

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт машиностроения, материалов и транспорта
Высшая школа автоматизации и робототехники

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

**Разработка нечёткой системы управления
тележкой мостового крана**
по дисциплине «Нечёткие системы обработки информации
в мехатронике и робототехнике»

Выполнил
студент гр. 3341506/10401

Паньков И.С.

Проверил
ассистент

Абросимов Э.А.

«__» _____ 2022 г.

Санкт-Петербург

2022

Цель работы

Цель работы — изучить особенности разработки нечётких регуляторов динамических систем и синтезировать модель нечёткой системы управления тележкой мостового крана в графической среде моделирования Simulink для её дальнейшего исследования.

Задание

1 Создать в среде Simulink модель мостового крана со следующими параметрами:

$$m_{\text{trolley}} = 300 \text{ кг}, \quad m_{\text{load}} = 400 \text{ кг}, \quad l_{\text{load}} = 30 \text{ м}, \quad k_{\text{drive}} = 10 \text{ Н/В}. \quad (1)$$

Исследовать реакцию модели на ступенчатые управляющие воздействия.

2 Создать в среде Simulink модель нечёткой системы управления тележкой мостового крана.

3 Разработать систему нечёткого вывода, реализующую требуемый закон управления. В качестве параметра блока Fuzzy Logic Controller установить имя этого нечёткого регулятора в рабочем пространстве среды MATLAB.

4 Оценить адекватность функционирования полученной системы нечёткого вывода при помощи средств просмотра правил нечёткого вывода (Rule Viewer) и поверхности «входы – выход» (Surface Viewer).

5 Настроить блок Signal Builder для выдачи следующего воздействия:

$$x_d(t) = \begin{cases} x_d^0 = 0 \text{ м}, & 0 \leq t < t_0, & t_0 = 10 \text{ с} \\ x_d^1 = 40 \text{ м}, & t_0 \leq t < t_1, & t_1 = 100 \text{ с} \\ x_d^2 = 20 \text{ м}, & t_1 \leq t < t_2, & t_2 = 200 \text{ с} \\ x_d^3 = 0 \text{ м}, & t_2 \leq t < t_3, & t_3 = 300 \text{ с} \end{cases}. \quad (2)$$

6 Запустить модель в среде Simulink и оценить качество переходного процесса при ступенчатом задающем воздействии.

7 Исследовать влияние состава и весовых коэффициентов базы правил нечётких продукций, а также типа и параметров функций принадлежности входных и выходных переменных на характер поверхности «входы – выходы» нечёткого регулятора и качество переходных процессов системы управления.

- 8 Сделать выводы по проделанной работе.
- 9 Подготовить отчёт по лабораторной работе.

Ход работы

В качестве математической модели исполнительного механизма мостового крана выступает тележка с маятником, представленном в виде груза на подвесе. Дифференциальное уравнение динамики системы может представлено в виде уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}^T} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}^T} = \mathbf{Q}, \quad (3)$$

где $\mathcal{L} = T - \mathcal{U}$ — лагранжиан системы;

$T = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ — кинетическая энергии системы;

$\mathcal{U} = \mathcal{U}(\mathbf{q}, t)$ — потенциальная энергии системы;

$\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$ — вектор обобщённых координат;

$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(t)$ — вектор обобщённых сил.

Для данной системы можно определить две координаты: положение тележки x , м и угол отклонения подвеса с грузом φ , м. Единственной движущей силой системы является усилие F , Н, которое развивает электропривод крана. Таким образом имеем:

$$q_1 \equiv x, \quad q_2 \equiv \varphi, \quad Q_1 = F_{\text{drive}}, \quad Q_2 = 0. \quad (4)$$

Кинетическая энергия системы T , Дж складывается из кинетических энергии тележки и груза:

$$T = \frac{1}{2} m_{\text{trolley}} v_{\text{trolley}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{load}} v_{\text{load}}^2, \quad (5)$$

где m_{trolley} и m_{load} — массы тележки и грузка соответственно, кг;

а потенциальная энергия \mathcal{U} , Дж определяется лишь горизонтальным положением груза:

$$\mathcal{U} = m_{\text{load}} g l_{\text{load}} (1 - \cos \varphi). \quad (6)$$

где l_{load} — длина подвеса груза, м;

g — ускорение свободного падения, м/с²; $g \approx 9,81$ м/с².

Скорость тележки есть первая производная от её координаты, а скорость груза — векторная сумма переносной скорости тележки и относительной скорости его собственного вращательного движения:

$$v_{\text{trolley}} = \dot{x}, \quad v_{\text{load}} = \sqrt{(\dot{x} - \dot{\phi} l_{\text{load}} \cos \varphi)^2 + (\dot{\phi} l_{\text{load}} \sin \varphi)^2}. \quad (7)$$

Усилие электропривода пропорционально напряжению u , В, которое на него подаётся. Коэффициент пропорциональности k_{drive} , Н/В определяется электромагнитными параметрами двигателя и передаточным отношением редуктора:

$$F_{\text{drive}} = k_{\text{drive}} u. \quad (8)$$

Выражение для лагранжиан системы \mathcal{L} , Дж принимает следующий вид:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m_{\text{trolley}} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{load}} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_{\text{load}} \dot{\phi}^2 - m_{\text{load}} \dot{x} \dot{\phi} l_{\text{load}} \cos \varphi - m_{\text{load}} g l_{\text{load}} (1 - \cos \varphi), \quad (9)$$

где $J_{\text{load}} \equiv m_{\text{load}} l_{\text{load}}^2$ — осевой момент инерции груза, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Подставив выражение для лагранжиана в матрично-векторное дифференциальное уравнение (3), получим

$$\left. \begin{aligned} m_{\text{trolley}} \ddot{x} + m_{\text{load}} \ddot{x} - m_{\text{load}} \ddot{\phi} l_{\text{load}} \cos \varphi + m_{\text{load}} \dot{\phi}^2 l_{\text{load}} \sin \varphi &= F_{\text{drive}}, \\ J_{\text{load}} \ddot{\phi} - m_{\text{load}} \ddot{x} l_{\text{load}} \cos \varphi - m_{\text{load}} g l_{\text{load}} \sin \varphi &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

или

$$\left. \begin{aligned} m_{\text{trolley}} \ddot{x} + m_{\text{load}} \ddot{x} - m_{\text{load}} \ddot{\phi} l_{\text{load}} \cos \varphi + m_{\text{load}} \dot{\phi}^2 l_{\text{load}} \sin \varphi &= k_{\text{drive}} u, \\ \ddot{\phi} l_{\text{load}} - \ddot{x} \cos \varphi + g \sin \varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Линеаризуем полученную систему, рассмотрев случай малых отклонений груза. Заменяем тригонометрические функции их эквивалентными бесконечно малыми функциями

$$\sin \varphi \sim \varphi, \quad \cos \varphi \sim 1 - \varphi^2/2, \quad \varphi \rightarrow 0, \quad (12)$$

а затем отбросим слагаемые с бесконечно малыми второго порядка φ^2 и $\dot{\phi}^2$, явно выразив вторые производные:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{m_{\text{load}} g}{m_{\text{trolley}}} \varphi + \frac{k_{\text{drive}}}{m_{\text{trolley}}} u, \\ \ddot{\phi} &= -\frac{(m_{\text{trolley}} + m_{\text{load}}) g}{m_{\text{trolley}} l_{\text{load}}} \varphi - \frac{k_{\text{drive}}}{m_{\text{trolley}} l_{\text{load}}} u. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Описание динамической системы в пространстве состояний записывается в виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \end{cases}, \quad (14)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^M$ — вектор состояния;

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ — вектор выхода;

$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^K$ — вектор управления;

$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ — матрица системы;

$\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{M \times K}$ — матрица управления;

$\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ — матрица выхода;

$\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N \times K}$ — матрица прямой связи.

