

物理中的控制理论教学:端口哈密顿系统

刘畅^{1,2}

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240; 2. 约翰霍普金斯大学 怀挺工程学院, 美国巴尔的摩 21218)

摘要:控制理论具有广泛的应用,在物理课堂中教学控制理论具有重要意义.基于哈密顿力学的端口哈密顿系统提供了一种基于物理的控制策略.该方法为物理学科中的控制理论教学提供了重要的手段.本文使用端口哈密顿系统描述若干经典物理系统并介绍了基于物理的控制策略,包括配置能量、耗散以及系统结构.闭环哈密顿量是系统的李雅普诺夫函数,从而保证系统的(渐近)稳定性.本文使用杜芬振子和洛伦兹系统来说明基于物理的控制策略.最后,使用端口哈密顿系统描述了天体力学中的两个例子供读者参考.

关键词:基于物理的控制;端口哈密顿;物理中的控制理论教学

中图分类号:O 415.6 文献标识码:A 文章编号:1000-0712(2019)10-0001-07

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.180691

哈密顿方法起源于分析力学.其基于最小作用原理,并经由欧拉-拉格朗日方程以及勒让德变换,推得运动的哈密顿描述^[1-3].大多数物理系统都可以使用拉格朗日或者哈密顿力学描述.这是对于经典力学的重新表述,并进一步应用于统计力学以及量子力学.

在哈密顿力学教学的最后部分会涉及一些基于哈密顿描述的稳定性分析^[4],但是控制理论却鲜有涉及.事实上,控制理论近期越来越多地应用于多种领域,包括混沌、非线性动力学、统计力学、光学、量子计算以及生物力学^[5].

传统的工程导向的控制理论教材^[6-8]并不适合物理学家.这些教材的例子更容易被工程师理解,并且使用一些“工程术语”来描述物理学家原本熟悉的内容.更数学化的教材^[9-11]会更加简洁,但是其通常假设读者已经对该领域有所了解.

此外,大多数控制理论基于对原动力系统的线性化并使用发展成熟的线性控制理论^[12].然而,线性控制理论和线性稳定性分析在一定情况下可能失效.例如,一个对于无穷小扰动稳定的系统不一定对于有限扰动仍稳定.

李雅普诺夫^[13]推广了稳定性至非线性系统^[14].李雅普诺夫第二稳定性方法考虑了具有平衡位置 $x=x^*$ 的动力系统 $\dot{x}=f(x)$.如果存在李雅普诺夫函数 $V(x)$ 满足:

$$\begin{aligned} V(x) &= 0, \quad x=x^* \\ V(x) &> 0, \quad \forall x \neq x^* \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dV(x)}{dt} = \nabla_x V(x) \dot{x} = \nabla_x V(x) f(x) \leq 0, \quad \forall x \neq x^*$$

那么系统是李雅普诺夫稳定(全局稳定)的.如果进一步有 $\frac{dV(x)}{dt} < 0, \forall x \neq x^*$,那么系统是全局渐进稳定的.

在李雅普诺夫稳定性以及基于李雅普诺夫的控制^[15]中,主要困难在于寻找李雅普诺夫函数.

对于哈密顿系统,哈密顿量自然是一个李雅普诺夫函数.此外,哈密顿系统提供了对于非线性系统的几何描述,并且有潜力进一步应用于控制理论中.但是,物理文献和控制理论文献中的非线性系统往往有较大差距^[5].

端口哈密顿系统^[16]推广了哈密顿方法对于系统的描述.其引入输入和耗散至系统的描述中,并称其为端口.该方法可以对于复杂物理系统以及他们的交互行为进行建模、分析以及控制^[17].

端口哈密顿系统同时提供了一个基于物理的控制策略^[18-20].其侧重于配置闭环哈密顿量成为李雅普诺夫函数.基于端口哈密顿系统的控制是基于物理的,并且其中的术语对于物理学家来说也更熟悉.所以,端口哈密顿系统可以用于在物理教学中介绍控制理论.

本文描述了端口哈密顿系统以及基于物理的控

收稿日期:2018-12-19;修回日期:2019-04-02

作者简介:刘畅(1995—),男,江苏南京人,约翰霍普金斯大学博士研究生,主要从事控制理论在湍流中的应用.

