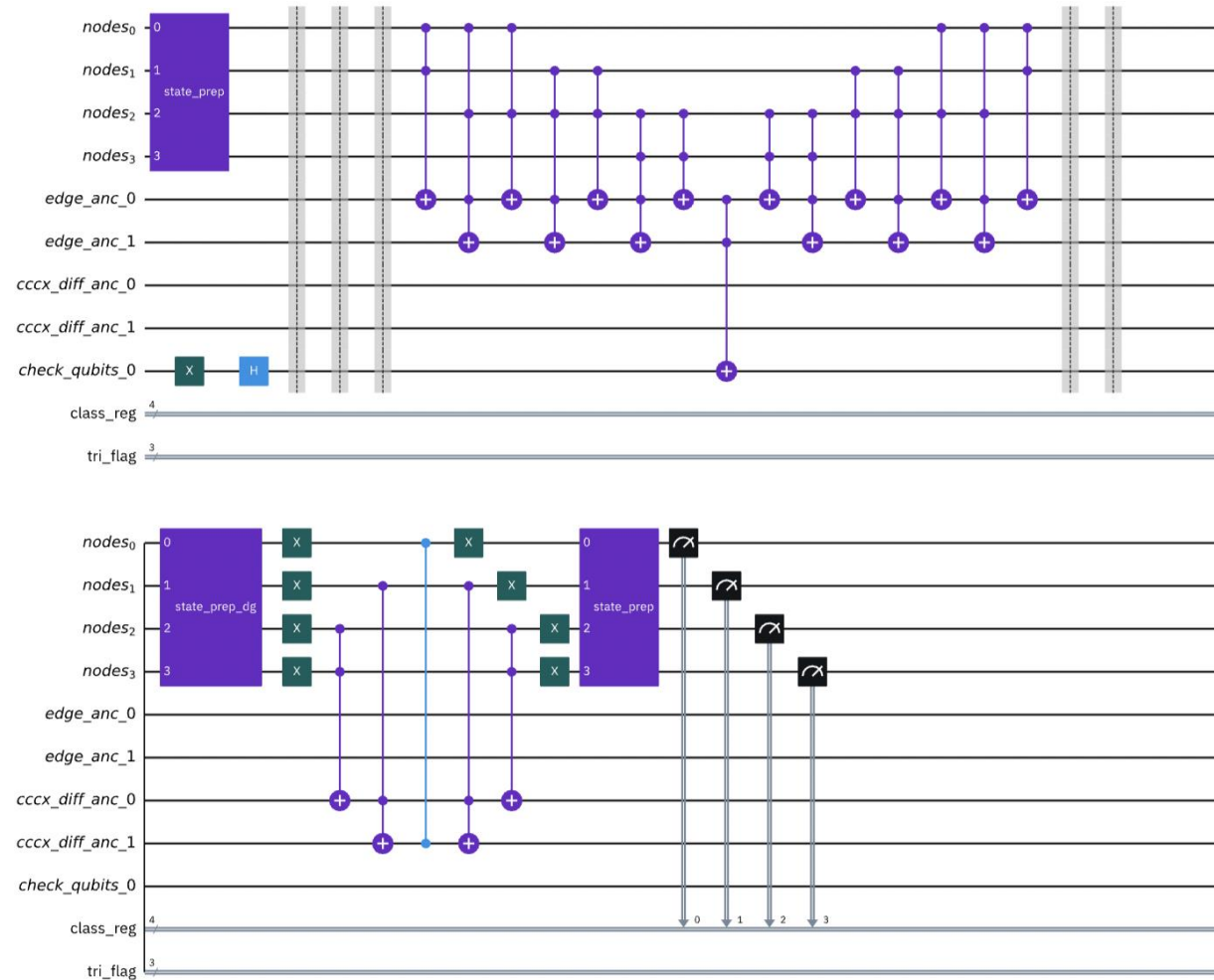


Diffusion

- Operasi diffusion tergantung pada state preparation yang digunakan (dalam kasus ini adalah W-state)
- Kita memerlukan inverse W-state, MCZ, X-gate, dan W-state untuk membentuk operasi diffusion



