• 4ª lista de exercícios (questão 3.1 a 3.15)

3.1 $x_1[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$

$y_1[n] = 4\delta[n-1] + \delta[n-2]$

$\cancel{y_1[n] = H\{x_1[n]\} = H\{\delta[n]\} - H\{\delta[n-1]\}}$

Dado que $x_2[n] = 3\delta[n] + 3\delta[n-1] = 3x_1[n]$

Sabendo que o sistema é linear, temos:

$y_2[n] = 3y_1[n] = 12\delta[n-1] + 3\delta[n-2]$

3.2) $x_1[n] = \delta[n]$

$y_1[n] = 3\delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$

$y_1[n] = h[n]$ pois é a resposta ao impulso ($\delta[n] = x_1[n]$)

$x_2[n] = 5\delta[n] + 2\delta[n-1]$

$y_2[n] = h[n] * x_2[n] = H\{x_2[n]\} = 5H\{\delta[n]\} + 2H\{\delta[n-1]\} = 5h[n] + 2h[n-1]$

$y_2[n] = 15\delta[n] + 10\delta[n-1] + 5\delta[n-2] + 6\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 2\delta[n-3] =$

$y_2[n] = 15\delta[n] + 16\delta[n-1] + 9\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$

3.3 Considerando a possibilidade do sistema ser LIT, teríamos $h[n] = y_1[n]$. Logo:

$$\hat{y}_2[n] = x_2[n] * h[n] = H\{x_2[n]\}$$

$$y_2[n] = 2 \cdot h[n-1] = 6\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$$

Logo o sistema não pode ser LTI, pois $y_2[n] \neq \hat{y}_2[n]$

3.4 Considerando o sistema invariante no tempo temos $x_2(t) = x_1(t-3)$, logo:

$y_2(t) = \delta(t-4) - \delta(t-7)$

3.5 a) $y[n] = C(x[n])^2$

- Causalidade: pois depende apenas dos valores no instante n, Logo o sistema é causal
- Linearidade:

$C(x_1[n] + x_2[n])^2 = C\cdot(x_1^2[n] + 2x_1[n]x_2[n] + x_2^2[n]) \neq H[x_1[n]] + H[x_2[n]]$

Logo o sistema não é linear

- Memória: sistema sem memória, pois depende apenas do valor no instante n
- estabilidade: Dado que $C = 2e^{j\pi/2} = 2i$ é uma constante, temos que toda entrada limitada $x[n]$ gera uma saída limitada, logo o sistema é estável.

b) $y[n] = (n-1)\,x[n]$

- Causalidade: O sistema é causal pois depende apenas dos valores no instante n
- Linearidade:

$H(x_1 + x_2) = (n-1)(x_1 + x_2) = (n-1)x_1 + (n-1)x_2$

Logo o sistema é linear

- Memória: Sistema sem memória pois depende apenas do valor de n
- Estabilidade: O sistema é estável pois toda a entrada $x[n]$ limitada gera saídas limitadas também

c) $y[n] = 3x[n-1] + 2^{\pi} x[n-3]$

- Causalidade: O sistema é causal pois ~~do~~ para o instante n necessita apenas de amostras anteriores a n

- Linearidade:

$H\{x_1[n] + x_2[n]\} = 3x_1[n-1] + 3x_2[n-1] + 2^{\pi}x_1[n-3] + 2^{\pi}x_2[n-3] = 3x_1[n-1] + 2^{\pi}x_1[n-3] + 3x_2[n-1] + 2^{\pi}x_1[n-3]$

$= H\{x_1[n] + x_2[n]\}$, Logo o sistema é linear

- Memória: O sistema possui memória pois para calcular o instante n depende de valores anteriores

- Estabilidade: O sistema é estável pois qualquer entrada $x[n]$ limitada gera uma saída limitada.