Представим уравнение динамики системы (13) в виде системы уравнений в пространстве состояний. Зададимся элементами вектора состояния

$$\begin{aligned} x_1 &= x, & x_2 &= \dot{x}_1, & \dot{x}_1 &\equiv \dot{x} \equiv v, \\ x_3 &= \varphi, & x_4 &= \dot{x}_3, & \dot{x}_3 &\equiv \dot{\varphi} \equiv \omega, \end{aligned} \quad (15)$$

а векторы управления и выхода определим следующим образом:

$$\mathbf{u} = u, \quad \mathbf{y} = \mathbf{x}. \quad (16)$$

Тогда матрицы системы уравнений пространства состояний примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\text{load}}g/m_{\text{trolley}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -(m_{\text{trolley}} + m_{\text{load}})g/m_{\text{trolley}}l_{\text{load}} & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 0 \\ k_{\text{drive}}/m_{\text{trolley}} \\ 0 \\ -k_{\text{drive}}/m_{\text{trolley}}l_{\text{load}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

Создадим модель системы мостового крана в среде Simulink. Модель объекта управления представлена при помощи пространства состояний State-Space. На вход системе подаётся напряжение u , закон изменения которого определяется генератором сигналов Signal Builder. Выход системы $x = (x \ v \ \varphi \ \omega)^T$ разбивается на соответствующие выходные переменные на демультиплексоре Demux. Также переменные — как входные, так и выходные — подаются на входы осциллографов Scope 1, 2 и 3 для отслеживания их состояния в процессе моделирования. Блок-схема описанной системы представлена на рисунке 1.

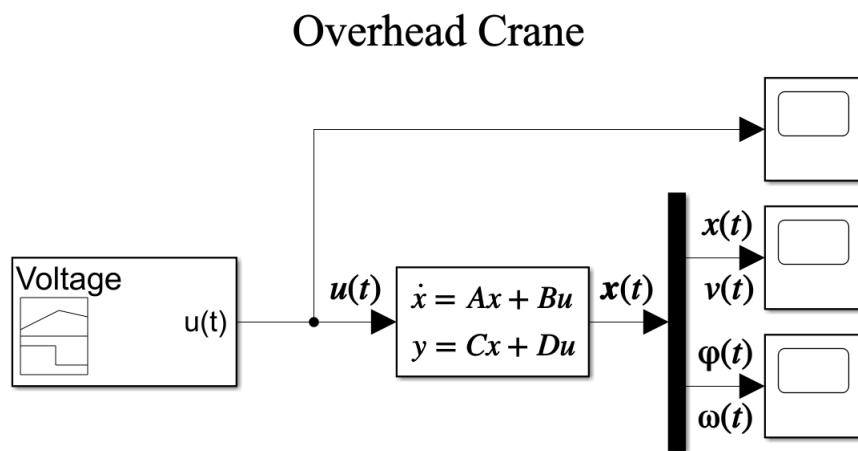


Рисунок 1 — Блок схема модели системы мостового крана

Исследуем реакцию системы на ступенчатые управляющие воздействия. График изменения входной переменной системы представлена на рисунке 2. Графики переходных процессов системы мостового крана представлены на рисунке 3.

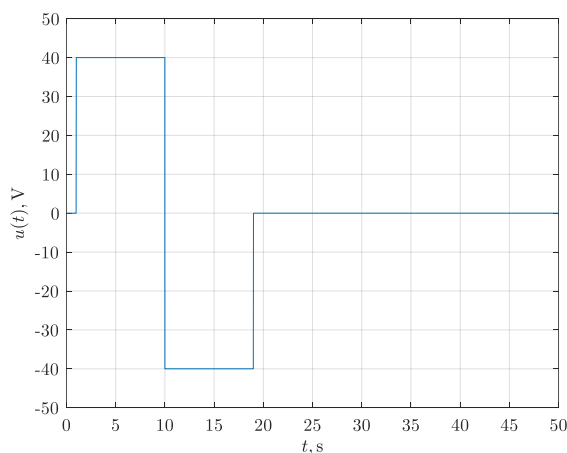


Рисунок 2 — График изменения входной переменной системы (напряжения)

