# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO ELETROMAGNETISMO

# RELATÓRIO DE EXPERIMENTOS E ATIVIDADES PARTE 3

**IURY CLEVESTON** 

PROFESSOR LUIZ RIGHI

SANTA MARIA– RS JUNHO 2014

# SOFTWARE PARA SIMULAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Como requisitado em aula, fiz um software para calcular os parâmetros de uma linha de transmissão em um cabo Coaxial. Tais parâmetros são:

R'	$\frac{1}{2\pi}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})\sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma_c}}$	Resistência do Condutor
L'	$\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$	Indutância Serie
G'	$\frac{2\pi\sigma_d}{\ln\frac{b}{a}}$	Condutância do Dielétrico
C'	$\frac{2\pi\epsilon}{\ln\frac{b}{a}}$	Capacitância

Abaixo, segue o código do software, desenvolvido em Python:

```
import numpy as np
eo = 8.854e-12
muo = np.pi*4*e-7
print("\n")
print("-----")
raioI = float(input("Digite o raio interno (mm): "))
raioE = float(input("Digite o raio externo (mm): "))
permissividadeR = float(input("Digite a permissividade relativa: "))
condutividadeD = float(input("Digite a conditividade do dieletrico (S/m): "))
condutividadeC = float(input("Digite a conditividade do condutor (S/m): "))
frequencia = float(input("Digite a frequencia (Hz): "))
omega = 2*np.pi*frequencia
G = (2*np.pi*condutividadeD)/(np.log(raioE/raioI))
C = (2*np.pi*permissividadeR*eo)/(np.log(raioE/raioI))
L = muo*np.log(raioE/raioI)/(2*np.pi)
Rs = np.sqrt(np.pi*frequencia*muo/condutividadeC)
R = (1000*((1/raioI) + (1/raioE))*Rs)/(2*np.pi)
gamma = np.sqrt((R + 1j*omega*L)*(G + 1j*omega*C))
print("\n")
print("-----")
print("G = " + str(G) + " S/m")
print("C = " + str(C) + " F/m")
print("L = " + str(L) + " H/m")
print("R = " + str(R) + " ohm/m")
print("Constante de Propagacao (Gamma) = " + str(gamma))
  -----CABO COAXIAL-----
 Digite o raio interno (mm): 0.45
 Digite o raio externo (mm): 1.47
 Digite a permissividade relativa: 2.26
 Digite a conditividade do dieletrico (S/m): le7
 Digite a conditividade do condutor (S/m): le9
 Digite a frequencia (Hz): le6
 ------RESULTADOS-----
 G = 53077749.8355  S/m
 C = 1.06208789732e-10 F/m
 L = 5.11682145058 \text{ H/m}
 R = 134.934446254 ohm/m
```

# DEDUÇÃO DAS ONDAS HARMÔNICAS NO TEMPO EM LT

Sendo V(z, t) e I(z, t) ondas senoidais no tempo, podemos aplicar fasores, de modo a reduzir a complexidade. Fazendo com que nossas funções fique da forma:

$$\frac{dV_s}{dz} = -(R' + j\omega L')I_s(z)$$

e

$$\frac{dI_s}{dz} = -(G' + j\omega C')V_s(z)$$

Como os fasores são apenas funções da posição, não necessitamos mais das derivadas parciais em função do tempo.

Então, derivando ambos os lados em relação a z:

$$\frac{d^2V_s(z)}{dz^2} = -\frac{d}{dz}(R' + j\omega L')I_s(z)$$

Agora, podemos retirar  $R' + j\omega L'$  de dentro da derivada e resolvendo em relação a Vs(z) e Is(z), teremos:

$$\frac{d^{2}V_{s}(z)}{dz^{2}} = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C')V_{s}(z)$$

Agrupando as incógnitas, ficamos com:

$$\frac{d^2V_s(z)}{dz^2} - \gamma^2V_s(z) = 0$$

Onde y e a constante de propagação.