3.6 $y[n+2] = 5x[n+2] + 2x[n+n_0]$

Considerando $(n+2) = k$ e $n = k-2$, temos:

$y[k] = 5x[k] + 2x[k-2+n_0]$

Dessa forma, n_0 pode assumir qualquer valor com $n_0 \leq 2$ para o sistema ser causal

3.7 $h[n] = 3\delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$

~~a) Considerando um vetor~~ coluna ~~de dimen~~

a)
$$H = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{conv} = H' x_1$$

b)
$$H = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{conv} = X_1 H$$

3.8 $H(s) = \dfrac{1}{s+10} \Rightarrow H(w)\big|_{s=jw} = \dfrac{1}{(jw+10)}$

$X_1(t) = e^{j4t}$, $w = 4$

$|H(w)|_{w=4} \approx 0{,}092$ $\quad \angle H(4) \approx -0{,}38$

$y_1(t) = (0{,}092\, e^{-j0{,}38}) \cdot e^{j4t} = \boxed{0{,}092\, e^{j(4t+0{,}38)}}$

para $X_2(t) = e^{-j4t}$ $\quad w = -4$, $\angle H(4) \approx 0{,}38$

$\boxed{y_2(t) = 0{,}092\, e^{j(4t+0{,}38)}}$

para $X_3(t) = \cos(4t) = \dfrac{e^{j4t} + e^{-j4t}}{2} = \dfrac{1}{2}(e^{j4t} + e^{-j4t})$

$y_3(t) = \dfrac{0{,}092}{2}\left(e^{j(4t+0{,}38)} + e^{j(4t-0{,}38)}\right) = \boxed{0{,}092 \cos(4t+0{,}38)}$

para $X_4(t) = e^{(-1+j4)t} = e^{-t} \cdot e^{j4t}$

$s = \sigma + jw \Rightarrow \sigma = -1$, $w = 4$

$H(-1+j4) = \dfrac{1}{-1+j4+10} = \dfrac{1}{9+j4}$

$|H(9+j4)| \approx 0{,}10$ $\quad \angle H(9+j4) \approx -0{,}41$

$y_4(t) = 0{,}1\, e^{j(0{,}41)} \cdot e^{-t} \cdot e^{j4t} = 0{,}1\, e^{j(4t+0{,}41)} \cdot e^{-t}$

3.9 $X_1[n] = 5e^{j2n}$, $\Omega = 2$

$H(e^{j\Omega})\big|_{\Omega=2} = \dfrac{1}{1-0{,}6e^{-j\Omega}}$, $|H(e^{j\Omega})| \simeq 0{,}73$

$\angle H(e^{j2}) \simeq -0{,}41$

$y_1[n] = 0{,}73\, e^{j0{,}41} \cdot 5e^{j2n} \simeq 3{,}65\, e^{j(2n+0{,}41)}$

para $X_2[n] = e^{-j2n}$, $\Omega = 2$, $\angle H(e^{-j2}) \simeq 0{,}41$

$y_2[n] = 0{,}73\, e^{-j(2n+0{,}41)}$

para $X_3[n] = \cos(2n) = \dfrac{e^{j2n}+e^{-j2n}}{2} = \dfrac{1}{2}(e^{j2n}+e^{-j2n})$

$y_3[n] = 3{,}65 \cdot \left(\dfrac{e^{j(2n+0{,}41)} + e^{-j(2n+0{,}41)}}{2}\right) = 3{,}65\cos(2n+0{,}41)$

para $X_4[n] = (3e^{j2})^n = 3^n e^{j2n}$, $0 < n < 1$, $\Omega = 2$

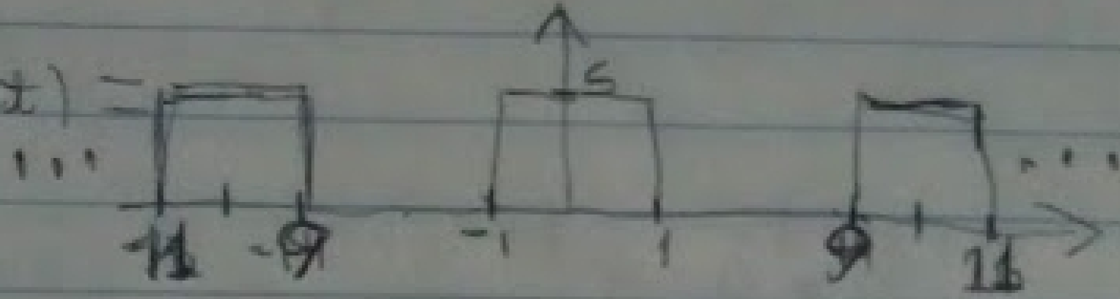
$H(e^{j\Omega})\big|_{\Omega=2} = \dfrac{1}{1-0{,}6e^{-j2}}$, $|H(e^{j2})| \simeq 0{,}73$