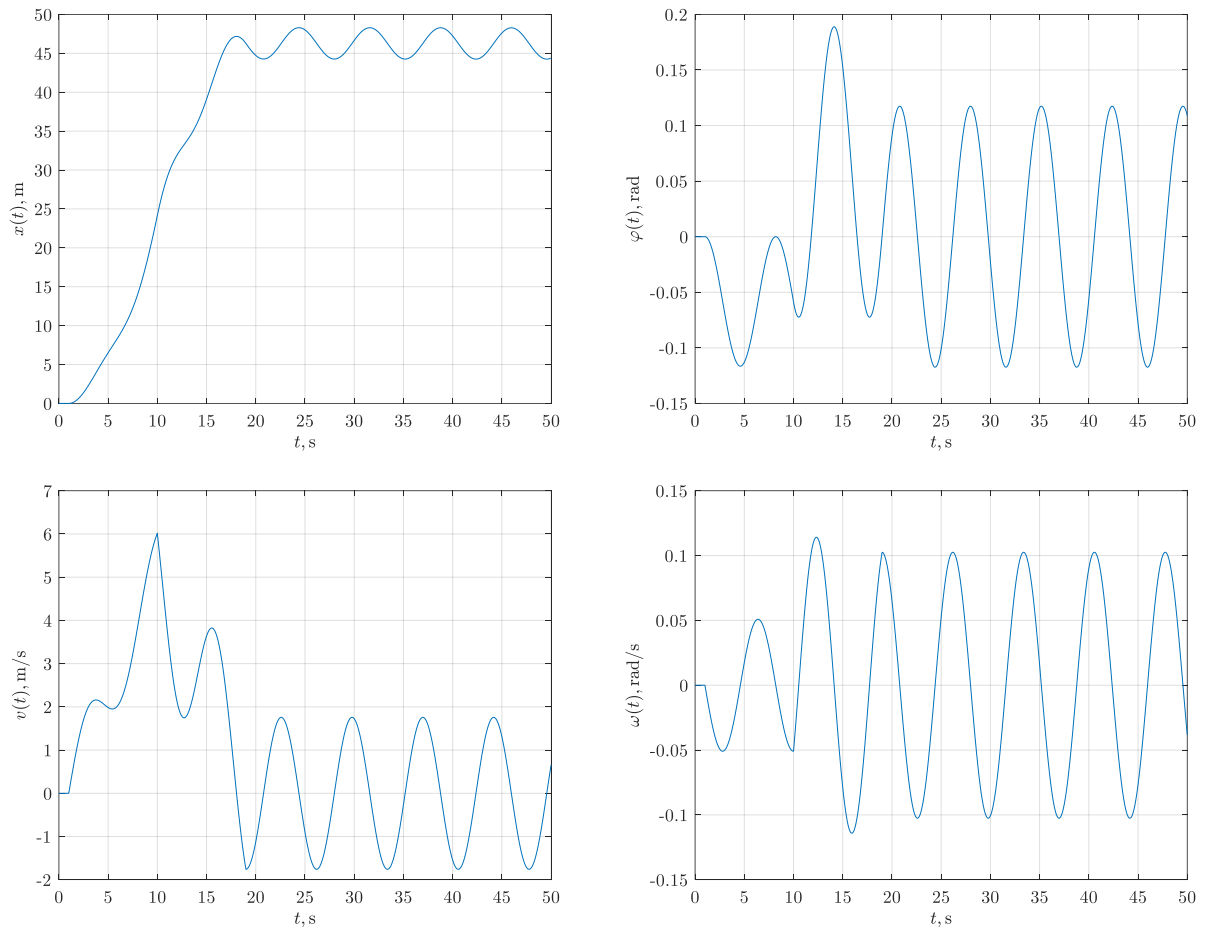


Рисунок 3 — Графики переходных процессов системы мостового крана:
а) — положение тележки крана, б) — угол отклонения груза на подвесе,
в) — скорость тележки крана, г) — угловая скорость груза на подвесе

Ступенчатое изменение напряжения соответствует разгону тележки с последующим торможением для её перемещения. Как видно по полученным переходным характеристикам, в системе возникают незатухающие колебательные процессы. Колебания груза на подвесе с амплитудой $\Delta\varphi \approx 0,1$ рад по углу означают его раскачивание в нижней точке с амплитудой $\Delta l \approx 3$ м. Колебания грузовой тележки с амплитудой $\Delta x \approx 2$ м не позволяют точно её спозиционировать и негативно влияют на электропривод крана. Для снижения влияния колебаний в системе необходимо замкнуть отрицательную обратную связь по одной или нескольким выходным переменным и добавить регулятор на вход системы.

Охватим систему отрицательной обратной связью по положению грузовой тележки $x(t)$, м. Теперь вместо напряжения на генераторе сигналов будем выдавать задающее воздействие в виде желаемого положения грузовой тележки $x_d(t)$, м. На сумматоре Sum из желаемого положения вычитается текущее, давая

значение ошибки позиционирования $e_x(t)$, м. Также определим скорость изменения ошибки позиционирования $\dot{e}_x(t)$, м/с путём взятия производной Derivative. Добавим усилители/аттенюаторы ошибки позиционирования и её производной Gain 1 и Gain 2 с передаточными коэффициентами K_{e_x} и $K_{\dot{e}_x}$.

Добавим нечёткий регулятор Fuzzy Logic Controller с двумя входами и одним выходом. На вход регулятора подаются ошибка позиционирования и её производная, объединённые в вектор на мультиплексоре Mux, на выходе формируется управляющее воздействие в виде напряжения $u_d(t)$, В. Данное напряжение повышается в K_u раз на усилителе Gain 3, превращаясь в напряжение электропривода крана $u(t)$, В. Добавим осциллограф Scope 4 для отслеживания входных и выходных переменных регулятора в процессе моделирования, а также дополнительные мультиплексоры Mux 1, 2, 3 и 4 на входах осциллографов. Блок-схема нечёткой системы управления представлена на рисунке.

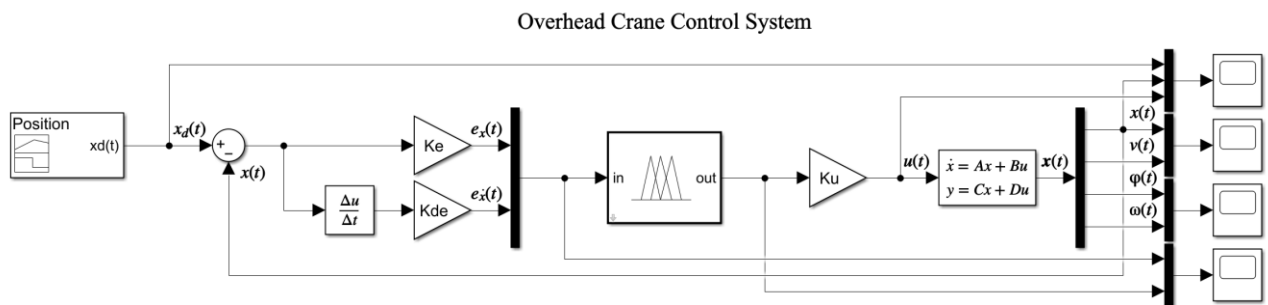


Рисунок 4 — Блок-схема системы управления мостовым краном

Разработаем систему нечёткого вывода типа Мамдани для выполнения задачи нечёткого регулирования. Введём две входные переменные: ошибка позиционирования e_x и её производная \dot{e}_x . Значения обеих входных переменных будут лежать в диапазоне $[-1; 1]$, переменным потребуется нормализация. Для соответствующих входных переменных error и rate системы нечёткого вывода определим семь термов: negative-big, negative-middle, negative-small, zero, positive-small, positive-middle и positive-big.

Введём также выходную переменную u_d — управляющее напряжение диапазоне $[-1; 1]$. Для выходной переменной voltage определим семь термов:

negative-big, negative-middle, negative-small, zero, positive-small, positive-middle и positive-big. Графики функций принадлежности переменных $\mu(e_x)$, $\mu(\dot{e}_x)$ и $\mu(u_d)$ представлены на рисунке 5.