制方法,包括配置能量、耗散,以及系统结构. 这些方法通过简单的例子进行说明,从而促进物理课堂中的控制理论教学. 在第一章将介绍端口哈密顿系统. 在第二、三、四章将分别介绍基于配置能量、耗散以及系统结构的控制策略. 附录进一步使用端口哈密顿系统描述天体力学中的两个例子供读者参考.

1 端口哈密顿系统

端口哈密顿系统将原系统重新描述为

$$\frac{d}{dt}x = [J-R] \nabla_x H(x) + Bu \quad (2)$$

其中 x 是状态变量 u 是输入 J 是反对称矩阵,代表系统的能量(哈密顿)守恒部分,而 R 是对称矩阵,代表系统的能量耗散或者产生. 如果该系统没有输入和耗散,即 $u=0$ $R=0$,那么端口哈密顿描述即为哈密顿描述. 接下来将首先使用杜芬振子进一步说明:

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = u \quad (3)$$

而无阻尼无输入的杜芬振子($\delta=0$):

$$\ddot{x} + \alpha x + \beta x^3 = 0 \quad (4)$$

是哈密顿系统. 其哈密顿量为

$$H(x) = \frac{1}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \alpha x^2 + \frac{1}{4} \beta x^4 \quad (5)$$

而式(3)中的有阻尼和输入的杜芬振子可以描述为端口哈密顿系统:

$$\frac{d}{dt}x = [J-R] \nabla_x H(x) + Bu \quad (6)$$

其中 $x = [x \quad \dot{x}]^T$ 是状态变量, u 是输入, $B = [0 \quad 1]^T$ 是将输入映射到状态变量的矩阵. 反对称矩阵和对称矩阵分别为 $J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 和 $R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix}$. 附录使用端口哈密顿系统描述了天体力学中的两个例子,供读者进一步参考.

2 配置能量

对于公式(4)中的杜芬振子,系数 $\alpha=1$ 和 $\beta=-1$ 导致平衡位置 $x=0$ 为稳定的,而平衡位置 $x = \pm \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}}$ 为不稳定的.

然而,开环系统的平衡位置以及其稳定性一般并无太大意义. 配置能量步骤即通过控制哈密顿量来调整闭环系统的平衡位置及其稳定性.

设计闭环系统的哈密顿量 H_d 于平衡位置:

$$x^* = \arg \min \{ H_d(x) \} \quad (7)$$

达到最小值. 假设闭环系统也是端口哈密顿系统,有

$$\frac{dx}{dt} = [J-R] \nabla_x H_d(x) \quad (8)$$

对比式(8)和(6),有状态反馈控制策略:

$$u_{ES}(x) = (B^T B)^{-1} B^T [J-R] \nabla_x H_d(x) \quad (9)$$

$$H_a(x) = H_d(x) - H(x) \quad (10)$$

其中闭环哈密顿量和开环哈密顿量之差应满足:

$$\begin{bmatrix} B^+ [J-R] \\ B^T \end{bmatrix} \nabla_x H_a(x) = 0 \quad (11)$$

其中 B^+ 是 B 的一个秩最大的零化子,即 $B^+ B = 0$. 在该控制策略下,可以看出闭环系统哈密顿量为一个李雅普诺夫函数,其满足:

$$H_d(x) = 0, x = x^*$$

$$H_d(x) > 0, \forall x \neq x^*$$

$$\frac{dH_d(x)}{dt} = \nabla_x H_d(x) \cdot [-R] \nabla_x H_d(x) = 0, \forall x \neq x^* \quad (12)$$

根据式(1)中的李雅普诺夫稳定性定理,该闭环系统为稳定的. 该配置能量方法总结于图1中.