$\angle H(e^{j2}) \simeq -0{,}41$

$y_4[n] = 3^n e^{j2n} \cdot 0{,}73\, e^{j0{,}41} = 0{,}73 \cdot 3^n e^{j(2n+0{,}41)}$

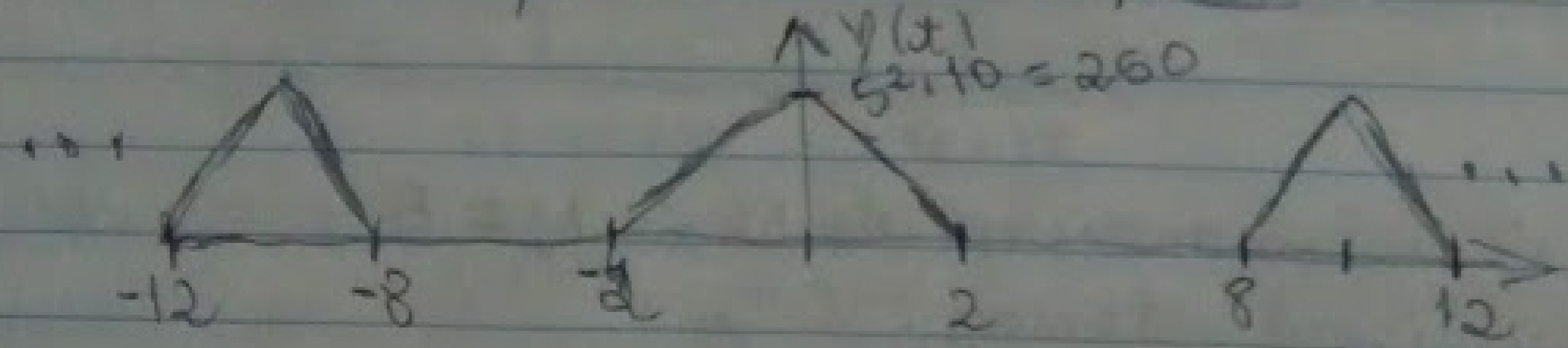
$= 3^n \cos(2n+0{,}41) \cdot 0{,}73$

3.10 $p(t) =$



com $T_0 = 10.$

$p(t) \circledast p(t) = y(t) =$



3.11) a) O valor mínimo de N é $N = 5$

b) Generalizando temos:

$N = M + \text{length}(h) - 1$

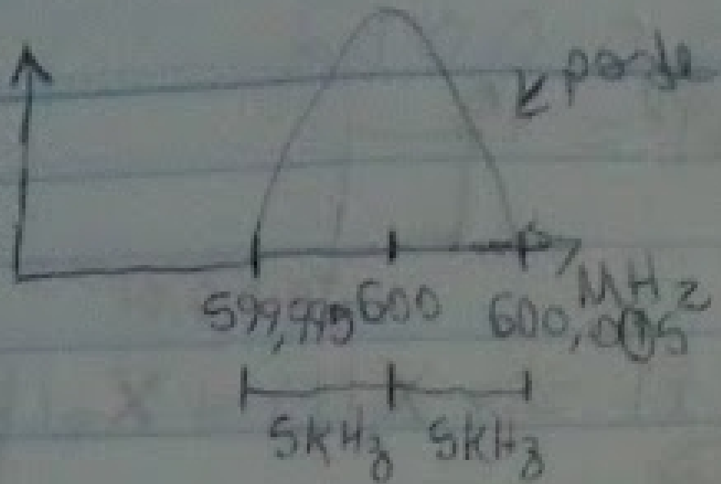
3.12 $F_s = 10\ Hz \Rightarrow T_s = 0{,}1\ s$

$x_s(t) = 4\delta(t) + 3\delta(t-0{,}1) - 2\delta(t-0{,}4)$

$x(t) = 4\,\mathrm{sinc}(10t) + 3\,\mathrm{sinc}(10t-10) -$

$2\,\mathrm{sinc}(10t-40)$

3.13



$f_c = 600\ MHz$

$BW = 10\ KHz$

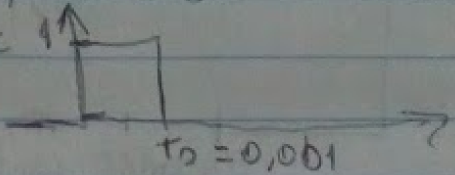
Dado que a banda é 10 KHz, para evitar aliasing temos $F_s > 2 \cdot BW \Rightarrow F_s > 20\ KHz$

podemos considerar $F_s = 20000\ Hz$

Logo um filtro passa baixa com frequência de corte em ~~20000 Hz~~ $F_s/2 = 10\ KHz$ e amplitude T_s recuperaria o sinal original em banda base.

