

# 2023 年 9 月 7 日高一数学作业

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_

分数：\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 下列集合的表示方法中，不同于其他三个的是 ( )

A.  $\{x|x=2018\}$     B.  $\{2018\}$     C.  $\{x=2018\}$     D.  $\{y|(y-2018)^2=0\}$

2. 下列集合中为  $\emptyset$  的是 ( )

A.  $\{0\}$     B.  $\{\emptyset\}$     C.  $\{x|x^2+4=0\}$     D.  $\{x|x+1\leq 2x\}$

3. 设  $A=\{x|x^2-8x+15=0\}$ ,  $B=\{x|ax-1=0\}$ . 若  $B\subseteq A$ , 则实数  $a$  组成的集合为 ( )

A.  $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$     B.  $\left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$     C.  $\left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$     D.  $\left\{0, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$

4. 已知集合  $A=\{-1, 0, 1\}$ ,  $B=\{x|x^2-1\leq 0\}$ , 则下列结论中正确的是 ( )

A.  $A\cap B=\{0\}$     B.  $A\cup B=\{-1, 0, 1\}$     C.  $A\subseteq B$     D.  $B\subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$

5. 若集合  $A=\{x|x=2k+1, k\in\mathbb{Z}\}$ ,  $B=\{x|x=2k-1, k\in\mathbb{Z}\}$ ,  $C=\{x|x=4k-1, k\in\mathbb{Z}\}$ ,

则  $A, B, C$  的关系是 ( )

A.  $C\subsetneq A=B$     B.  $A\subseteq C\subseteq B$   
C.  $A=B\subsetneq C$     D.  $B\subseteq A\subseteq C$

6. 已知  $M, N$  是全集  $U$  的非空子集, 且  $N\subseteq \complement_U M$ , 则 ( )

A.  $N\subseteq M$     B.  $M\subseteq \complement_U N$     C.  ${}_U M = {}_U N$     D.  $M\subseteq N$

7. 已知集合  $M=\{(x, y)|x+y<0, xy>0\}$  和  $P=\{(x, y)|x<0, y<0\}$ , 那么 ( )

A.  $P\subsetneq M$     B.  $M\subsetneq P$     C.  $M=P$     D.  $M\neq P$

8. 设集合  $A=\{n|n=6k+1, k\in\mathbb{Z}\}$ ,  $B=\{n|n=3m+1, m\in\mathbb{Z}\}$ , 则下列判断正确的是 ( )

A.  $A=B$     B.  $A\cup B=A$   
C.  $A\cap B=A$     D.  $B\subseteq A$

9. 已知集合  $A=\left\{x\left|x=\frac{a}{2}+\frac{1}{6}, a\in\mathbb{Z}\right.\right\}$ ,  $B=\left\{x\left|x=\frac{b}{2}-\frac{1}{3}, b\in\mathbb{Z}\right.\right\}$ ,  $C=\left\{x\left|x=c+\frac{1}{6}, c\in\mathbb{Z}\right.\right\}$ ,

则  $A, B, C$  之间的关系正确的是 ( )

A.  $A=B\supseteq C$     B.  $A=B\subseteq C$     C.  $A=B=C$     D.  $A\subseteq B=C$

## 二、解答题

10. 若集合  $A = \{x \mid ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$  至多有一个真子集, 求  $a$  的取值范围.

11. 已知集合  $A = \{x \mid 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$ ,  $B = \{x \mid x < -1, \text{ 或 } x > 16\}$ , 若  $A \subseteq (A \cap B)$ , 求实数  $a$  的取值范围.

12. . 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 4x - 12 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \mid a - 1 < x < 3a + 2\}$ .

(1) 当  $a = 1$  时, 求  $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B$ ;

(2) 若  $A \cap B = B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**参考答案:**

1. C

【分析】利用集合的概念及集合的表示即可判断.

【详解】选项 A, B, D 对应的集合中只有一个元素 2018, 故它们是相同的集合, 而 C 中虽只有一个元素, 但该元素是用等式作为元素, 而不是实数 2018, 故选项 C 与其他三个选项不同.

故选: C.

2. C

【分析】根据集合的表示方法, 逐项判定, 即可求解.

【详解】对于 A 中, 由集合  $\{0\}$  中有一个元素 0, 不符合题意;

对于 B 中, 由集合  $\{\emptyset\}$  中有一个元素  $\emptyset$ , 不符合题意;

对于 C 中, 由方程  $x^2 + 4 = 0$ , 即  $x^2 = -4$ , 此时方程无解, 可得  $\{x | x^2 + 4 = 0\} = \emptyset$ , 符合题意;

对于 D 中, 不等式  $x + 1 \leq 2x$ , 解得  $x \geq 1$ ,  $\{x | x + 1 \leq 2x\} = \{x | x \geq 1\}$ , 不符合题意.