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

Resolvendo a equação diferencial, encontramos duas possíveis soluções na forma:

$$V_s = Ae^{\lambda z}$$
  $V_s = Ae^{-\lambda z}$ 

Substituindo as constantes, teremos:

$$V_s = Vo^+e^{-\lambda z}$$
  $V_s = Vo^-e^{\lambda z}$ 

E pela identidade de Euler:

$$\boldsymbol{V}_{s}(\boldsymbol{z},\!t) \!=\! \boldsymbol{V}_{0}^{+} e^{-\alpha \boldsymbol{z}} \cos(\omega t - \beta \boldsymbol{z})$$

$$V_s(z,t) = V_0^- e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z)$$

Onde  $V_0^+$  e  $V_0^-$  são os valores de tensão na direção +z e -z, respectivamente em z=0. De modo que a função final seja:

$$\boldsymbol{V}_{s}(z,\!t) \!=\! \boldsymbol{V}_{0}^{+} \boldsymbol{e}^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \!+\! \boldsymbol{V}_{0}^{-} \boldsymbol{e}^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z)$$

e a mesma dedução é válida para a corrente:

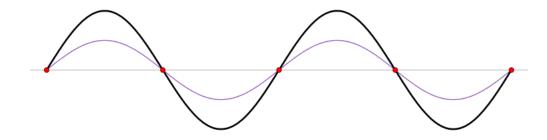
$$\boldsymbol{I}_{s}(\boldsymbol{z},\!t) = \boldsymbol{I}_{0}^{+}\boldsymbol{e}^{-\alpha\boldsymbol{z}}\cos(\omega t - \beta\boldsymbol{z}) + \boldsymbol{I}_{0}^{-}\boldsymbol{e}^{\alpha\boldsymbol{z}}\cos(\omega t + \beta\boldsymbol{z})$$

Estas, portanto, são as equações de onda viajante para uma linha de transmissão.

### ONDAS PROGRESSIVAS, REGRESSIVAS E ESTACIONARIAS

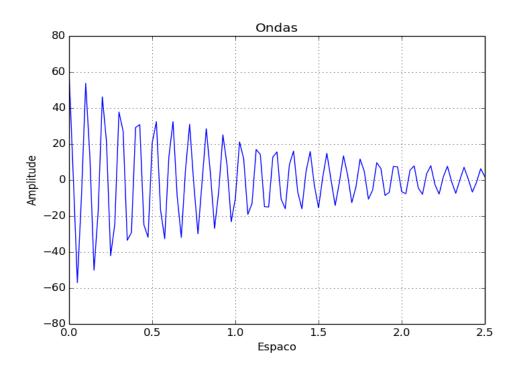
Ondas estacionárias são ondas que possuem um padrão de vibração estacionário. Formam-se a partir de uma superposição de duas ondas idênticas mas em sentidos opostos, normalmente quando as ondas estão confinadas no espaço como ondas sonoras em um tubo fechado e ondas de uma corda com as extremidades fixas. [WIKIPÉDIA, 2014]

Esse tipo de onda é caracterizado por pontos fixos de valor zero, chamados de nodos, e pontos de máximo também fixos, chamados de antinodos. São ondas resultantes da superposição de duas ondas de mesma freqüência, mesma amplitude, mesmo comprimento de onda, mesma direção e sentidos opostos. [WIKIPÉDIA, 2014]



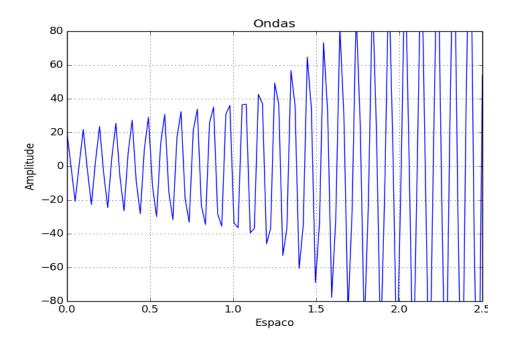
Desse modo, uma onda progressiva com atenuação pode ser descrita como:

$$V_s(z,t) = V_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$



Bem como uma onda regressiva com atenuação é descrita por:

$$V_s(z,t) = V_0^{-} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z)$$



Abaixo, segue o código em Python que simula ondas progressivas e regressivas:

```
import matplotlib.pyplot as pPlot
import numpy as np
def maior(x,y): #Aqui definimos a função MAIOR, essa função é uma função de x e y
         if x>y: # Comparamos x e y, se x é maior retornamos o valor de x
        return x
        else: # caso contrário, retornamos o valor de y
        return v
amplitudeP = float((input("Amplitude em z=0 - Onda Progressiva: ")))
amplitudeR = float(input("Amplitude em z=0 - Onda Regressiva: "))
amortecimento = float(input("Amortecimento (Alfa): "))
cFase = float(input("Constante de Fase (Beta): "))
frequencia = float(input("Frequencia (Hz): "))
omega = 2*np.pi*frequencia
x = linspace(0, 50*np.pi/omega, 101)
x1 = linspace(0, 50*np.pi/omega, 103)
progressiva = amplitudeP*np.e**(-amortecimento*x)*np.cos(omega*x - cFase*x)
regressiva = amplitudeR*e**(amortecimento*x1)*np.cos(omega*x1 + cFase*x1)
title('Ondas')
xlabel('Espaco')
ylabel('Amplitude')
ylim(-maior(amplitudeP, amplitudeR) - (maior(amplitudeP, amplitudeR)/3),
maior(amplitudeP, amplitudeR) + (maior(amplitudeP, amplitudeR)/3))
xlim(0, 50*np.pi/omega)
grid()
plot(x, progressiva)
plot(x1, regressiva)
```

Este trabalho foi extremamente importante, no sentido de podermos visualizar essas ondas, bem como a forma como ela se comporta no espaço e no tempo.

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO ELETROMAGNETISMO

CIRCUITO RC SÉRIE

**IURY CLEVESTON** 

PROFESSOR LUIZ RIGHI

SANTA MARIA – RS JUNHO 2014

### **OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS**

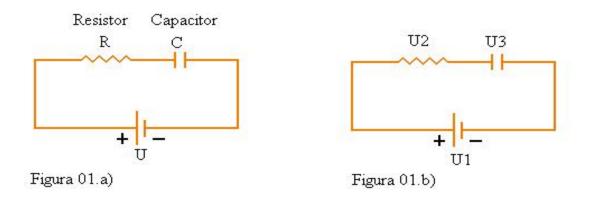
Dos muitos circuitos complexos que podem ser produzidos pela ligação de reatâncias e resistências, os circuitos RC série é um dos mais frequentemente encontrados.

Desse modo, este trabalho tem como objetivo analisar tais circuitos, ter contato com os equipamentos utilizados para realizar medições, como geradores de sinais, osciloscópios, resistores e capacitores. Também, temos como objetivo estudar a reatância e a susceptância capacitivas no circuito RC e verificar aplicações para este circuito, que é tão usado por profissionais da área.

Não obstante, como futuro engenheiro de computação, eu tenho o dever de saber como esses elementos se comportam em um circuito. Assim sendo, esse trabalho vem de encontro com meus objetivos como estudante e futuro engenheiro.

# INTRODUÇÃO

Os circuitos RC são circuitos onde um resistor de resistência R é associado em série a um capacitor de capacitância C, assim como uma bateria de FEM U. É preciso lembrar que não há passagem de corrente contínua entre as placas de um capacitor, de modo que o tipo de corrente que se vai estudar é variável com o tempo.



Em primeiro lugar vamos lembrar como se carrega o capacitor. Quando o circuito está aberto, a ddp entre as placas do capacitor é 0. Fechando o circuito com a bateria, cargas positivas (+q) fluem do pólo positivo da bateria para uma das placas, enquanto as cargas negativas (-q) fluem do pólo negativo para a outra placa. Com as placas carregadas, a ddp entre elas aumenta para V = q/C. Neste processo a carga q aumenta com o tempo. Ou seja, Q é o valor máximo da carga do capacitor. [Eng. Pedro Apostila do IFI sobre circuitos RC].