3.14 $F_s = 1\,kHz \Rightarrow T_s = 0{,}001\,s$

$h(t) = u(t) - u(t - T_s) =$



$x(t) = x[n] * h(t) \Rightarrow X(f) = X_n(f) \cdot H(f)$

$h(t) = u(t) - u(t - T_s)$

$h(t) = rect\left(\frac{t - T_s/2}{T_s}\right) \Rightarrow$ sabemos que $H(f)$ tem o formato de um sinc

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt = \int_{0}^{0{,}001} e^{-j2\pi f t}\, dt = -\frac{1}{j2\pi f}\left[e^{-j2\pi f T_s} - e^{0}\right]$$

$$H(f) = -\frac{1}{j2\pi f}\left[e^{-j2\pi f T_s} - 1\right]$$

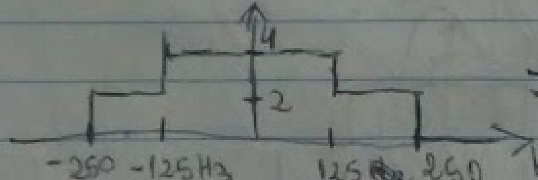
Convertendo $X(e^{j\Omega})$ para $X_n(f)$ temos:

$\Omega_1 = \pi/4 \Rightarrow \omega_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 1000 = 250\pi \Rightarrow f_1 = \frac{250\pi}{2\pi} = 125\,Hz$

$\Omega_2 = \pi/2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\pi}{2} \cdot 1000 = 500\pi \Rightarrow f_2 = \frac{500\pi}{2\pi} = 250\,Hz$

Logo:

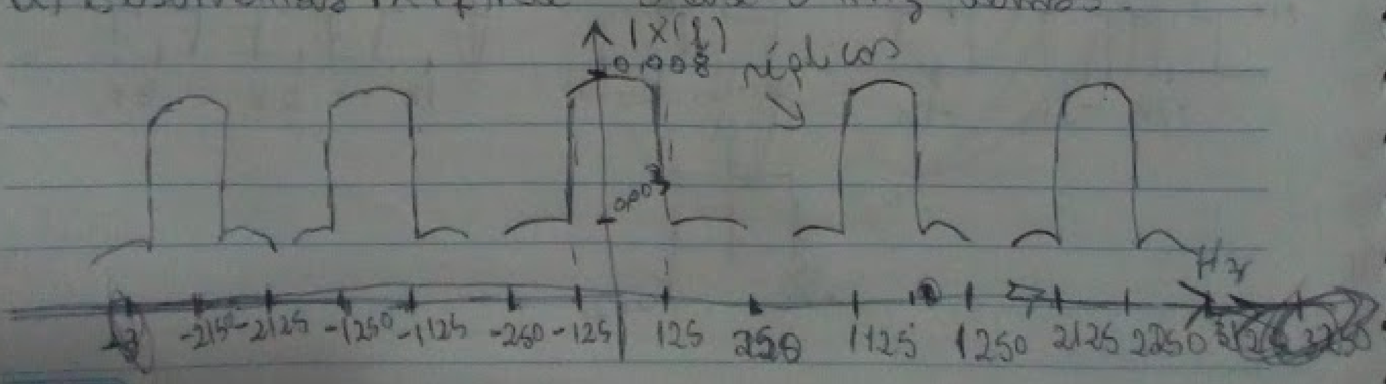
$X_n(f) =$



$= 2rect(f/500) + 4rect(f/250)$

$$X(f) = X_n(f) \cdot H(f) = \left(\frac{1}{j2\pi f}\left[e^{-j2\pi f T_s} - 1\right]\right) \cdot \left(2rect(f/500) + 4rect(f/250)\right)$$

a) Desenhando $|X(f)|$ de -3 até $3\,KHz$ temos:



