



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA



---

# Sistemas Nebulosos

Walmir Matos Caminhas

# **Breve Revisão de Conjuntos Ordinários**

# Representação

- Listagem dos membros

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

- Método baseado em regra

$$A = \{x | P(x)\}$$

# FUNÇÃO CARACTERÍSTICA

- Seja  $X$  o conjunto universo e  $x$  um elemento qualquer de  $X$  e seja  $A$  um subconjunto de  $X$ .

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \notin A \\ 1 & \text{se } x \in A \end{cases} \quad \mu_A(x) : X \rightarrow \{0, 1\}$$

# Função Característica

- Propriedades

$$\mu_A(x) : X \rightarrow \{0, 1\}$$

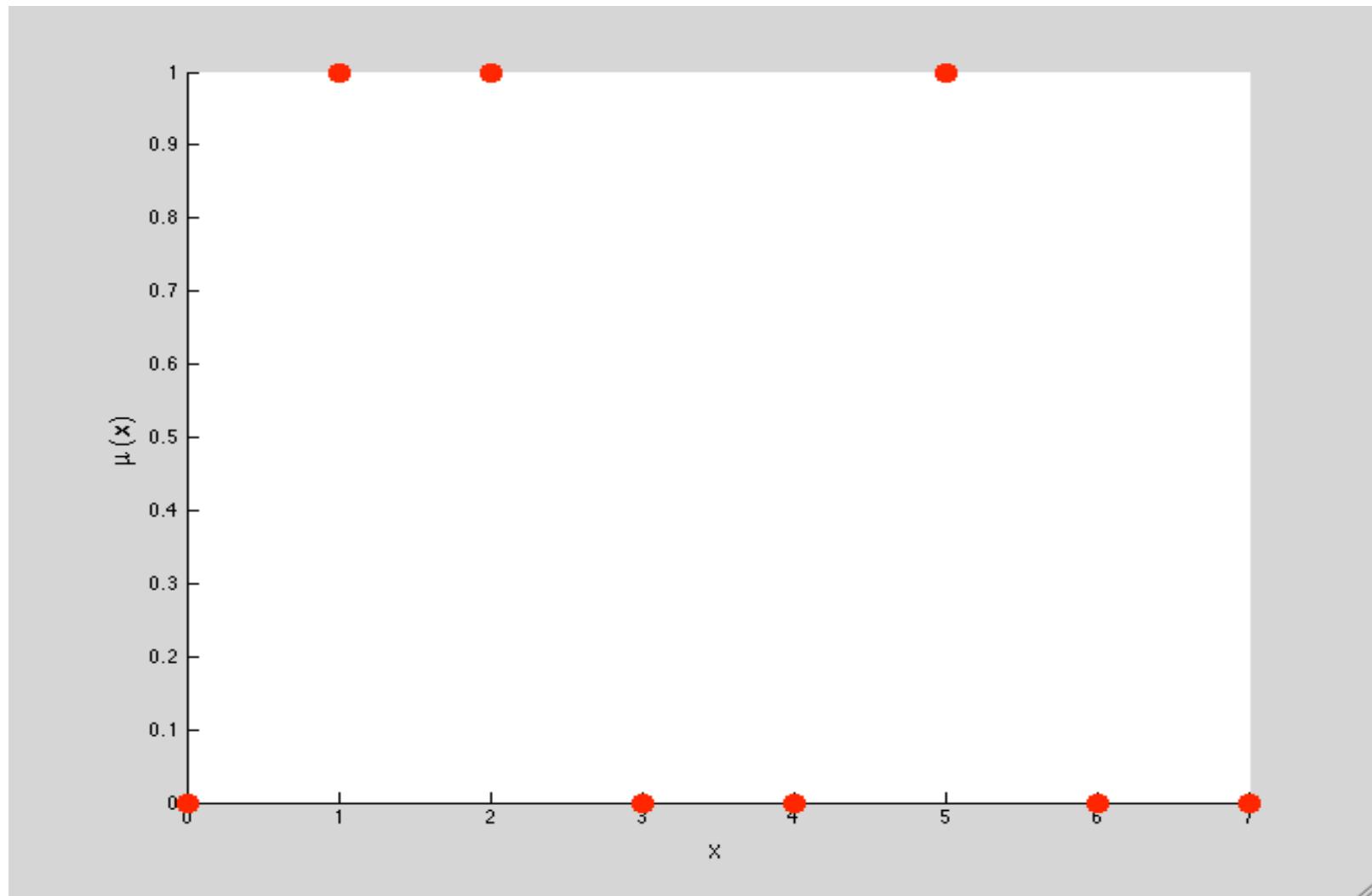
$$\mu_X(x) = 1 \text{ e } \mu_\emptyset(x) = 0$$