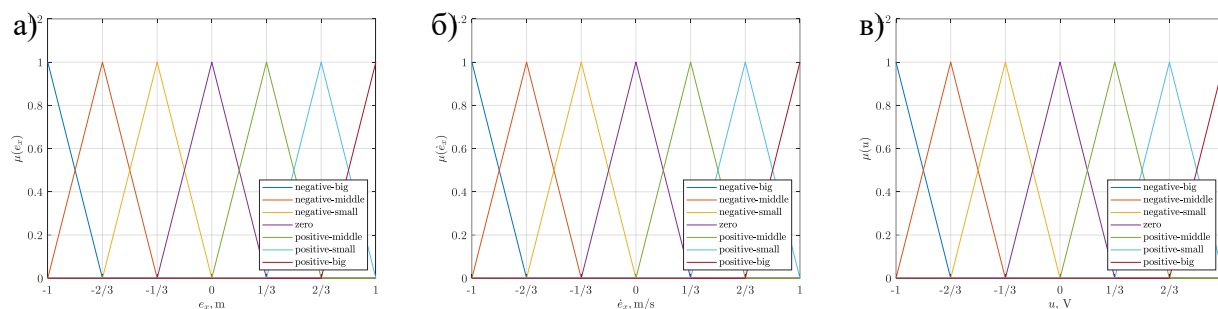


Рисунок 5 — Функции принадлежности термов входных переменных:

а) — $\mu(e_x)$, б) — $\mu(\dot{e}_x)$, в) — $\mu(u_d)$

Определим для системы нечёткого вывода базу правил нечётких продукций. Из-за большого количества продукционных правил их удобнее представить в виде таблицы. База правил нечётких продукций представлена в таблице 1.

Таблица 1 — База правил нечётких продукций нечёткого регулятора

rate	error						
	negative-big	negative-middle	negative-small	zero	positive-small	positive-middle	positive-big
negative-big	negative-big	negative-big	negative-big	negative-big	negative-middle	negative-small	zero
negative-middle	negative-big	negative-big	negative-big	negative-middle	negative-small	zero	positive-small
negative-small	negative-big	negative-big	negative-middle	negative-small	zero	positive-small	positive-middle
zero	negative-big	negative-middle	negative-small	zero	positive-small	positive-middle	positive-big
positive-small	negative-middle	negative-small	zero	positive-small	positive-middle	positive-big	positive-big
positive-middle	negative-small	zero	positive-small	positive-middle	positive-big	positive-big	positive-big
positive-big	zero	positive-small	positive-middle	positive-big	positive-big	positive-big	positive-big

Поверхность «входы – выход» разработанной системы нечёткого вывода с треугольными функциями принадлежности термов входных и выходных переменных представлена на рисунке 6. Графики изменения входных и выходных переменных нечёткого регулятора представлены на рисунке 7. Графики переходных процессов системы управления представлены на рисунке 8.