故选: C.

3. C

【分析】解方程可求得集合 A; 根据包含关系, 分别讨论  $B = \emptyset$  和  $B \neq \emptyset$  的情况即可求得结果.

【详解】由  $x^2 - 8x + 15 = 0$  得:  $x = 3$  或  $x = 5$ ,  $\therefore A = \{3, 5\}$ ;

当  $B = \emptyset$  时,  $a = 0$ , 此时满足  $B \subseteq A$ ;

当  $B \neq \emptyset$  时, 由  $ax - 1 = 0$  得:  $x = \frac{1}{a}$ , 即  $B = \left\{\frac{1}{a}\right\}$ ,

$\because B \subseteq A$ ,  $\therefore \frac{1}{a} = 3$  或  $\frac{1}{a} = 5$ , 解得:  $a = \frac{1}{3}$  或  $a = \frac{1}{5}$ ;

综上所述: 实数  $a$  组成的集合为  $\left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$ .

故选: C.

4. C

【分析】求出集合 B, 再根据交集, 并集, 补集的定义及子集的定义逐一判断即可.

【详解】 $B = \{x | x^2 - 1 \leq 0\} = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,

则  $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$ ,  $A \cup B = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ , 故 AB 错误;

$A \subseteq B$ , 故 C 正确;

$\complement_{\mathbb{R}} A = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$ , 故集合  $B, \complement_{\mathbb{R}} A$  两者不具有包含关系, 故 D 错误.

故选: C.

5. A

【分析】将集合  $A, B, C$  改写成形式统一的格式, 再判断其表示数集的范围即可得出其关系.

【详解】已知  $A = \{x | x = 2(k+1) - 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ,

$C = \{x | x = 2 \cdot 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ,

显然  $k, k+1$  可表示整数, 而  $2k$  只能表示偶数;

所以  $C \subsetneq A = B$ .

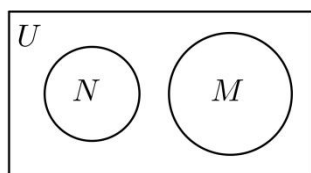
故选: A.

6. B

【分析】根据韦恩图以及集合与集合之间的关系可得答案.

【详解】因为  $M, N$  是全集  $U$  的非空子集, 且  $N \subseteq \complement_U M$ ,

所以韦恩图为:



由韦恩图可知, A 不正确; B 正确; C 不正确; D 不正确.

故选: B

7. C

【分析】先利用不等式的性质化简集合  $M$ , 再利用集合与集合间的关系可知,  $M = P$ , 从而得解.

【详解】由  $\begin{cases} x+y < 0 \\ xy > 0 \end{cases}$ , 得到  $\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$ ,

所以  $M = \{(x, y) | x+y < 0, xy > 0\} = \{(x, y) | x < 0, y < 0\}$ ,

又  $P = \{(x, y) | x < 0, y < 0\}$ , 所以  $M = P$ ,

故选：C.

8. C

【分析】利用举反例可排除选项 A,B,D, 然后根据集合 A 中的元素可满足集合 B 中元素的表示形式, 故  $A \subseteq B$ , 可判断 C

【详解】因为集合  $A = \{n | n = 6k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{n | n = 3m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$ ,

所以  $4 \in B$ ,  $4 \notin A$ , 所以选项 A,B,D 均不正确,

因为  $A = \{n | n = 6k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$  中的所有元素可表示为  $n = 6k + 1 = 3(2k) + 1, k \in \mathbf{Z}$ ,

满足集合 B 中元素的表示形式, 故  $A \subseteq B$ , 所以  $A \cap B = A$ , 故 C 正确,

故选：C

9. A

【分析】化简各集合, 明确各集合表示的数的特点, 即可判断各集合的关系, 即得答案.

【详解】由题意知  $A = \left\{x \mid x = \frac{a}{2} + \frac{1}{6}a \in \mathbf{Z}\right\} = \left\{x \mid x = \frac{3a+1}{6}a \in \mathbf{Z}\right\}$ ,

$$B = \left\{x \mid x = \frac{b}{2} - \frac{1}{3}, b \in \mathbf{Z}\right\} = \left\{x \mid x = \frac{3b-2}{6}, b \in \mathbf{Z}\right\},$$

$$C = \left\{x \mid x = c + \frac{1}{6}, c \in \mathbf{Z}\right\} = \left\{x \mid x = \frac{3 \times (2c) + 1}{6}, c \in \mathbf{Z}\right\},$$

由此可知集合 A,B 表示被 3 除余 1 的数再除以 6 的数的集合, 集合 C 表示被 6 除余 1 的数再除以 6 的数的集合,

故  $A = B \supseteq C$ ,

故选：A

10.  $a = 0$  或  $a \geq 1$ .