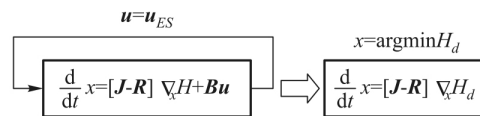


图1 配置能量方法

我们考虑具有输入的无阻尼杜芬振子($\delta=0$, $R=0$) ,其闭环哈密顿量设计为

$$H_d(x) = \frac{1}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (x-x^*)^2 \quad (13)$$

其在平衡位置 $x = [x^* \quad 0]^T$ 达到最小值. 该例子中,我们设置 $x^* = -1$ 并且初始条件设置为 $x = [0.5 \quad 0.5]^T$ 根据式(9),基于配置能量的输入为

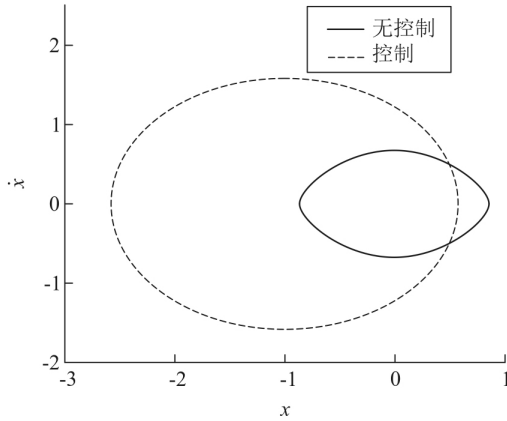
$$u_{ES}(x) = (B^T B)^{-1} B^T [J-R] \nabla_x H_d(x) = \alpha x + \beta x^3 - (x-x^*) \quad (14)$$

图2中对比了具有控制 u_{ES} 和无控制的系统相平面. 结果显示闭环系统的平衡位置调整至 x^* , 其实现了控制目标.

3 配置耗散

前述结果使用状态反馈控制来改变闭环哈密顿量的平衡位置为 x^* . 然而,如果 $\delta=0$, 闭环哈密顿量

保持为常数,即 $\frac{dH_d}{dt} = -\delta (\dot{x})^2 = 0$. 进一步,我们可以

图 2 具有控制 u_{ES} 和无控制的杜芬振子 $x-\dot{x}$ 相平面

通过配置耗散从而控制平衡位置为渐进稳定,即调整闭环系统的 R . 除了前述配置能量,我们同时考虑代表配置耗散的状态反馈控制:

$$u_{DI}(x) = -K_d B^T \nabla_x H_d(x) \quad (15)$$

其中 K_d 为正数. 通过设置状态反馈: $u(x) = u_{ES}(x) + u_{DI}(x)$ 我们有闭环系统为

$$\frac{dx}{dt} = [J - R_d] \nabla_x H_d(x) \quad (16)$$

闭环耗散矩阵为 $R_d = R + BK_d B^T$. 所以,闭环哈密顿量随时间演化为

$$\frac{dH_d}{dt} = \nabla_x H_d(x) \cdot [-R_d] \nabla_x H_d(x) = -K_d (\dot{x})^2 < 0 \quad (17)$$

在该控制下,可以看出闭环哈密顿量为李雅普诺夫函数:

$$\begin{aligned} H_d(x) &= 0, \quad x = x^* \\ H_d(x) &> 0, \quad \forall x \neq x^* \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dH_d(x)}{dt} &= \nabla_x H_d(x) \cdot [-R_d] \nabla_x H_d(x) < 0, \\ &\forall x \neq x^* \end{aligned}$$

根据式(1)中的李雅普诺夫稳定性定理,可知该闭环系统为渐进稳定的. 该方法包括配置能量和耗散总结于图3中.

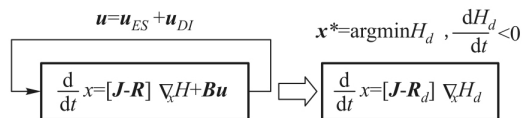
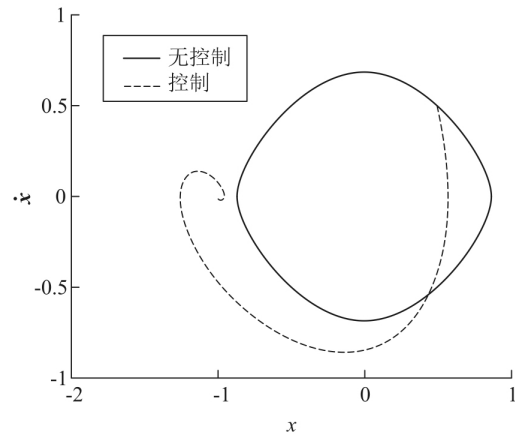