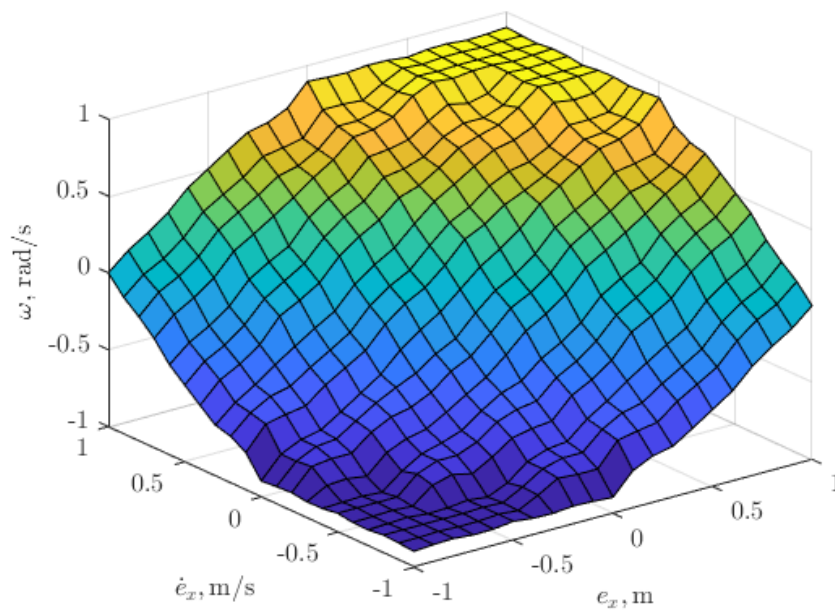


Рисунок 6 — Поверхность «входы – выход» нечёткого регулятора

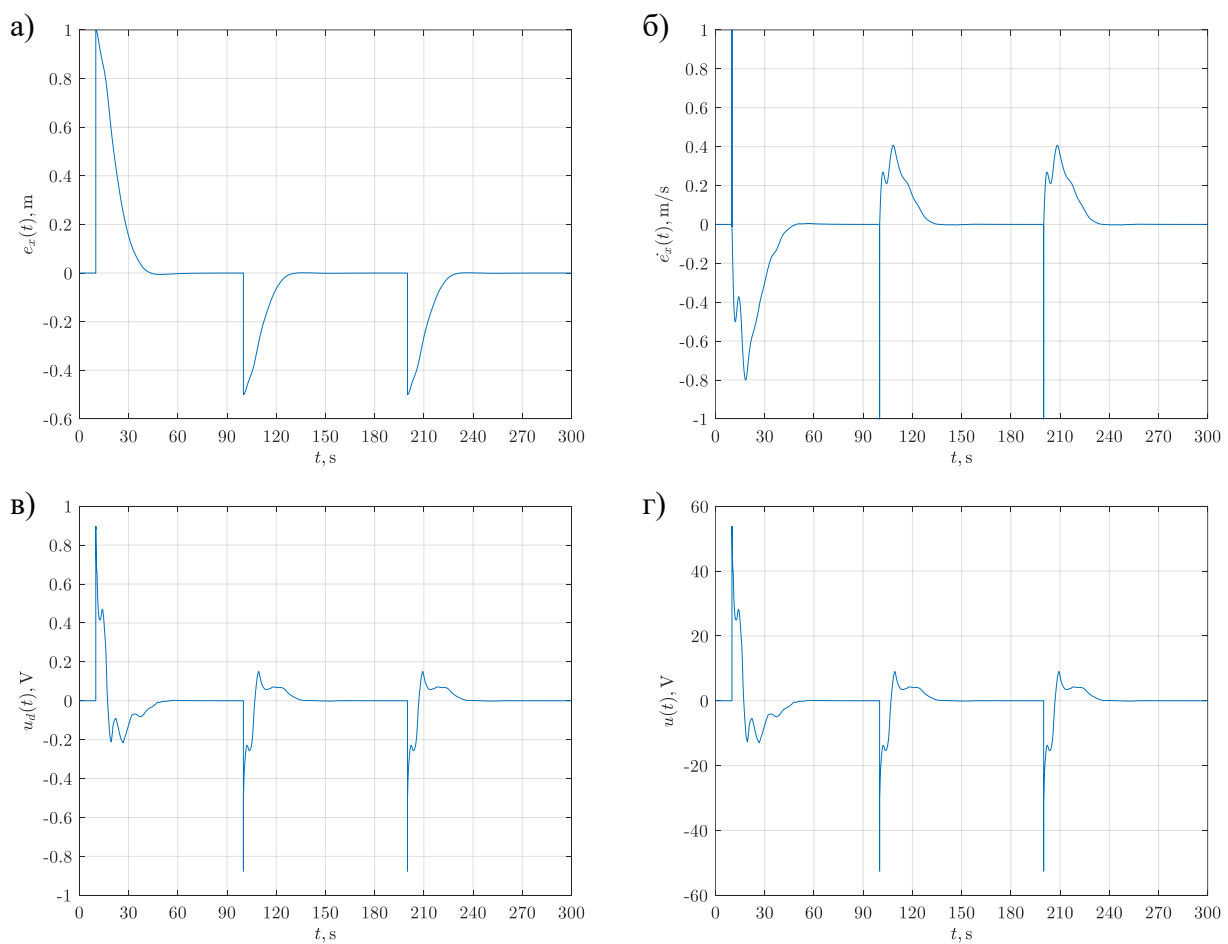


Рисунок 7 — Графики изменения переменных нечёткого регулятора:

- а) — ошибка позиционирования, б) — производная ошибки позиционирования,
в) — управляющее напряжение, г) — напряжение электропривода после усиления

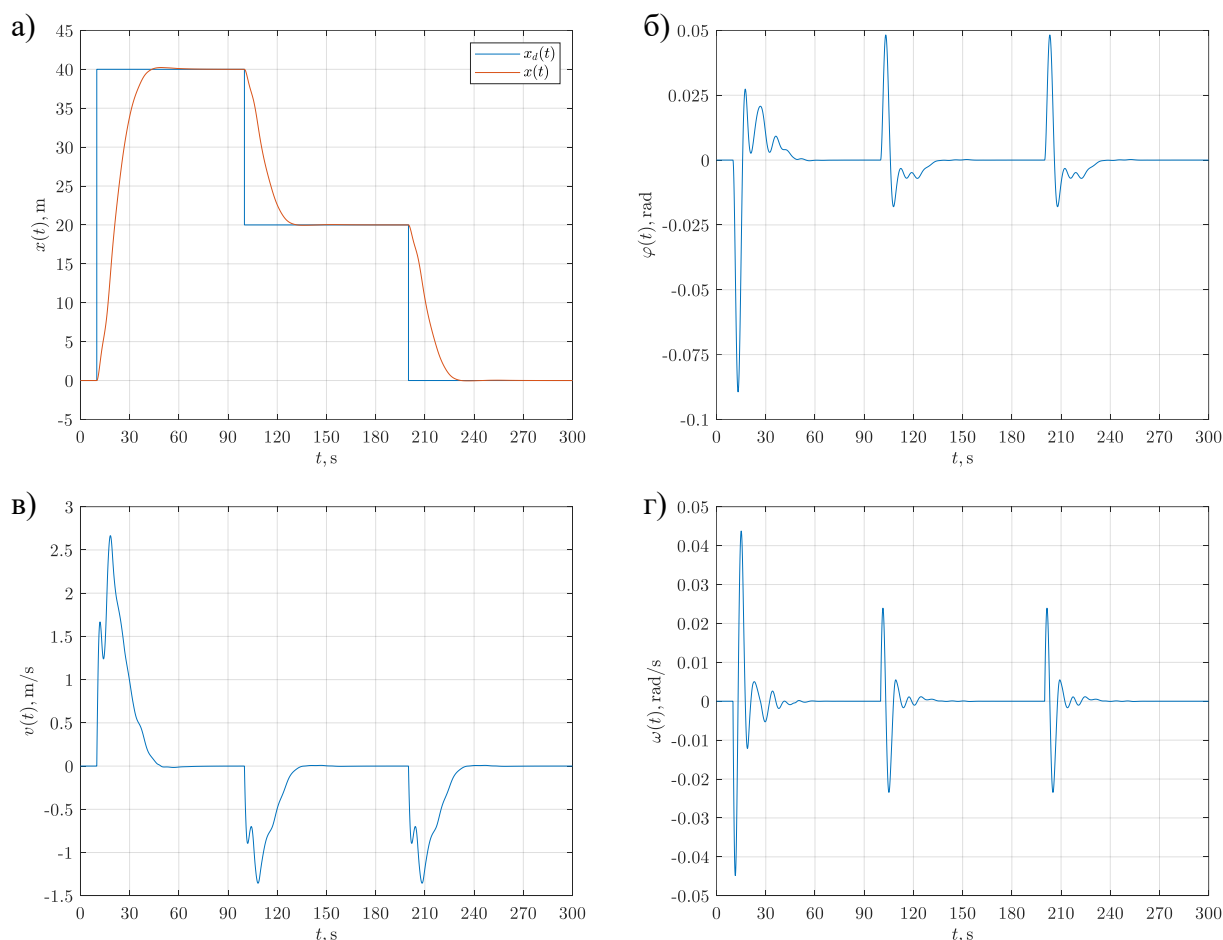


Рисунок 8 — График переходных процессов системы управления:

- а) — положение тележки крана, б) — угол отклонения груза на подвесе,
в) — скорость тележки крана, г) — угловая скорость груза на подвесе

Как видно по поверхности «входы – выход» нечёткого регулятора, он адекватно выполняют задачу управления, подавая повышенное напряжение при положительных значениях ошибки и её производной, и наоборот пониженное — при отрицательных. Также он корректно подаёт нулевое напряжение при нулевых значения ошибки, либо при разных знаках ошибки и её производной, что говорит о стремлении системы к устойчивому состоянию.

Переходные процессы в системе характеризуются отсутствием колебаний ($\kappa = 0$) и достаточно высоким качеством управления. Перерегулирование не превышает $\sigma = 0,6 \%$, время переходного процесс составляет величину порядка $t_{\text{т.р.}} = 26,1 \text{ с}$. Установившаяся ошибка регулирования отсутствует: $e_{x \text{ ст.}} = 0$.

К негативным эффектам относится импульсный характер изменение напряжения, что влечёт за собой рывки скорости. Также можно отметить, что производная ошибки влияет на выход регулятора больше, нежели сама ошибка.

Поскольку ни изменение набора продукционных правил, ни их весовых коэффициентов не позволило улучшить показатели качества системы, исследуем влияние типа функции принадлежности на характер поверхности «входы – выход» и переходные процессы системы управления. Сравнение функций принадлежности термов входных и выходных переменных представлено на рисунке 9.