【分析】分类讨论集合 A 的元素个数即可.

【详解】①当 A 无真子集时, 即  $A = \emptyset$  时,

则方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  无实根,

所以  $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 4 - 4a < 0 \end{cases}$ , 解之得  $a > 1$ .

②当 A 只有一个真子集时, 即 A 为单元素集, 这时有两种情况:

当  $a = 0$  时, 方程化为  $2x + 1 = 0$ , 解得  $x = -\frac{1}{2}$ , 符合题意;

当  $a \neq 0$  时, 由  $\Delta = 4 - 4a = 0$ , 解得  $a = 1$ , 符合题意.

综上, 当集合  $A$  至多有一个真子集时,  $a$  的取值范围是  $a = 0$  或  $a \geq 1$ .

11. (1)  $[-2, 0] \cup [5, 6]$ ;

(2)  $(-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [-1, \frac{4}{3}]$ .

【分析】(1) 解一元二次不等式化简集合  $A$ , 再把  $a = 1$  代入, 利用补集、交集的定义求解作答.

(2) 由已知可得  $B \subseteq A$ , 再利用集合的包含关系分类求解作答.

【详解】(1) 解不等式  $x^2 - 4x - 12 \leq 0$ , 得  $-2 \leq x \leq 6$ , 即  $A = [-2, 6]$ ,

当  $a = 1$  时,  $B = (0, 5)$ ,  $\complement_{\mathbb{R}} B = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$ ,

所以  $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B = [-2, 0] \cup [5, 6]$ .

(2) 由 (1) 知,  $A = [-2, 6]$ , 由  $A \cap B = B$ , 得  $B \subseteq A$ ,

当  $a - 1 \geq 3a + 2$ , 即  $a \leq -\frac{3}{2}$  时,  $B = \emptyset$ , 满足  $B \subseteq A$ , 因此  $a \leq -\frac{3}{2}$ ;

当  $a - 1 < 3a + 2$ , 即  $a > -\frac{3}{2}$  时,  $B \neq \emptyset$ , 即有  $(a - 1, 3a + 2) \subseteq [-2, 6]$ ,

则  $\begin{cases} a - 1 \geq -2 \\ 3a + 2 \leq 6 \end{cases}$ , 解得  $-1 \leq a \leq \frac{4}{3}$ , 因此  $-1 \leq a \leq \frac{4}{3}$ ,

所以实数  $a$  的取值范围  $(-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [-1, \frac{4}{3}]$ .

12.  $a < 6$  或  $a > \frac{15}{2}$ .

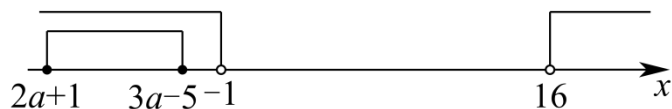
【分析】根据  $A \subseteq (A \cap B)$  结合  $(A \cap B) \subseteq A$  确定  $A \subseteq B$ , 分类讨论  $A$  是否为空集, 列出相应不等式, 即可求得答案.

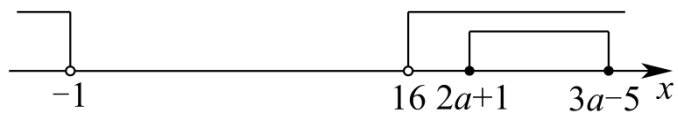
【详解】因为  $A \subseteq (A \cap B)$ , 而  $(A \cap B) \subseteq A$ ,

所以  $A \cap B = A$ , 即  $A \subseteq B$ .

当  $A = \emptyset$  满足条件, 此时  $2a + 1 > 3a - 5$ , 即  $a < 6$ .

当  $A \neq \emptyset$  时, 如图所示,





$$\text{则} \begin{cases} 2a+1 \leq 3a-5 \\ 3a-5 < -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2a+1 \leq 3a-5 \\ 2a+1 > 16 \end{cases}$$

$$\text{由} \begin{cases} 2a+1 \leq 3a-5 \\ 3a-5 < -1 \end{cases}, \text{ 解得 } a \in \emptyset;$$

$$\text{由} \begin{cases} 2a+1 \leq 3a-5 \\ 2a+1 > 16 \end{cases} \text{ 解得 } a > \frac{15}{2}.$$

综上, 满足条件  $A \subseteq (A \cap B)$  的实数  $a$  的取值范围是  $a < 6$  或  $a > \frac{15}{2}$ .