图 3 配置能量和耗散

在无阻尼杜芬振子例子中,我们进一步进行能量与耗散配置,从而使无阻尼振子的平衡位置为渐进稳定的. 使用式(15)并设置 $K_d = 1$ 我们有

$$u_{DI}(x) = -\dot{x} \quad (19)$$

如图4所示,同时进行配置能量和耗散控制 $u = u_{ES} + u_{DI}$,闭环系统能够达到平衡位置. 结果显示闭环系统的平衡位置 $x^* = [-1 \ 0]^T$ 是渐进稳定的并且任一初始条件下,闭环系统均演化至该平衡位置.

图 4 具有控制 $u_{ES} + u_{DI}$ 和无控制的杜芬振子 $x-\dot{x}$ 相平面

4 配置系统结构

然而,前述方法对于机械系统适用,对于其他更复杂的系统,如果不改变系统结构矩阵 J ,可能难以达到控制目标. 例如洛伦兹系统^[21-23]:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma y - m\sigma x + u \quad (20)$$

$$\frac{dy}{dt} = rx - xz - my \quad (21)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - mbz \quad (22)$$

具有输入时,洛伦兹系统可以重新改写为端口哈密顿系统:

$$\frac{d}{dt}x = [J(x) - R] \nabla_x H(x) + Bu \quad (23)$$

其中 $x = [x \ y \ z]^T$ 是状态变量, $B = [1 \ 0 \ 0]^T$ 是将输入映射至状态变量的矩阵. 反对称和对称矩阵分别为

$$J(x) = \begin{bmatrix} 0 & \sigma & 0 \\ -\sigma & 0 & -x \\ 0 & x & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -m\sigma^2 r^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & mb \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中哈密顿量为

$$H(x) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2 - \frac{r}{2\sigma}x^2 \quad (25)$$

其在洛伦兹系统无耗散,即 $m = 0$ 时,为一守恒量.

前述方法若不调整结构矩阵 $J(x)$, 其难以同时改变洛伦兹系统的哈密顿量 $H_d(x)$ 和耗散矩阵 R_d . 在这里, 我们考虑闭环系统仍为端口哈密顿系统:

$$\frac{dx}{dt} = [J_d(x) - R_d] \nabla_x H_d(x) \quad (26)$$

其中闭环的结构矩阵 $J_d(x)$, 耗散矩阵 R_d 以及哈密顿量 H_d 均需要控制. 如果闭环哈密顿量 H_d 具有平衡位置 x^* 并且 $\frac{dH_d(x)}{dt} < 0, \forall x \neq x^*$, 那么闭环系统的平衡位置为渐进稳定的.

对比式 (26) 和 (6), 实现这一控制目标的输入为

$$u_{SA}(x) = (B^T B)^{-1} B^T ([J_d(x) - R_d] \nabla_x H_d(x) - [J(x) - R] \nabla_x H(x)) \quad (27)$$

其中涉及的闭环哈密顿量以及涉及的结构矩阵和耗散矩阵需要满足以下条件:

$$B^+ [J(x) - R] \nabla_x H(x) = B^+ [J_d(x) - R_d] \nabla_x H_d(x) \quad (28)$$

其中 H_d 在平衡位置 x^* 达到最小值. 这一条件为公式 (11) 的推广. 在该控制条件下, 其闭环哈密顿量为李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} H_d(x) &= 0, \quad x = x^* \\ H_d(x) &> 0, \quad \forall x \neq x^* \\ \frac{dH_d(x)}{dt} &= \nabla_x H_d(x) \cdot [-R_d] \nabla_x H_d(x) < 0, \quad \forall x \neq x^* \end{aligned} \quad (29)$$

根据式 (1) 中李雅普诺夫稳定性定理, 该闭环系统为渐进稳定的. 该方法总结于图 5 中.