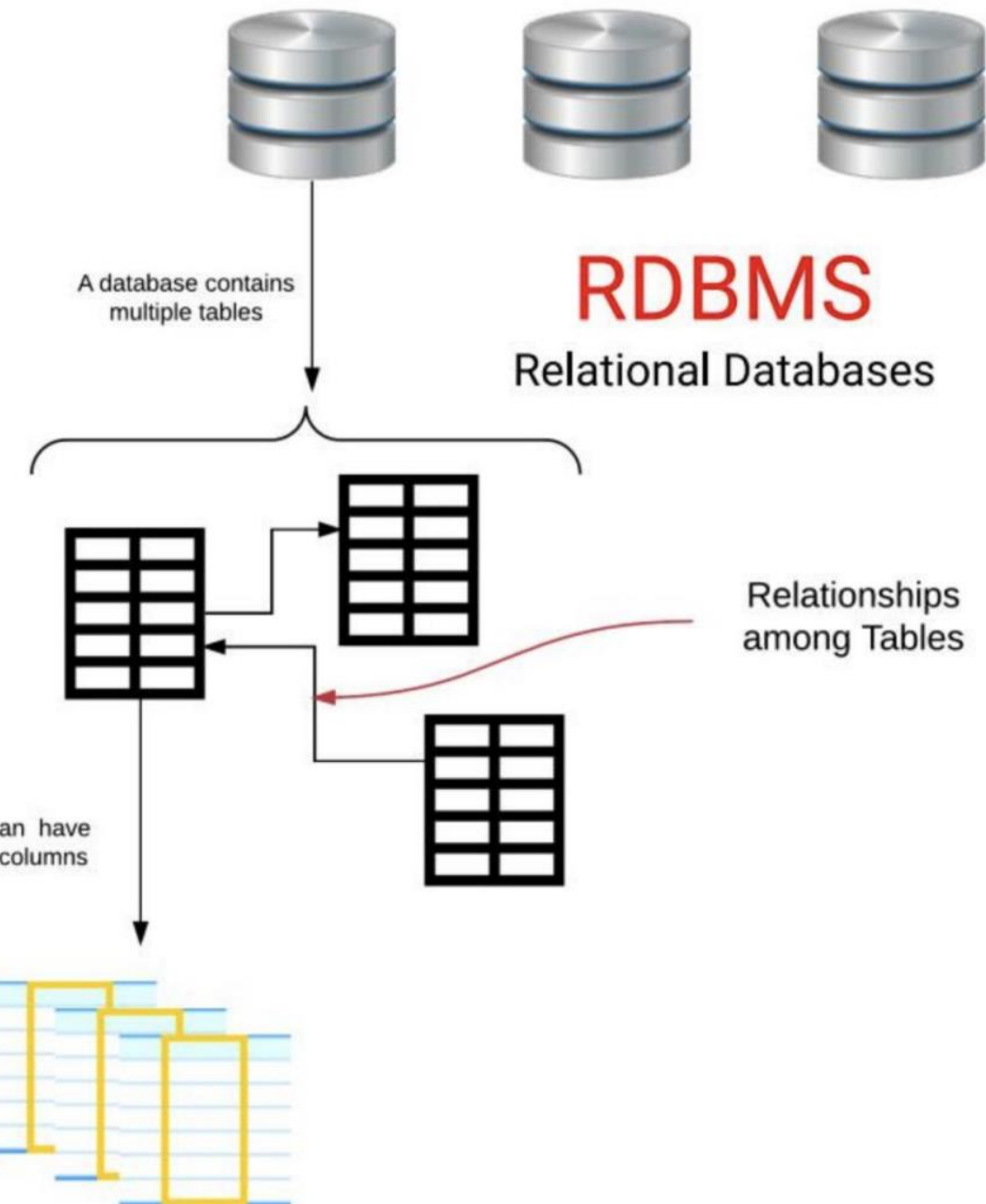
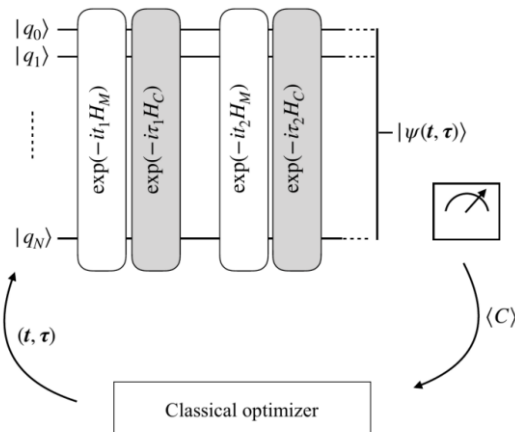
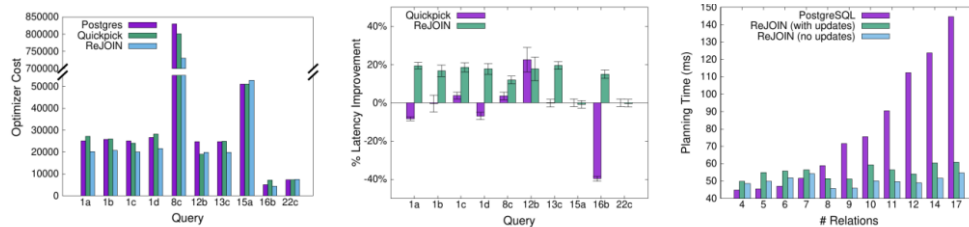
Bentuk Akhir



