

2

Activité

Reconnaître un parallélogramme par ses diagonales

Les segments $[AC]$ et $[BD]$ ci-contre ont le même milieu O .

1 Conjecture

Quelle semble être la nature du quadrilatère $ABCD$?

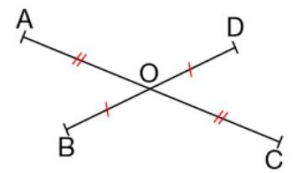
2 Une preuve

a. Quelle est la symétrie par rapport à O :

- de la droite (AB) ? • de la droite (AD) ?

b. En déduire que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. Expliquer.

On dit que $ABCD$ est un parallélogramme **de centre O** .



1. $ABCD$ semble être un parallélogramme

2.a. Le point C est le symétrique de A par rapport à O (car O est le milieu de $[AC]$) et D le symétrique de B par rapport à O (O est le milieu de $[BD]$).

Donc la symétrique de la droite (AB) par rapport à O est (CD) , et la symétrique de (AD) par rapport à O est (CB) .

b. Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles, donc :

$(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.

Ainsi, les côtés opposés du quadrilatère $ABCD$ sont parallèles, donc $ABCD$ est un parallélogramme.

Conclusion : Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Remarque : cette propriété permet de montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Il ne faut pas la confondre avec la propriété d'un parallélogramme :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

C'est sa réciproque.