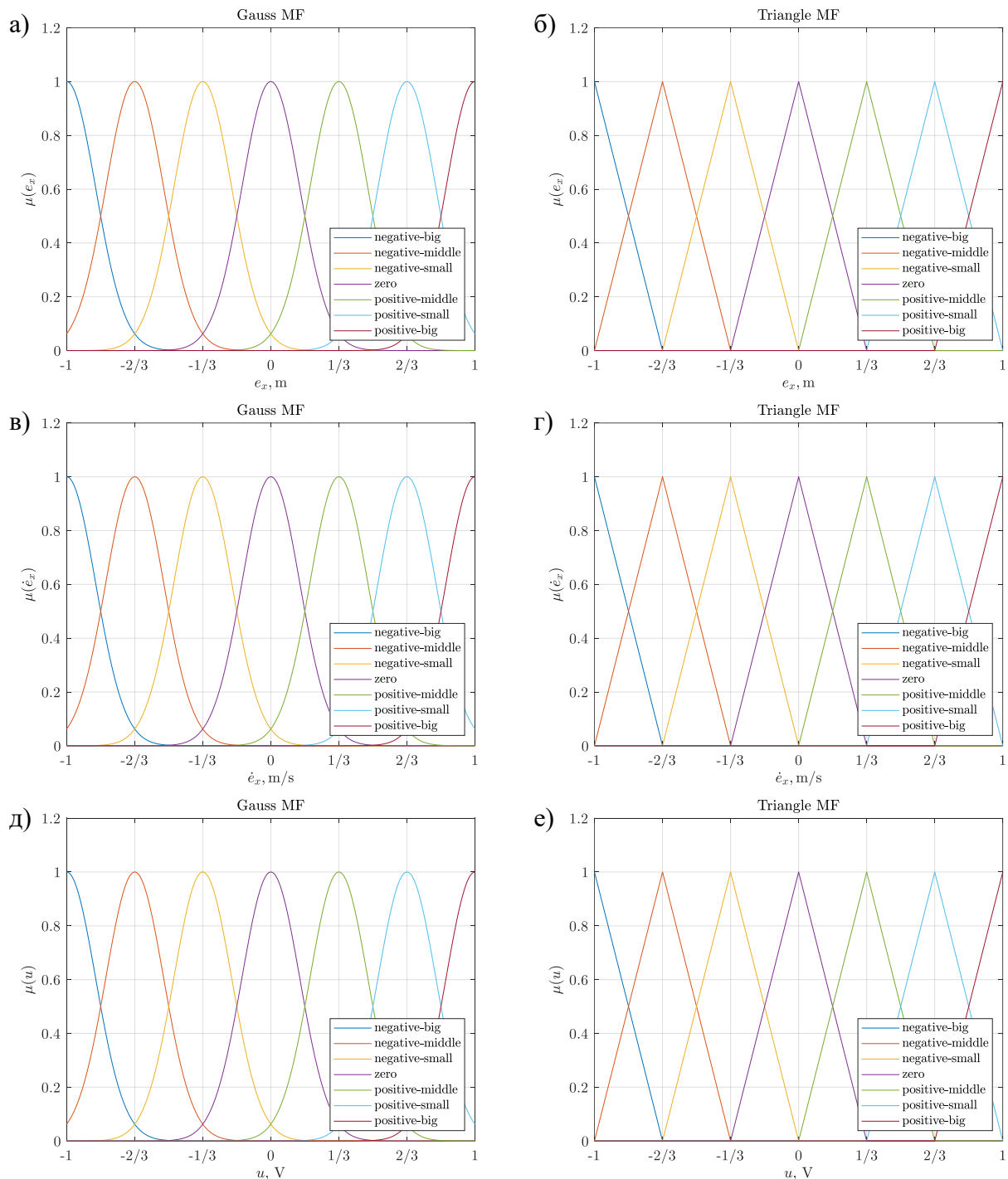


Рисунок 9 — Функции принадлежности термов входных и выходных переменных:

- а) — $\mu(e_x)$ с треугольными функциями, б) — $\mu(e_x)$ с гауссовыми функциями,
 в) — $\mu(\dot{e}_x)$ с треугольными функциями, г) — $\mu(\dot{e}_x)$ с гауссовыми функциями,
 д) — $\mu(u)$ с треугольными функциями, е) — $\mu(u)$ с гауссовыми функциями

Сравнение поверхностей «входы – выход» нечётких регуляторов с различными типами функций принадлежности входных и выходных переменных представлено на рисунке.

