ADDITION, SOUSTRACTION, MULTIPLICATION DE NOMBRES DECIMAUX

I. Addition

1) Vocabulaire

Définitions : L'**addition** est l'opération qui permet de calculer la **somme** de deux nombres.
Les nombres que l'on additionne sont les **termes** de la somme.

Exemple : $3{,}4 + 6{,}1 = 9{,}5$

termes : 3,4 et 6,1 — somme de 3,4 et 6,1 : 9,5

2) Calcul d'une somme

a. Calcul posé

Exemple : Poser et calculer 112,13 + 5 + 60,2.

	C	D	U	,	d	c
	1	1	2	,	1	3
+			5	,	0	0
+		6	0	,	2	0
	1	7	7	,	3	3

facultatif

Méthode : on aligne les virgules et on dispose les chiffres de même rang les uns sous les autres (les unités sous les unités, etc.)
On peut éventuellement rajouter des zéros pour avoir le même nombre de chiffres après la virgule.

b. Calcul en ligne

Propriétés : Pour calculer une somme, on peut : - changer l'ordre des termes.
- regrouper différemment les termes.

Conséquence : Pour calculer une somme on peut donc faire des regroupements astucieux pour faciliter les calculs.

Application : Calculer astucieusement les expressions suivantes:

$$A = 18{,}4 + 17 + 1{,}6 + 43 = (18{,}4 + 1{,}6) + (17 + 43) = 20 + 60 = \boxed{80}$$

$$B = 0{,}02 + 7{,}5 + 0{,}98 + 2{,}5 = (0{,}02 + 0{,}98) + (7{,}5 + 2{,}5) = 1 + 10 = \boxed{11}$$

$$C = 0{,}09 + 0{,}2 + 0{,}01 + 0{,}8 = (0{,}09 + 0{,}01) + (0{,}2 + 0{,}8) = 0{,}1 + 1 = \boxed{1{,}1}$$

0,09 + 0,01 = 0,10 = 0,1

II. La soustraction

1) Exemple

Un panier pèse 0,325 kg à vide. Rempli de cerises, il pèse 1,565 kg.
Quelle est la masse de cerises contenues dans ce panier ?

On peut traduire l'énoncé par : 0,325 + ? = 1,565 ← on cherche le nombre qui ajouté à 0,325 donne 1,565

donc ? = 1,565 – 0,325

? = 1,240

	1	,	5	6	5
-	0	,	3	2	5
	1	,	2	4	0

Il y a 1,240 kg de cerises dans ce panier.

A RETENIR : Lorsqu'on cherche le terme inconnu d'une somme, on fait une soustraction

2) Vocabulaire

Rappel : **Soustraire** veut dire enlever. On dit aussi **retrancher.**

Définition :	La **soustraction** est l'opération qui permet de calculer la **différence** entre deux nombres. Les nombres que l'on soustrait sont les **termes** de la différence

Exemple : $5{,}8 - 2{,}7 = 3{,}1$ (calcul mental : $5{,}8 \xrightarrow{-2} 3{,}8 \xrightarrow{-0{,}7} 3{,}1$)

termes — différence entre 5,8 et 2,7

Remarque : La différence de deux nombres est le nombre qu'il faut ajouter au deuxième terme pour obtenir le premier terme.

Exemples : $5{,}8 - 2{,}7 = 3{,}1$ car 3,1 est le nombre qu'il faut ajouter à 2,7 pour obtenir 5,8

$5{,}8 - 3{,}1 = 2{,}7$ car 2,7 est le nombre qu'il faut ajouter à 3,1 pour obtenir 5,8.

ATTENTION ! On ne peut pas changer l'ordre des termes d'une différence.

$$8 - 5 \neq 5 - 8$$

N'a pas de sens en classe de 6e car $5 < 8$

3) Calcul posé d'une différence

Exemple : poser et calculer 35,2 – 12,85

$$\begin{array}{cccc} C & D & d & c \\ 3 & 5, & {}^{1}2 & {}^{1}0 \\ -\,1_{+1} & 2,_{+1} & 8 & 5 \\ \hline 2 & 3, & 3 & 5 \end{array}$$

12 dixièmes moins (8 +1) dixièmes = 3 dixièmes

10 centièmes – 5 centièmes = 5 centièmes

Méthode :

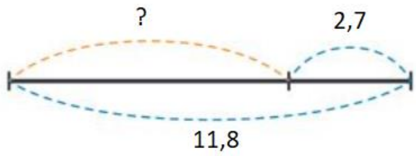
On aligne les virgules pour faciliter l'alignement des unités

On complète 35,2 avec un 0 pour faciliter le calcul

On commence par la droite : 0 centièmes– 5 centièmes : on ne peut pas car 0 < 5, on met donc des retenues.