Quantum Database

Quantum Relational Database

- Query data dari kumpulan relational tables
- Hybrid quantum-classical system



Perkembangan Database Kuantum

- <https://ceur-ws.org/Vol-3462/QDSM6.pdf>

Table 1

An Overview of Current Development of Quantum Computing for Databases

Problems	Quantum-Enabled
Database Search	[1, 2, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]
Database Manipulation	[16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]
Query Optimization	[23, 24, 25, 26, 27, 28]
Transaction Management	[29, 30, 31]

Database Search

- Menemukan data pada sebuah unsorted database
- Grover: algoritma kuantum untuk query single item
- Terhal dan Smolin: algoritma kuantum untuk sebuah kelas problem (misalnya binary search), dikembangkan dari Bernstein-Vazirani
- Boyer: algoritma kuantum untuk menghitung jumlah solusi, dikembangkan dari Shor
- Patel: faktorisasi quantum search, mirip dengan replikasi DNA
- Imre dan Balazs: generalized grover, iterasi seminim mungkin
- Ju: algoritma grover dengan menggunakan sirkuit kuantum boolean

Database Manipulation

- Modifikasi data pada DBMS: CRUD
- Cockshott: integrasi algoritma grover pada relational database
- Younes: quantum query language (QQL)
- Liu dan Long: algoritma kuantum untuk proses delete dari unsorted database
- Pang: algoritma kuantum untuk proses join
- Gueddana: desain database kuantum
- Salman dan Baram: algoritma kuantum untuk mengambil anggota manapun pada intersection set
- Joczik dan Kiss: algoritma kuantum untuk intersection, difference, union, projection
-

Query Optimization

- Menemukan cara query paling optimal dari beberapa alternatif query
- Trummer dan Koch: Multiple Query Optimization (MQO) dengan quantum annealing
- Fankhauser: solusi quasi-optimal MQO dengan QAOA
- Schonberger: join ordering optimization dengan reformulasi QUBO
- Nayak: menemukan solusi terbaik problem QUBO dari left-deep join trees
- Winker: menggunakan quantum machine learning untuk memprediksi efficient join orders

Transaction Management

- Menjaga integritas data selama proses transaksi pada database
- Bittner: algoritma kuantum optimal dengan quantum annealing untuk schedule transactions
- Groppe: menggunakan algoritma grover untuk menyelesaikan problem kombinatorik dalam schedule transactions

Quantum Multi-Modal Database

- Algoritma kuantum diharapkan dapat mempercepat semua proses database untuk data jenis apapun (multimodal)