Se abrirmos a chave S do circuito o capacitor continua carregado, mesmo sem a bateria. Se tirarmos agora a bateria, e conectarmos o capacitor a um resistor, ele irá se descarregar, ou seja q diminuirá agora com o tempo; pois as cargas acumuladas nas placas do capacitor fluem novamente pelo circuito, formando uma corrente elétrica que passa pelo resistor. Quando corrente passa pelo resistor há uma conversão em calor, de modo que toda a energia acumulada no capacitor vai ser dissipada pelo resistor. A longo prazo, tanto a carga no capacitor quanto a corrente no resistor serão nulas.

O papel da resistência R é "amortecer" este processo. Por exemplo, se não houvesse resistência, o capacitor iria se carregar instantaneamente. Devido à resistência, no entanto, ele leva algum tempo para atingir a carga máxima Q. Da mesma forma, o capacitor não se descarrega imediatamente, mas aos poucos. [J. J. Brophy, Eletrônica Básica].

Essa é a principal utilidade do circuito RC, o que faz com que seja usado em eletrônica. Por exemplo, a lâmpada do flash da máquina fotográfica necessita para funcionar de uma corrente alta por um tempo muito curto. Antes do flash disparar, duas pilhas de 1,5 V carregam um capacitor através de um resistor. Terminada a carga o flash está pronto para o disparo. Quando se bate a foto, o capacitor descarrega através da lâmpada do flash. [D. Halliday, R. Resnick e J Merrill, Fundamentos de Física, vol. 3].

## MATERIAIS E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

#### Gerador de Sinais

Um gerador de funções é um aparelho eletrônico utilizado para gerar sinais elétricos de formas de onda, frequências (de alguns Hz a dezenas de MHz) e amplitude (tensão) diversas. São muito utilizados em laboratórios de eletrônica



como fonte de sinal para teste de diversos aparelhos e equipamentos eletrônicos.

Um gerador de funções deve poder gerar sinais senoidais, triangulares, quadrados, dente-de-serra, com sweep (frequência variável), todos com diversas frequências e amplitudes. Normalmente ele possui um frequencímetro acoplado e diversos botões de ajuste e seleção, além de conectores para saída do sinal. [WIKIPEDIA]

### Osciloscópio

O osciloscópio é um instrumento de medida eletrônico que cria um gráfico bi-dimensional visíve de uma ou mais diferenças de potencial. O eixo horizontal do ecrã (monitor) normalmente representa o tempo, tornando o instrumento útil para mostrar sinais periódicos.



O eixo vertical comumente mostra a tensão.

O monitor é constituído por um "ponto" que periodicamente "varre" a tela da esquerda para a direita.

O uso clássico de um osciloscópio é diagnosticar uma peça defeituosa em um equipamento eletrônico. Em um rádio, por exemplo, se olha no esquema elétrico do aparelho e se localizam as conexões entre os estágios (como mixer eletrônico, osciladores eletrônicos, amplificadores). [WIKIPEDIA]

#### Multímetro

Um multímetro é um aparelho destinado a medir e avaliar grandezas elétricas. Existem modelos com mostrador analógico e modelos com mostrador digital. O modelo com mostrador digital funciona convertendo a corrente elétrica em sinais digitais através de circuitos denominados conversores analogo-digitais.

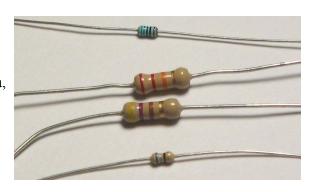
Esses circuitos comparam a corrente a medir com uma corrente interna gerada em incrementos fixos que vão sendo contados digitalmente até que se igualem, quando o resultado então



é mostrado em números. Várias escalas divisoras de tensão, corrente, resistência e outras são possíveis. [WIKIPEDIA]

#### Resistor

Um resistor (frequentemente chamado de resistência, que é na verdade a sua medida) é um dispositivo elétrico muito utilizado em eletrônica, ora com a finalidade de transformar energia elétrica em energia térmica por meio do efeito joule, ora com a finalidade de limitar a corrente elétrica em um circuito.