4) Exercices d'application : trouver un nombre manquant

Exercice 1 : Calculer le nombre qu'il faut ajouter à 2,7 pour obtenir 11,8



? + 2,7 = 11,8 ← on cherche le nombre qu'il faut ajouter à 2,7 pour obtenir 11,8.

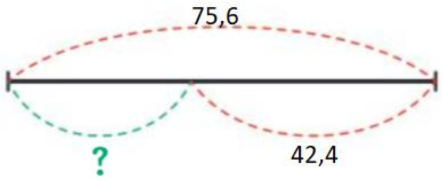
? = 11,8 – 2,7 ← ce nombre est la différence de 11,8 et 2,7

? = 9,1

Le nombre qu'il faut ajouter à 2,7 pour obtenir 11,8 est 9,1

(Vérification : 9,1 + 2,7 = 11,8)

Exercice 2 : Calculer le nombre qu'il faut soustraire à 75,6 pour obtenir 42,4



75,6 - ? = 42,4

Donc ? + 42,4 = 75,6 ← 42,4 est le nombre qui, ajouté à ?, donne 75,6

? = 75,6 – 42,4

? = 33,2

Le nombre qu'il faut soustraire à 75,6 pour obtenir 42,4 est 33,2

(Vérification : 75,6 – 33,2 = 42,4)

III. Multiplication

1) Exemple

Louis parcourt 4,2 km pour se rendre au collège. Combien aura-t-il parcouru de km dans la semaine ? (Il est demi-pensionnaire)

Par jour : 4,2 km + 4,2 km = 8,4 km

Par semaine : 8,4 km + 8,4 km + 8,4 km + 8,4 km + 8,4 km = 5 x 8,4 km = 42 km (calcul mental : $8,4 \xrightarrow{\times 10} 84 \xrightarrow{:2} 42$)

Louis parcourt 42 km par semaine.

A retenir : Additionner plusieurs fois le même nombre revient à faire une multiplication.

2) Vocabulaire

Définition : La multiplication est l'opération qui permet de calculer le **produit** de deux nombres. Les nombres que l'on multiplie sont les **facteurs** du produit.

Exemple : 12,4 x 6 = 74, 4 ← se pose en ligne car on multiplie par un nombre d'un seul chiffre (nombre 6)

facteurs produit (de 12,4 par 6)

3) Multiplier par 10, 100, 1 000… ou multiplier par 0,1, par 0,01, par 0,001…

a. Multiplier par 10, 100, 1 000…

Pour multiplier par :	On décale la position de chaque chiffre :	Le chiffre des unités devient :
10	d'un rang vers la gauche	le chiffre des dizaines
100	de deux rangs vers la gauche	le chiffre des centaines
1000	de trois rangs vers la gauche	le chiffre des unités de mille

Remarque : Lorsqu'on multiplie un nombre par 10, 100, ou 1 000, on vérifie que l'on obtient un nombre plus grand.

Exemples :

0,19 x 10 = 1,9 4,7 x 100 = 470 58,2 x 1 000 = 58 200 0,47 x 10 000 = 4 700

Les chiffres ont été décalés une fois vers la gauche (←) : ils sont devenus 10 fois plus grands.

b. Multiplier par 0,1, par 0,01, par 0,001…

Pour multiplier par :	On décale la position de chaque chiffre :	Le chiffre des unités devient :
0,1	d'un rang vers la droite	le chiffre des dixièmes
0,01	de deux rangs vers la droite	le chiffre des centièmes
0,001	de trois rangs vers la droite	le chiffre des millièmes

Remarque : Multiplier un nombre par 0,1, par 0,01, ou par 0,001 revient à prendre le dixième, le centième, ou le millième de ce nombre. On obtient donc un nombre 10 fois, 100 fois ou 1000 fois plus petit.

Exemples :

16 x 0,1 = 1,6 23,5 x 0,1 = 2,35 6,74 x 0,01 = 0,067 4 1 428 x 0,001 = 1,428

Les chiffres ont été décalés
Une fois vers la droite (→) :
Ils sont devenus 10 fois plus petits.