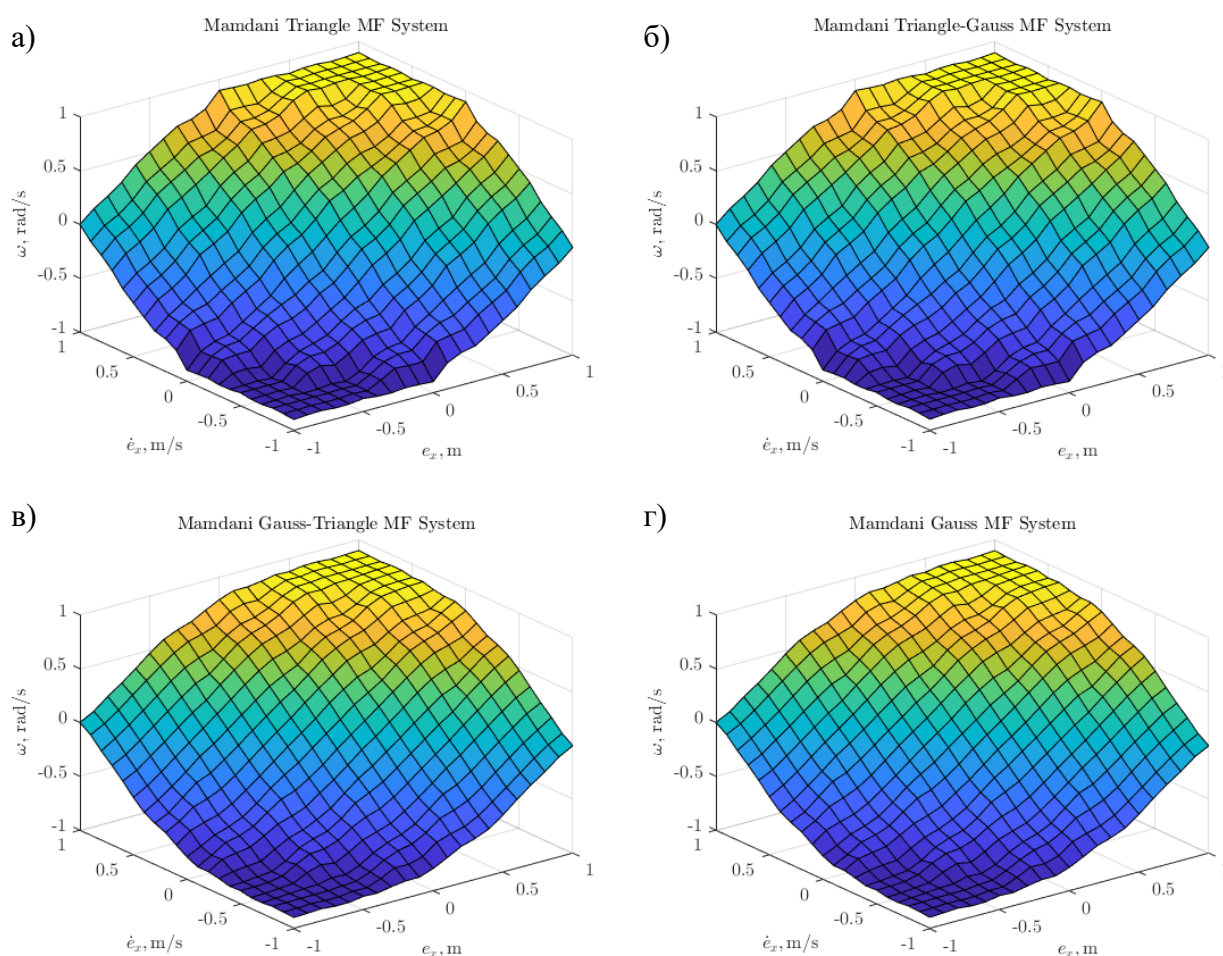


Рисунок 10 — Поверхности «входы – выход» нечётких регуляторов с различными типами функций принадлежности термов входных и выходных переменных: а) — с треугольными функциями на входах и на выходе, б) — с треугольными функциями на входах и гауссовыми функциями на выходе, в) — с гауссовыми функциями на входах и треугольными функциями на выходе, г) — с гауссовыми функциями на входах и на выходе

Как можно видеть, тип функции как на входе, так и на выходе практически никак не влияет на характер поверхности «входы – выходы» нечёткого регулятора. Единственное более-менее заметное воздействие — гауссовы функции на входе дают заметно более гладкую поверхность.

Графики переходных процессов системы управления с различными типами функций принадлежности термов входных и выходных переменных нечёткого регулятора представлены на рисунке 11. Результаты оценки качества переходных процессов представлены в таблице 2.

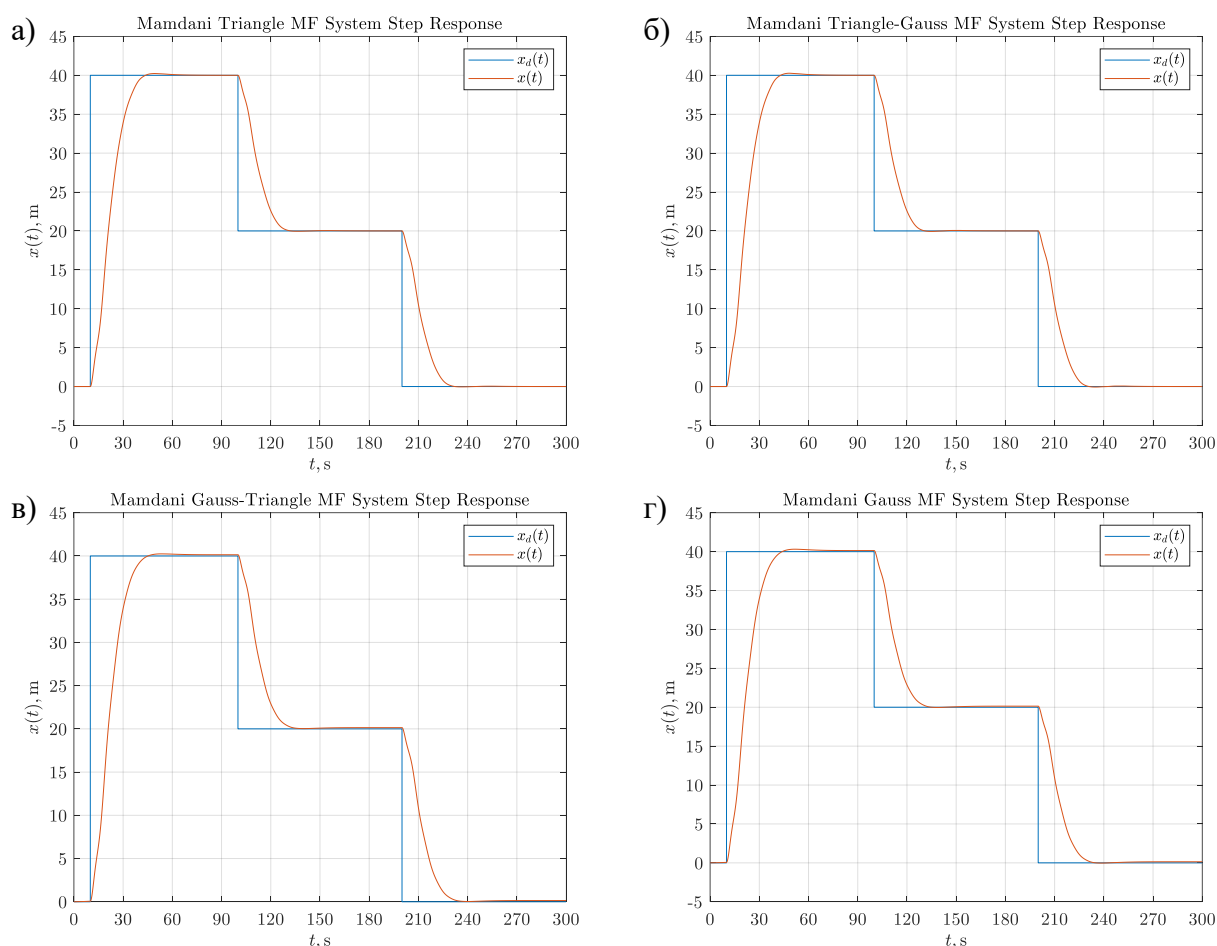


Рисунок 11 — Графики переходных процессов систем управления с различными типами функций принадлежности термов входных и выходных переменных нечёткого регулятора: а) — с треугольными функциями на входах и на выходе, б) — с треугольными функциями на входах и гауссовыми функциями на выходе, в) — с гауссовыми функциями на входах и треугольными функциями на выходе, г) — с гауссовыми функциями на входах и на выходе

Таблица 2 — Результаты оценки качества переходных процессов в системах управления с различными типами функций принадлежности термов входных и выходных переменных

Тип функции на входе	Тип функции на выходе	Время переходного процесса $t_{\text{т.р.}}$, с	Перерегулирование σ	Установившаяся ошибка $e_{\text{х ст.}}$, м	Колебательность κ
треугольная	треугольная	26,1	0,6 %	0	0
треугольная	гауссова	26,0	0,7 %	0	0
гауссова	треугольная	26,1	0,6 %	0,14	0
гауссова	гауссова	25,9	0,8 %	0,14	0

Как видно из результатов сравнения переходных характеристик, показатели качества систем отличаются друг от друга незначительно, однако замена изменение типа входной функции с треугольной на гауссову добавляет ошибку регулирования, а аналогичная замена типа входной функции немного снижает время и переходного процесс и увеличивает перерегулирование.