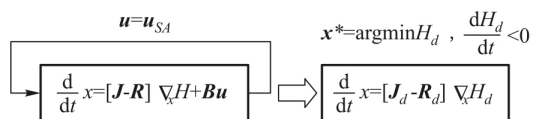


图5 配置系统结构

对于该例子洛伦兹系统, 我们考虑控制原点为渐进稳定的, 并设计闭环哈密顿量为

$$H_d(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2 \quad (30)$$

满足式 (1) 中李雅普诺夫函数的要求. 随后, 我们求解式 (28) 中的约束方程:

$$\begin{bmatrix} rx - xz - my \\ xy - mbz \end{bmatrix} = B^+ [J_d(x) - G_d] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

该约束方程有若干可行解, 我们选择:

$$J_d(x) = \begin{bmatrix} 0 & -r & 0 \\ r & 0 & -x \\ 0 & x & 0 \end{bmatrix}, \quad G_d = \begin{bmatrix} K_d & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & mb \end{bmatrix}, \quad K_d > 0 \quad (32)$$

其满足式 (31) 的要求. 根据式 (1) 中李雅普诺夫稳定性定理, 我们有闭环系统的原点为渐进稳定的.

随后, 根据式 (27) 求得控制策略:

$$u_{SA}(x) = -ry - K_d x - (\sigma y - m\sigma x) \quad (33)$$

该控制策略仅需 x 方向的线性控制器即可以稳定洛伦兹系统的原点. 图 6 与图 7 展示了具有控制和无控制的洛伦兹系统的 x - y 相平面, 图 8 与图 9 展示了具有控制和无控制的洛伦兹系统的 x - z 相平面.

洛伦兹系统的参数设置为 $\sigma = 10, r = 28, b = \frac{8}{3}, m =$

1. 其初始条件设置为 $x_0 = [1 \quad 1 \quad 1]^T$. 这些结果显示基于该配置结构的状态反馈控制能够实现洛伦兹系统原点的渐进稳定.

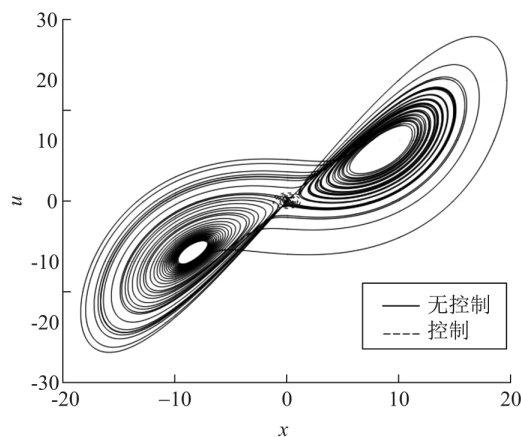


图6 具有控制 u_{SA} 和无控制的洛伦兹系统 x - y 相平面

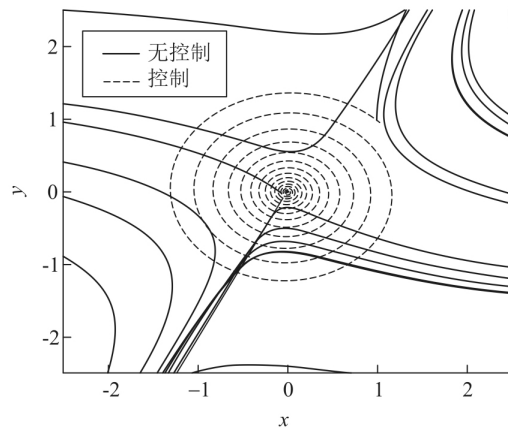
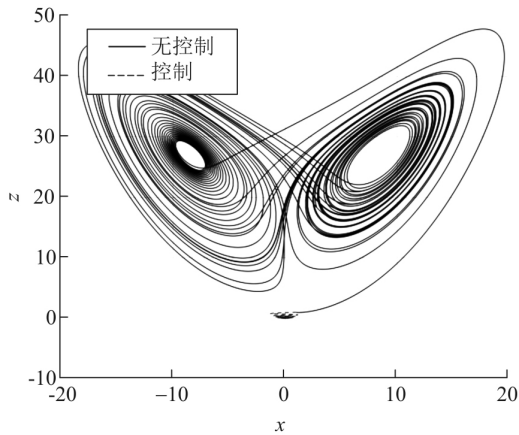
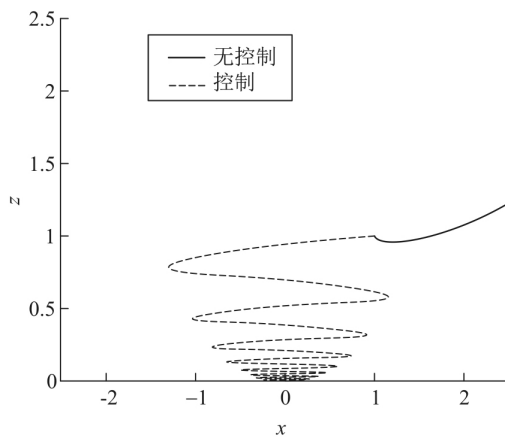