Resistores são componentes que têm por finalidade oferecer uma oposição à passagem de corrente elétrica, através de seu material. A essa oposição damos o nome de resistência elétrica ou impedância, que possui como unidade o ohm.

Causam uma queda de tensão em alguma parte de um circuito elétrico, porém jamais causam quedas de corrente elétrica, apesar de limitar a corrente. Isso significa que a corrente elétrica que entra em um terminal do resistor será exatamente a mesma que sai pelo outro terminal, porém há uma queda de tensão. Utilizando-se disso, é possível usar os resistores para controlar a corrente elétrica sobre os componentes desejados. [WIKIPEDIA]

#### Capacitor

Capacitor ou condensador é um componente que armazena energia num campo elétrico, acumulando um desequilíbrio interno de carga elétrica.

Os formatos típicos consistem em dois eletrodos ou placas que armazenam cargas opostas. Estas duas placas são condutoras e são separadas por um isolante (ou dielétrico). A carga



é armazenada na superfície das placas, no limite com o dielétrico. Devido ao fato de cada placa armazenar cargas iguais, porém opostas, a carga *total* no dispositivo é sempre zero.

Os elétrons não podem passar diretamente através do dielétrico de uma placa do capacitor para a outra. Quando uma tensão é aplicada a um capacitor através de um circuito externo, a corrente flui para uma das placas, carregando-a, enquanto flui da outra placa, carregando-a, inversamente. Em outras palavras, quando a Tensão que flui por um capacitor muda, o capacitor será carregado ou descarregado. [WIKIPEDIA]

A fórmula corrente é dada por

$$I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}$$

### REATÂNCIA E SUSCEPTÂNCIA CAPACITIVA

### Reatância Capacitiva

A reatância capacitiva só existe em circuitos de corrente alternada. Em circuitos de corrente contínua um capacitor apresenta resistência considerada nula ao se ligar o circuito e infinita depois de carregado o capacitor.

Todo capacitor em circuito de corrente alternada atua como um resistor. Sua resistência será dada em função da frequência do circuito e o valor do capacitor dado em farads. O valor nunca será exato, já que  $\pi$  é um número irracional. Porém, a diferença entre o valor obtido e o real é desprezível, não afetando o circuito.

Vale lembrar que o cálculo descrito abaixo só é válido para tensão alternada com onda senoidal, com semiciclos de 50%, e a mesma tensão de pico para os dois lados da senoide em relação ao referencial. A reatância capacitiva é o tipo de reatância devida à capacitância de um capacitor, de um circuito elétrico ou circuito eletrônico. É medida em ohms e é igual à recíproca do produto de  $2\pi$  pela frequência em hertz e pela capacitância em farads, onde X < 0. [WIKIPEDIA]

A reatância é capacitiva (XC) e o seu valor em ohms é dado por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

#### Susceptância Capacitiva

Susceptância (B) é a medida da permissão à passagem da corrente elétrica causada por elemento passivo de circuito dotado de propriedades de campos variantes no tempo, sendo, contudo, não apenas a parte oposta por campos variantes no tempo, indutiva, se campo magnético, capacitiva, se campo elétrico, mas medida que depende de todos os parâmetros impeditivos.

Num circuito de corrente elétrica alternada senoidal, no caso geral, a susceptância vale o quociente do componente da corrente que está em quadratura com a tensão pela tensão aplicada. Equivalentemente, ela é medida também pelo quociente da reatância do circuito pelo quadrado do módulo da impedância.