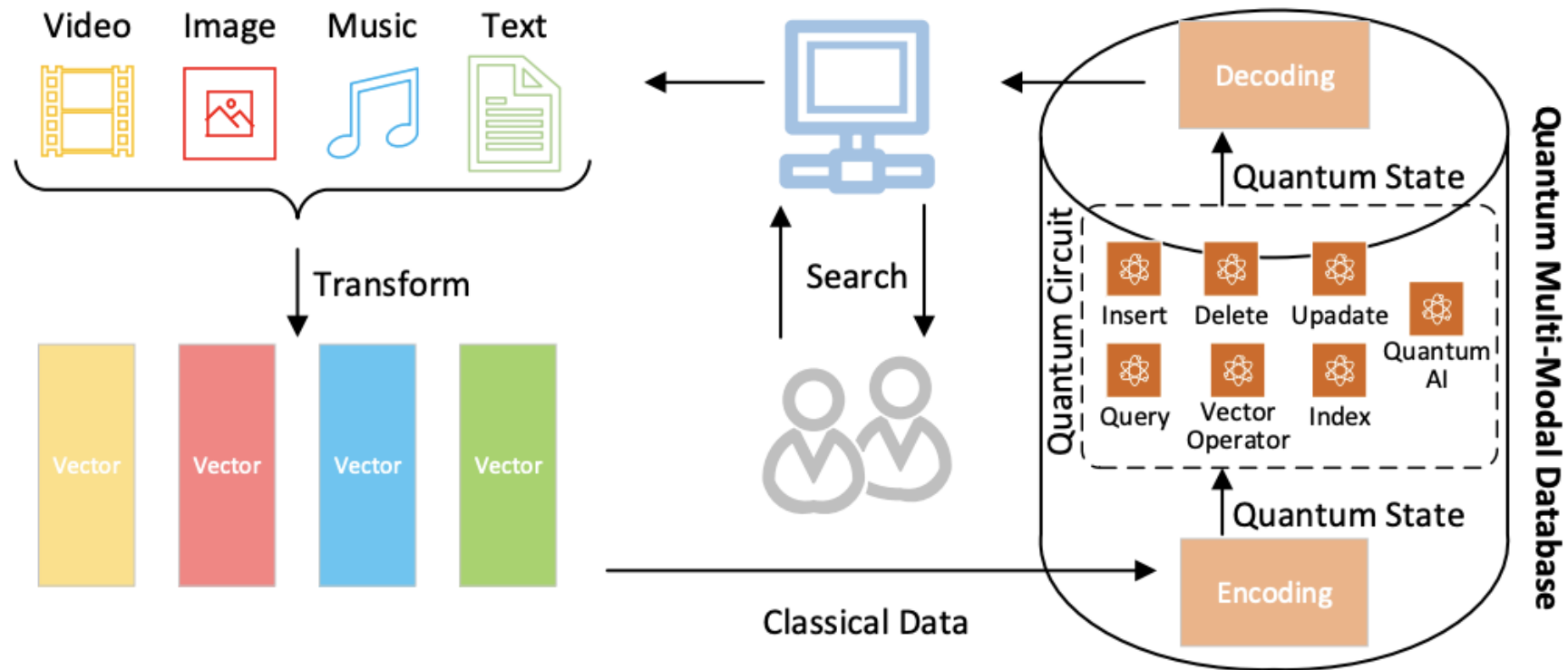


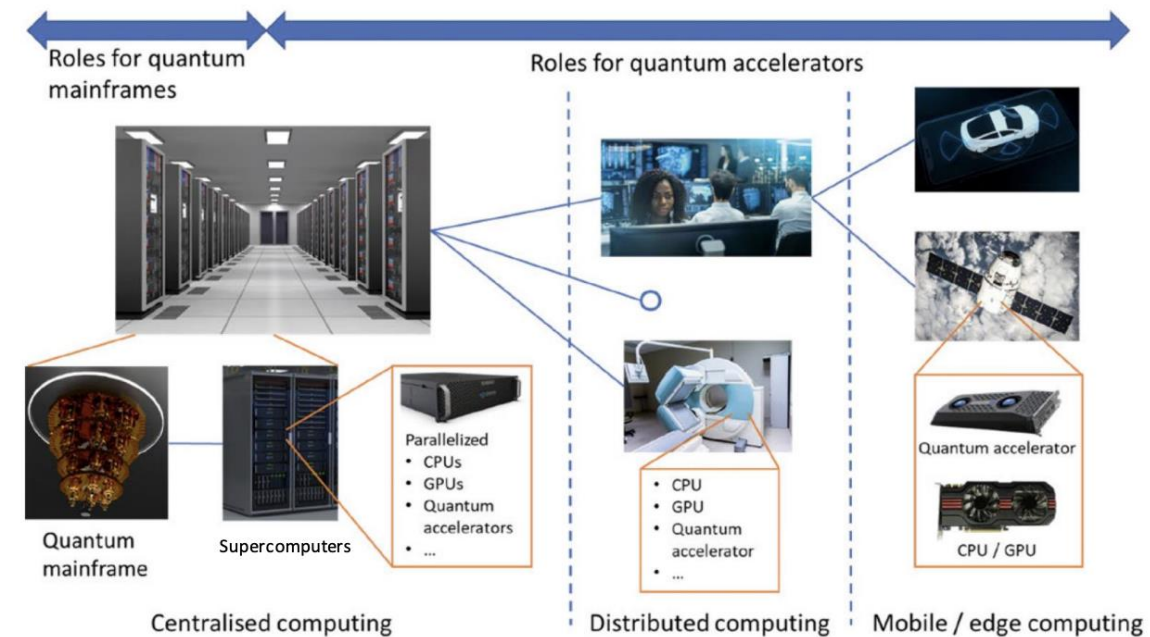
Figure 1: A Vision of Quantum Multi-Modal Databases