图7 局部放大的具有控制 u_{SA} 和无控制的洛伦兹系统 x - y 相平面

图 8 具有控制 u_{SA} 和无控制的洛伦兹系统 x - z 相平面图 9 局部放大的具有控制 u_{SA} 和无控制的洛伦兹系统 x - z 相平面

5 端口哈密顿系统描述天体力学问题

双体问题: 根据牛顿万有引力描述的双体问题^[24-26]常用于描述近地轨道卫星, 其在物理课堂中很常见. 在极坐标下, 其控制方程为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r \\ v_r \\ \theta \\ v_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \\ \frac{v_t^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} \\ \frac{v_t}{r} \\ -\frac{v_r v_t}{r} \end{bmatrix} \quad (34)$$

其中 r 和 v_r 分别为径向位置和径向速度, θ 和 v_t 分别为角度和切向速度. μ 是质量常数. 我们选择系统的总能量为哈密顿量, 并对该方程使用端口哈密顿系统重新描述:

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} [v_r^2 + v_t^2] - \frac{\mu}{r} = \quad (35)$$

$$= \frac{1}{2} \left[v_r^2 + \left(\frac{L}{r} \right)^2 \right] - \frac{\mu}{r} \quad (36)$$

其中常数 L 为角动量. 其端口哈密顿描述为

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = [\mathbf{J} - \mathbf{R}] \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) + \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (37)$$

其中 $\mathbf{x} = [r \ v_t]^T$ 为状态变量, μ 为输入, \mathbf{B} 为将输入映射至状态变量的矩阵, 反对称矩阵和对称矩阵为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{0}_{2 \times 2} \quad (38)$$

圆型限制性三体问题: 圆型限制性三体问题中, 两个较大的物体绕其质心转动, 而第三个物体的质量相比于其他两个大物体可以忽略, 从而忽略第三个物体作用于两个大物体的作用力. 在一旋转坐标系下, 两个共同转动的大物体被考虑为静止的, 并且只考虑他们的质量比和距离之比. 圆型限制性三体问题^[26-31]的控制方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} - 2 \frac{dy}{dt} &= x - (1-\mu) \frac{x+\mu}{r_1^3} - \mu \frac{x-1+\mu}{r_2^3}, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} &= y - (1-\mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3} \end{aligned} \quad (39)$$

其中 x 和 y 分别为平行和垂直于两个大物体连线的位置.

$$r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2} \quad (40)$$

$$r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2}$$

为第三个物体到两个大物体的距离, 而两个大物体的位置分别为 $(-\mu, 0)$ $(1-\mu, 0)$ 我们使用哈密顿量:

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2} \left[(x^2 + y^2) + 2 \left(\frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \right) \right] \quad (41)$$

将圆型限制性三体问题重新表述为端口哈密顿系统:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = [\mathbf{J} - \mathbf{R}] \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (42)$$

其中 $\mathbf{x} = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y}]^T$ 为状态变量, $\mu = [u_x \ u_y]^T$ 为输入, 代表作用于 x 和 y 方向的推力. 这些输入可能和状态变量有关联, 代表状态反馈控制. $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ 是将输入映射至状态变量的矩阵. 反对称矩阵和对称矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix} R = \mathbf{0}_{4 \times 4} \quad (43)$$