/ /

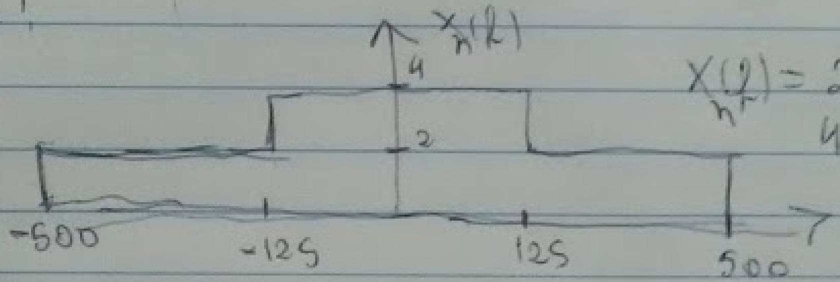
b) $|X(f)|_{f=0} \approx 0,008$, $\angle X(f)_{f=0} = 0$

$|X(f)|_{f=100} \approx 0,079$, $\angle X(f)_{f=100} = -0,426987$

$|X(f)|_{f=1200} \approx 0,002$, $\angle X(f)_{f=1200} = 0,853973$

c) $\Omega_2 = \pi \Rightarrow w_2 = 1000\pi \Rightarrow f_2 = \frac{1000\pi}{2\pi} = 500$

logo:



$X_n(f) = 2\,rect(f/1000) + 4\,rect(f/250)$

$|X(f)|_{f=0} \approx 0,008$, $\angle X(f)_{f=0} = 0$

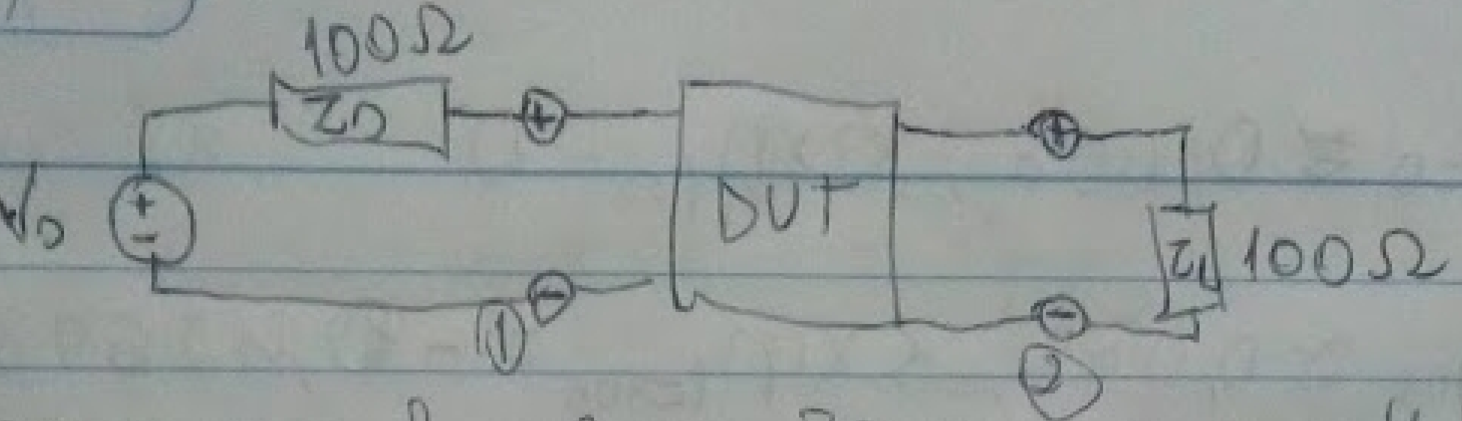
$|X(f)|_{f=100} \approx 0,079$, $\angle X(f)_{f=100} = -0,426987$

devido o teorema da amostragem não ser obedecido

$|X(f)|_{f=1200} \approx 0,008 + 0,079 = 0,0798$

$\angle X(f)_{f=1200} \approx -0,853973$

3.15



V_s = seno com frequência 70 MHz e $P_{V_s} = 4\,dBm$

$IL = \dfrac{P_L^{no}}{P_L^{ves}}$, de acordo com a tabela 3.6 um valor típico de IL seria 24,7

$P_{V_s} = 4\,dBm = P_L^{ves}$

$P_L^{no} = 24{,}7 \cdot 4 = 98{,}8$

b) Calcula-se o ganho em cada frequência do cosseno, passa pra linear e depois multiplica com $x(t)$ para obter $y(t)$