No caso particular de um circuito passivo apenas reativo, a susceptância será precisamente igual ao inverso multiplicativo da reatância resultante. Em análise fasorial, diz-se corretamente que susceptância é a parte imaginária da admitância, enquanto a parte real é representada pela condutância.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), susceptância, assim como condutância e admitância, em circuitos elétricos, é medida em siemens (S). [WIKIPEDIA]

A susceptância é capacitiva (B) e o seu valor em siemens é dado por:

$$B = \frac{1}{X}$$

## DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

## Corrente no Capacitor

Sabe-se que pela Lei de Ohm:

$$i(t) = \frac{V(t)}{R} = I_p \cos \omega t$$

Sendo  $I_p$  a corrente de pico e  $\omega$  a velocidade angular. Sabe-se, também, que a tensão em sua forma senoidal pode ser expressa por :

$$v(t) = V_p \cos(\omega t + \phi)$$

E temos que a carga em um capacitor é:

$$Q(t) = Cv(t)$$

Desse modo, a corrente é:

$$i(t) = \frac{d}{dt}Q(t) \qquad \qquad i(t) = C\frac{d}{dt}(V_{p}\cos(\omega t + \phi))$$

$$i(t) = C\omega V_p \sin(\omega t + \phi)$$

ou então:

$$i(t) = C_2 \pi f V_p \sin(\omega t + \phi)$$

## Capacitância através da Reatância

A reatância é o inverso da susceptância, após isso, isolamos a capacitância (C):

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{V_p}{I_p}$$

$$C = \frac{I_p}{\omega V_p}$$

## DESENVOLVIMENTO PRÁTICO

## Parte 1

Esta parte consistiu de ligar o gerador de sinais e medir sua tensão com o multímetro ou osciloscópio. Obtivemos uma tensão de V=1.7v

### Parte 2

Ligar dois resistores em serie com o gerador de sinal e medir a tensão com o multímetro. Obtivemos o valor de V = 1,4v

### Parte 3

Comparar os valores obtidos com o osciloscópio, multímetro e o mostrado pelo gerador de sinal. Sendo que Vef é a tensão efetiva, ou seja, é dividida por  $\sqrt{2}$ .

Equipamento	Frequência (KHz)	Vpp (V)	Vef (v)
Osciloscópio	1	5	1.7
Multímetro	1	1.97	0.7
Gerador Sinais	1	2	0.71

Parte 4

Trocar os dois resistores por dois capacitores e montar a nova tabela.

Equipamento	Frequência (KHz)	Vpp (V)	Vef (v)
Osciloscópio	1	5	1.7
Multímetro	1	5.1	1.8
Gerador Sinais	1	5	1.8

Parte 5

Construir o circuito RC e completar a tabela.

Elemento	Frequência (KHz)	Vpp (V)	Vef (v)
Fonte	1	5	1.8
Resistor	1	1.2	0.431
Capacitor	1	4.8	1.68

## CONCLUSÃO

Analisando o comportamento do experimento, pode-se observar que quando um capacitor está totalmente carregado ele funciona como um fio e quando esta descarregado não há a passagem de corrente nele, uma vez que a diferença de potencial do capacitor é igual à diferença de potencial da fonte. Vale a pena ressaltar que com o capacitor totalmente carregado, a passagem de corrente não ocorre quando a fonte está ligada. Entretanto, ao desligar a fonte, a corrente no capacitor passa a ser máxima, uma vez que este começa a ser descarregado.

Nota-se que a corrente passando pelo circuito é máxima no exato instante em que o capacitor começa a ser carregado ou descarregado, tomando como prova a observação experimental.

Portanto, estes experimentos com circuitos RC, são muito simples de serem executados, mas com um extrema importância para o nosso aprendizado, uma vez que o estudo das propriedades desses elementos, como a reatância capacitiva, desmistifica toda a parte teórica vista em aula.

Além, é claro, do contato que tivemos com os equipamentos e ferramentas que são usadas quando se trabalha com esses circuitos. Afinal, é com a pratica que se alcança a excelência.