本文提出的控制方法对于双体问题和圆型限制性三体问题同样适用^[32]。

6 结论

本文使用端口哈密顿系统重新描述若干经典物理系统并引入基于物理的控制策略,包括配置能量,耗散,以及系统结构。闭环哈密顿量为李雅普诺夫函数从而保证了系统的(渐近)稳定性。对于两个天体力学中的例子,我们同时提供了端口哈密顿系统的描述。本文描述的方法和例子为物理课堂中的控制理论教学提供了新的思路。

参考文献:

- [1] Philip J Morrison. Hamiltonian description of the ideal fluid. *Reviews of modern physics*, 70(2): 467, 1998.
- [2] PJ Morrison. Hamiltonian fluid dynamics. *Encyclopedia of mathematical physics*, pages 593-600, 2006.
- [3] Rick Salmon. Hamiltonian fluid mechanics. *Annual review of fluid mechanics*, 20(1): 225-256, 1988.
- [4] Darryl D Holm, Jerrold E Marsden, Tudor Ratiu, and Alan Weinstein. Nonlinear stability of fluid and plasma equilibria. *Physics reports*, 123(1-2): 1-116, 1985.
- [5] John Bechhoefer. Feedback for physicists: A tutorial essay on control. *Reviews of Modern Physics*, 77(3): 783, 2005.
- [6] Ken Dutton, Steve Thompson, and Bill Barraclough. The art of control engineering. Addison Wesley Harlow, 1997.
- [7] Gene F Franklin, J David Powell, and Michael L Workman. Digital control of dynamic systems, volume 3. Addison-wesley Menlo Park, CA, 1998.
- [8] Graham C Goodwin, Stefan F Graebe, and Mario E Salgado. Control system design. Upper Saddle River, 13, 2001.
- [9] John C Doyle, Bruce A Francis, and Allen R Tannenbaum. Feedback control theory. Courier Corporation, 2013.
- [10] Hitay Ozbay. Introduction to feedback control theory. CRC Press, 1999.
- [11] Eduardo D Sontag. Mathematical control theory, volume 6 of texts in applied mathematics, 1998.
- [12] D Peter Joseph and T Julius Tou. On linear control theory. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, 80(4): 193-196, 1961.
- [13] Aleksandr Mikhailovich Lyapunov. The general problem of the stability of motion. *International journal of control*, 55(3): 531-534, 1992.
- [14] Nam Parshad Bhatia and Giorgio P Szegö. Stability theory of dynamical systems. Springer Science & Business Media, 2002.
- [15] Marcio S De Queiroz, Darren M Dawson, Siddharth P Nagarkatti, and Fumin Zhang. Lyapunov-based control of mechanical systems. Springer Science & Business Media, 2012.
- [16] Arjan van der Schaft, Dimitri Jeltsema, et al. Port-hamiltonian systems theory: An introductory overview. *Foundations and Trends in Systems and Control*, 1(2-3): 173-378, 2014.
- [17] Arjan J Van Der Schaft and Johannes Maria Schumacher. An introduction to hybrid dynamical systems, volume 251. Springer London, 2000.
- [18] Romeo Ortega, Arjan J Van Der Schaft, Iven Mareels, and Bernhard Maschke. Putting energy back in control. *IEEE Control Systems*, 21(2): 18-33, 2001.
- [19] Romeo Ortega, Arjan Van Der Schaft, Bernhard Maschke, and Gerardo Escobar. Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 38(4): 585-596, 2002.
- [20] Romeo Ortega, Arjan Van Der Schaft, Fernando Castanos, and Alessandro Astolfi. Control by interconnection and standard passivity-based control of port-hamiltonian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(11): 2527-2542, 2008.
- [21] Ming-Chung Ho and Yao-Chen Hung. Synchronization of two different systems by using generalized active control. *Physics Letters A*, 301(5-6): 424-428, 2002.
- [22] Er-Wei Bai and Karl E Lonngren. Sequential synchronization of two lorenz systems using active control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 11(7): 1041-1044, 2000.
- [23] Qiang Jia. Hyperchaos generated from the lorenz chaotic system and its control. *Physics Letters A*, 366(3): 217-222, 2007.
- [24] F Toppo and C Zhang. Survey of direct transcription for low-thrust space trajectory optimization with applications. In *Abstract and Applied Analysis*, volume 2014. Hindawi, 2014.
- [25] 田晓岑. 由“嫦娥一号”引起的思考[J]. *大学物理*, 2008, 27(12): 18-18.
- [26] Chang Liu, Lu Dong. Reduced order nonlinear control for circular restricted three-body problem: energy approach. *Astrodynamics (Under review)*, 2019.
- [27] ZE Musielak and B Quarles. The three-body problem. *Re-*