Исследуем робастность системы по отношению к изменению коэффициентов усиления. Осуществим варьирование коэффициентов усиления ошибки позиционирования K_{e_x} , её производной $K_{\dot{e}_x}$ и управляющего напряжения K_u в пределах $\pm 15\%$ и $\pm 50\%$. Графики переходных процессов системы управления с различными значениями коэффициента управления представлены на рисунке 12.

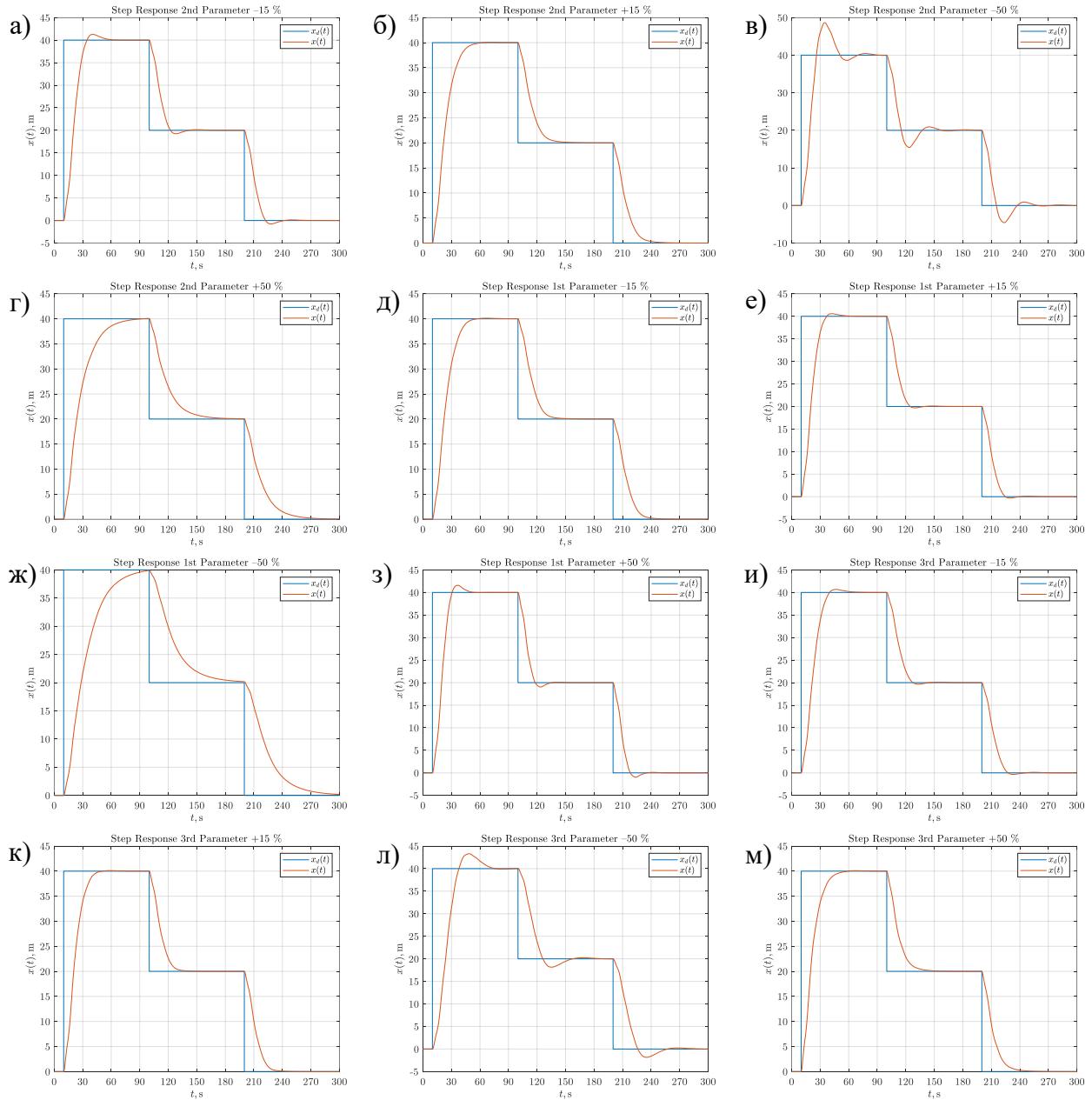


Рисунок 12 — Графики переходных процессов в системах управления с изменёнными значениями параметров коэффициента усиления:

- а), б), в) — с уменьшенными на 15 % значениями параметрами K_{e_x} , $K_{\dot{e}_x}$, K_u ,
 г), д), е) — с увеличенными на 15 % значениями параметрами K_{e_x} , $K_{\dot{e}_x}$, K_u ,
 ж), з), и) — с уменьшенными на 50 % значениями параметрами K_{e_x} , $K_{\dot{e}_x}$, K_u ,
 к), л), м) — с увеличенными на 50 % значениями параметрами K_{e_x} , $K_{\dot{e}_x}$, K_u ,

По полученным графикам переходных процессов оценим их качество. Результаты оценки качества переходных процессов представлены в таблице 2.

Коэффициент усиления	Изменение значения	Время переходного процесса $t_{\text{п.}}$, с	Перерегулирование σ	Установившаяся ошибка $e_{\text{ст.}}$, м	Колебательность κ
K_{e_x}	–15 %	28,0	0,3 %	0	0
$K_{\dot{e}_x}$		21,2	3,2 %	0	0
K_u		25,1	1,7 %	0	0
K_{e_x}	+15 %	22,0	1,4 %	0	0
$K_{\dot{e}_x}$		31,6	0,2 %	0	0
K_u		27,0	0,2 %	0	0
K_{e_x}	–50 %	57,9	0 %	0	0
$K_{\dot{e}_x}$		37,1	21,7 %	0	0
K_u		25,3	8,3 %	0	0
K_{e_x}	+50 %	28,4	4,0 %	0	0
$K_{\dot{e}_x}$		45,8	0,2 %	0	0
K_u		28,6	0,2 %	0	0

Как видно из результатов сравнения, система устойчива к малым изменениям коэффициентов усиления. В зависимости от их значений может незначительно увеличиваться время переходного процесса и снижаться перерегулирование, либо напротив снижаться время переходного процесса при растущем перерегулировании, что, впрочем, нежелательно в системах позиционирования.

Однако система достаточно чувствительна к значительному изменению коэффициентов усиления, в результате чего либо серьёзно растёт перерегулирование, либо заметно увеличивается время переходного процесса.

Вывод

Системы нечёткого вывода могут успешно применяться в качестве регуляторов в достаточно сложных системах с большим числом переменных состояния, обеспечивая высокие показатели качества и нейтрализуя возникающие в системах колебательные процессы.

23:58

10 ноября 2022 г.