Quantum Data Center

- Hardware kuantum akan menjadi bagian dari general-purpose datacenters
- Put the QC where the data is, not the data where the QC is

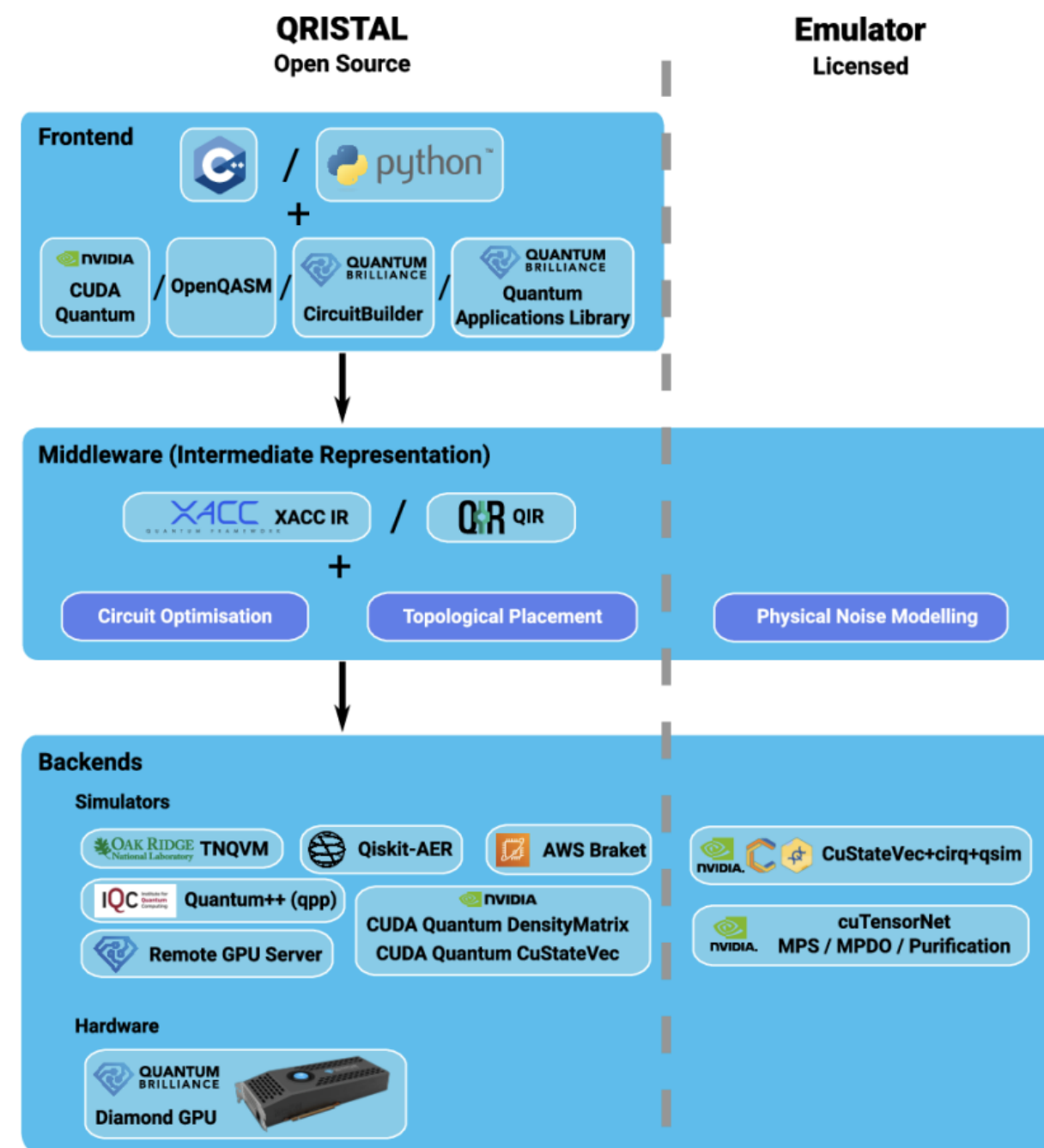


[Pawsey Installs First Room-Temperature On-Premises Quantum Computer in a Supercomputing Centre](#)