4) Calcul posé

a) Avec des nombres entiers

Exemple : Poser et effectuer la multiplication de 683 par 79

On met les retenues.
On peut les barrer au fur et à mesure.

$$\begin{array}{rcccccl} & & & {}^{5}\cancel{7} & {}^{2}\cancel{2} & & \\ & & & 6 & 8 & 3 & \\ & \times & & & 7 & 9 & \\ \hline & & 6 & 1 & 4 & 7 & \leftarrow 683 \times 9 \\ + & 4 & 7 & 8 & 1 & 0 & \leftarrow 683 \times 70 \\ \hline & 5 & 3 & 9 & 5 & 7 & \leftarrow 683 \times 79 \end{array}$$

- On aligne correctement les chiffres pour préparer l'addition posée
- A chaque nouvelle ligne de calcul, on se décale d'un rang : on peut ajouter un zéro pour ne pas se tromper.

On a donc : 683 x 79 = 53 957

b) Avec des nombres décimaux (dont l'un au moins n'est pas entier)

Remarque :

$$\underset{\text{2 chiffres après la virgule}}{6,83} \times \underset{\text{1 chiffre après la virgule}}{7,9} = 683 \times 0,01 \times 79 \times 0,1 = (683 \times 79) \times (0,01 \times 0,1) = 53957 \times 0,001 = \underbrace{53,957}_{\text{2 + 1 chiffres après la virgule}}$$

On a remplacé 6,83 par 683 x 0,01 (683 centièmes)
et 7,9 par 79 x 0,1 (79 dixièmes)

Méthode :

- On effectue la multiplication sans tenir compte des virgules.
- On place ensuite les virgules aux deux facteurs
- On compte le nombre de chiffres qu'il y a après la virgule dans les 2 facteurs, et on met autant de chiffres après la virgule au résultat.

Applications : ①. Poser et effectuer a. 844,7 x 3,68 b. 7,4 x 2,5

a.

```
      1  1  2
      2  2  4
      3  3  5
      8 4 4,7    ← 
   x    3,6 8    ←  1+2 chiffres après la virgule
    ¹6 ¹7 5 7 6
  ¹5 0  6 8 2 0
+ ¹2 5 3  4 1 0 0
   3 1 0  8,4 9 6 ←  3 chiffres après la virgule
```

8 447 x 368 = 3 108 496

donc 844,7 x 3,68 = 3 108,496

b.

```
        2
       7,4   ←
   x   2,5   ←  1+1 chiffres après la virgule
     ¹3 7 0
 +   1 4 8 0
     1 8,5 0  ←  2 chiffres après la virgule
```

74 x 25 = 1850

donc 7,4 x 2,5 = 18,50 = 18,5

② Sachant que **325 x 45 = 14625**, trouver les produits suivants sans poser aucune opération.

32,5 x 4,5 = **146,25** 3,25 x 0,45 =**1,4625** 325 x 4,5 =**1462,5**

3,25 x 4,5 = **14,625** 0,325 x 45 = **14,625** 325 x 0,45 = **146,25**

Remarque : On commence par écrire le résultat de 325 x 45 (on ne s'occupe pas des virgules) puis on place la virgule.

③ Un problème classique

Un kilo de raisin coûte 3,20 €. Quel sera le prix de 5 kg ? de 7,9 kg ? de 840 g ?

Solution : Il faut multiplier le prix au kilogramme par le nombre de kilogrammes achetés :

- Un kilo coûte 3,20 €.
- 3,20 x 5 = 16,00 5kg de raisin coûtent 16 €

Remarque : 5 kg c'est 5 fois un kilogramme, donc on paie 5 fois le prix d'un kilogramme

- 3,20 x 7,9 = 25,28 7,9 kg de raisin coûtent 25,28 €

Remarque : 7,9 kg c'est 7,9 fois un kilogramme, donc on paie 7,9 fois le prix d'un kilogramme

```
     1
     1
    3,2
 ×  7,9
   ¹2 8 8
  2 2 4 0
  2 5,2 8
```

• On connait le prix d'un kilogramme, on convertit donc la masse en kg : 840 g = 0,840 kg

3,20 x 0,840 = 3,2 x 0,84 = 2,688

840 g de raisin coûtent 2,688 € (soit 2,69 € au centime près par excès).