- ports on Progress in Physics , 77(6) : 065901 , 2014.
- [28] Chen Zhang , Francesco Toppo , Franco Bernelli-Zazzeri , and Yu-Shan Zhao. Low-thrust minimum-fuel optimization in the circular restricted three-body problem. Journal of Guidance , Control , and Dynamics , 38(8) : 1501-1510 , 2015.
- [29] 杨洁 姜付锦 邱为钢. 三体问题的一种初等解[J]. 大学物理 , 2017 , 36(11) : 70-72.
- [30] 高炳坤. 三体问题的受力分析——兼谈失重[J]. 大学物理 , 2004 , 23(5) : 7-7.
- [31] 张昌莘. 一个三体问题的解法[J]. 大学物理 , 1996 , 15(4) : 1-1.
- [32] Chang Liu , Lu Dong. Stabilization of Lagrange points in circular restricted three-body problem: a port-Hamiltonian approach. Physics Letters A , 2019 , 383(16) : 1907-1914.

Teaching control theory in physics: the port-Hamiltonian framework

LIU Chang^{1 2}

(1. School of Naval Architecture , Ocean & Civil Engineering , Shanghai Jiao Tong University , Shanghai 200240 , China;

2. Whiting School of Engineering , Johns Hopkins University , Baltimore 21218 , U.S.A)

Abstract: The control theory has wide application and is also important in physics teaching. Based on the formalism of Hamiltonian mechanics , the port-Hamiltonian framework provides a physics-based control strategy. This framework is also promising in teaching control theory in physics. In this paper , we employ the port-Hamiltonian framework to reformulate some classical physics systems and introduce the resulting physics-based control strategies , including the energy , dissipation and structure assignments. The closed-loop Hamiltonian is thus a candidate of Lyapunov function , which achieves the (asymptotic) stability. The introduced physics-based control strategies are demonstrated using the Duffing oscillator and the Lorenz system. We also provide port-Hamiltonian descriptions for two examples in celestial mechanics.

Key words: physics-based control; port-Hamiltonian; control education in physics

更 正

“水星轨道的第二个广义相对论效应: 径向运动修正”勘误

刘天贵* 李 倩 王 鑫 刘全慧

(湖南大学 物理与微电子科学学院 理论物理研究所 湖南 长沙 410082)

近期刊上^[1] , 我们发表如下结果: 太阳导致的空间弯曲将使得水星椭圆轨道的长轴缩短 14.2 km^[1] . 由于美国国家航空航天局(NASA) 网站上给出的水星-太阳距离的实时观测数据已经精确到千米量级 , 那么 14.2 km 可以被观测到. 本勘误希望指出 , 缩短量 14.2 km 的得来 , 是直接比较坐标的结果; 而在广义相对论中 , 坐标选择有任意性 , 恰当的方式是比较固有距离. 在固有距离上考察这一问题 , 发现近日点变远了 , 固有距离差是 6.76 km; 而远日点变近了 , 固有距离差是 -8.05 km. 具体的计算参看文章 [2]. 于是 , 太阳轻微地偏向椭圆中心 , 且长轴缩短的固有距离为 1.3 km. 而这个缩短依然可以被当今的天体测距技术所检验.

参考文献:

- [1] 刘天贵 李倩 王鑫 等. 水星轨道的第二个广义相对论效应: 径向运动修正[J]. 大学物理 , 2018 , 37(9) : 9-10.
- [2] 刘全慧 李倩 刘天贵 等. Gravitational major-axis contraction of Mercury's elliptical orbit [J]. Modern Physics Letters A , 2019 , 34(20) : 1950159.

大学物理