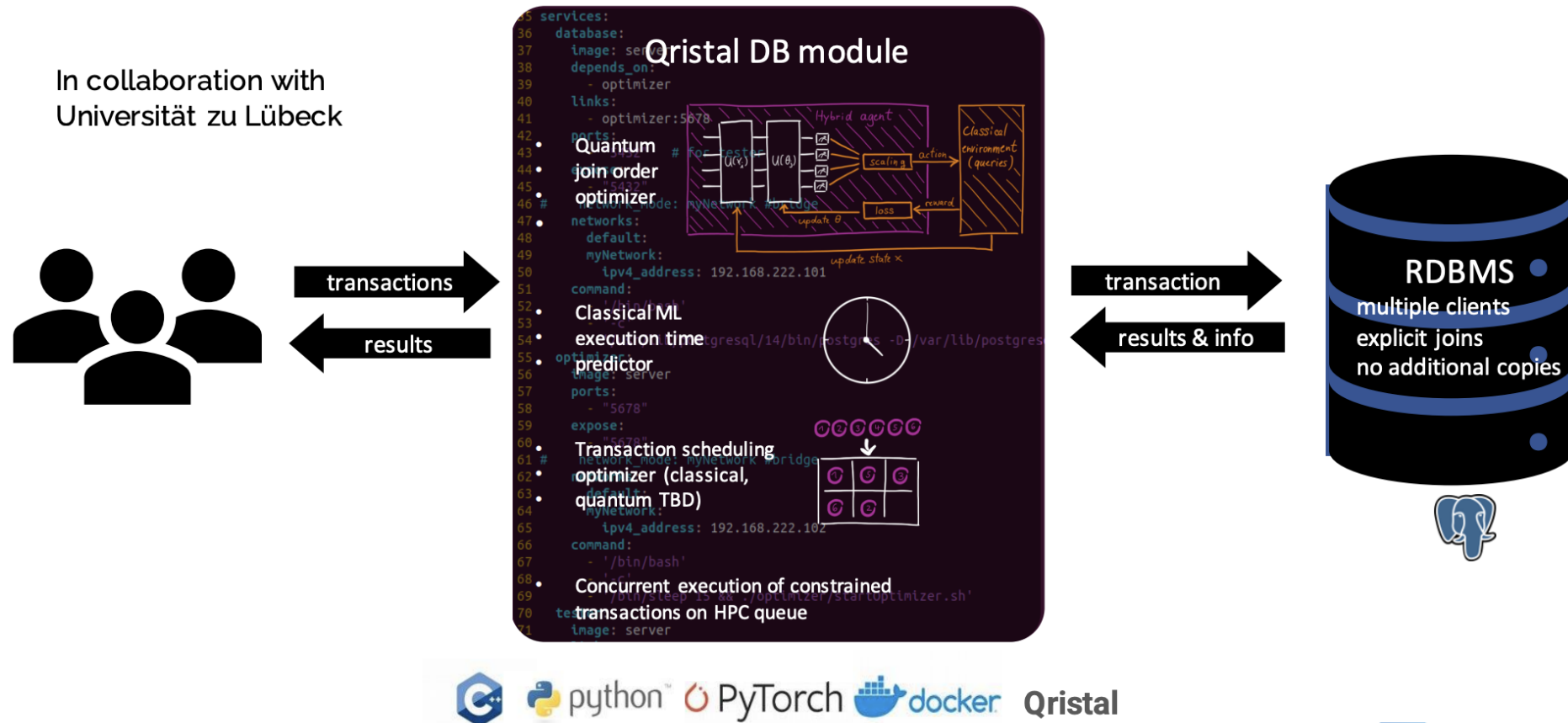
QPU

- Algoritma kuantum hanya berguna jika full software stack sudah efficient
- Integrasi dengan berbagai framework HPC dan bahasa pemrograman



Proyek QC4DB

- DBMS Kuantum yang sudah beroperasi



Tuhan Memberkati