Remarque : 0,840 kg c'est 0,840 fois un kilogramme, donc on paie 0,840 fois le prix d'un kilogramme

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 3{,}2 \\ \times\ 0{,}8\,4 \\ \hline 1\,2\,8 \\ 2\,5\,6\,0 \\ \hline 2{,}\,6\,8\,8 \end{array}$$

5. Calculer en ligne

Propriétés : Pour calculer un produit, on peut :
1. Changer l'ordre des facteurs.
2. Regrouper différemment les facteurs.

Application : calculer astucieusement :

5 x 74 x 0,2 = (5 x 0,2) x 74 = 1 x 74 = 74

2,5 x 71,2 x 4 = (2,5 x 4) x 71,2 = 10 x 71,2 = 712

16 x 7 x 0,5 = (16 x 0,5) x 7 = 8 x 7 = 56

4 x 15,7 x 0,25 x 10 = (4 x 0,25) x (10 x 15,7) = 1 x 157 = 157

Remarques

- Multiplier par 0,5 revient à diviser par 2 (on prend la moitié car 0,5 = 1/2)
- Multiplier par 0,25 revient à diviser par 4 (on prend le quart car 0,25 = 1/4)
- Quelques produits sont à retenir ou à retrouver rapidement car ils vont faciliter le calcul mental :

5 x 0,2 = 1	En effet 5 x 2 = 10 donc 5 x 0,2 = 1,0 = 1
5 x 20 = 100	En effet 5 x 20 = 5 x (2 x 10) = (5 x 2) x 10 = 10 x 10 = 100
4 x 2,5 = 10	En effet 4 x 25 = 100 donc 4 x 2,5 = 10,0 = 10
4 x 250 = 1 000	En effet 4 x 250 = 4 x (25 x 10) = (4 x 25) x 10 = 100 x 10 = 1 000
8 x 125 = 1 000	En effet 8 x 125 = (4 x 2) x 125 = 4 x (2 x 125) = 4 x 250 = 1 000

IV. Ordre de grandeur.

Exemples :

1. Un terrain de 842 m² a été vendu 175 € le m². L'ancien propriétaire dit qu'il l'a vendu 14 735 €. Sans effectuer la multiplication, tu vas montrer que c'est faux :

Pour trouver le prix du terrain, il faut effectuer 175 € x 842.

842 est **proche de 800** et 175 est **proche de 200.**

Le produit 175 x 842 est donc **proche de 160 000** (200 × 800 = 160 000) et ne peut pas être égal à 14 735, beaucoup trop petit.

On dit que 160 000 est un ordre de grandeur du produit 175 x 842.

2. Pour chaque calcul, un seul résultat est correct. Entourer la bonne réponse (sans poser l'opération)

a. 4859,86 – 612,9	4 246,96	425,96	5426,96
b. 547,84 + 308,7	8 563,54	256,54	856,54

c. 1,03 $\times$ 512	507,36	527,36	5 127,36
d. 2 349 $\times$ 0,95	2 231,55	593,55	2378,55

a. 4859,86 – 612,9 est proche de 4 800 – 600 = 4 200.

b. 547,84 + 308,7 est proche de 500 + 300 = 800

c. 1,03 $\times$ 512 est proche de 1$\times$ 512 = 512. Ce ne peut donc pas être 5 127,36.
De plus 1,03 > 1, donc 1,03 $\times$ 512 > 512. Ce ne peut donc pas être 507,36.

d. 2 349 $\times$0,95 est proche de 2 349$\times$1 = 2 349. Ce ne peut donc pas être 593,55.
De plus 0,95 < 1, donc 2 349 $\times$ 0,95 < 2 349. Ce ne peut donc pas être 2 378,55.

Conclusion : Un ordre de grandeur est une estimation. Pour calculer un ordre de grandeur du résultat d'une opération, on peut remplacer chaque terme ou facteur par un nombre proche, de manière à simplifier le calcul pour l'effectuer plus facilement.

Remarque : Il y a plusieurs ordres de grandeur possibles pour un même calcul.

Par exemple, 200 x 900 = 180 000 est un autre ordre de grandeur de 175 X 842.

180 X 850 est une autre estimation possible, mais ce calcul est plus long et difficile à faire mentalement, donc, dans l'exemple 1, on ne le retiendra pas.