X : Conjunto Universo ou Universo de Discurso

$\emptyset$  : Conjunto Vazio

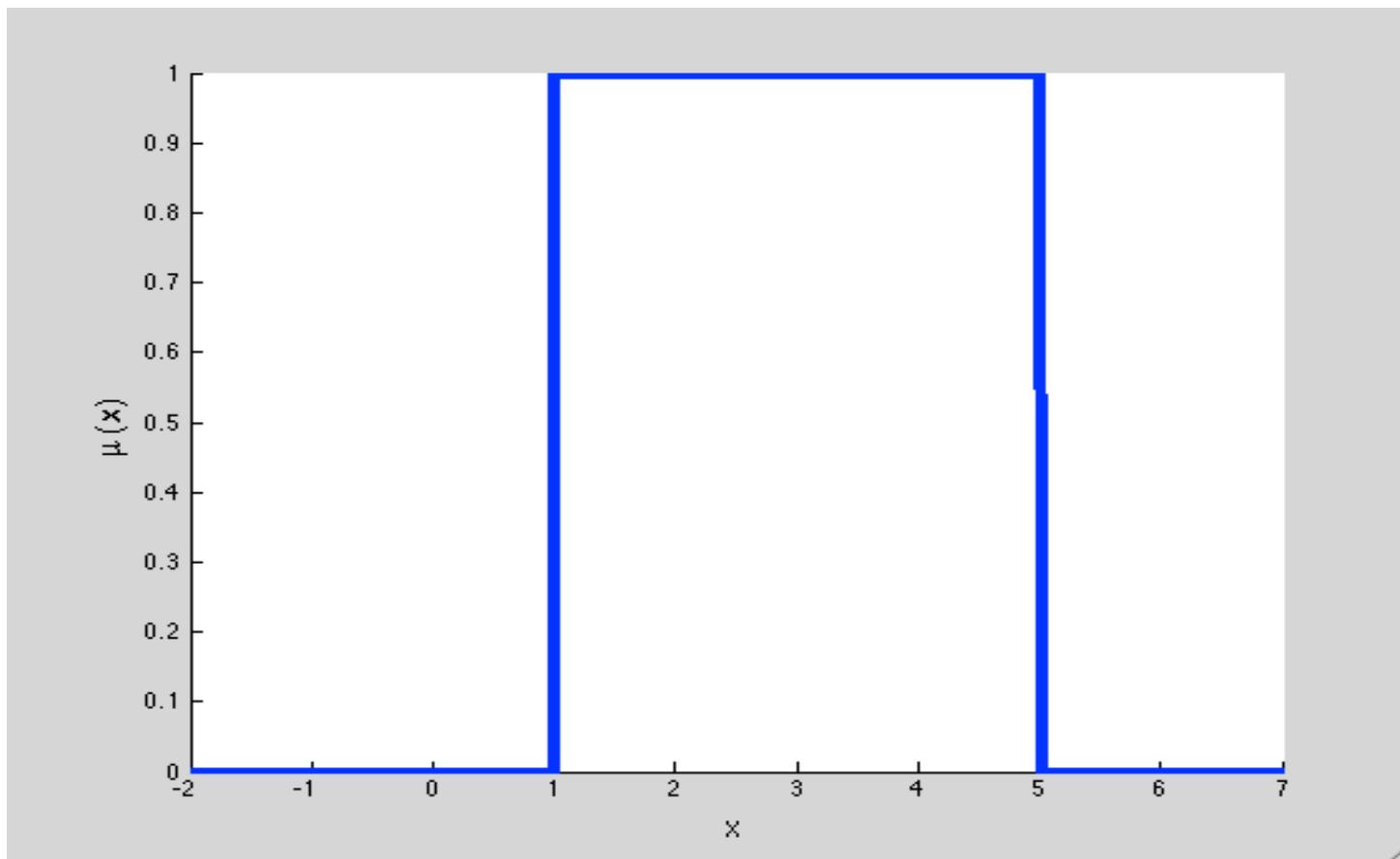
# Função Característica

$$A = \{1, 2, 5\}$$



# Função Característica

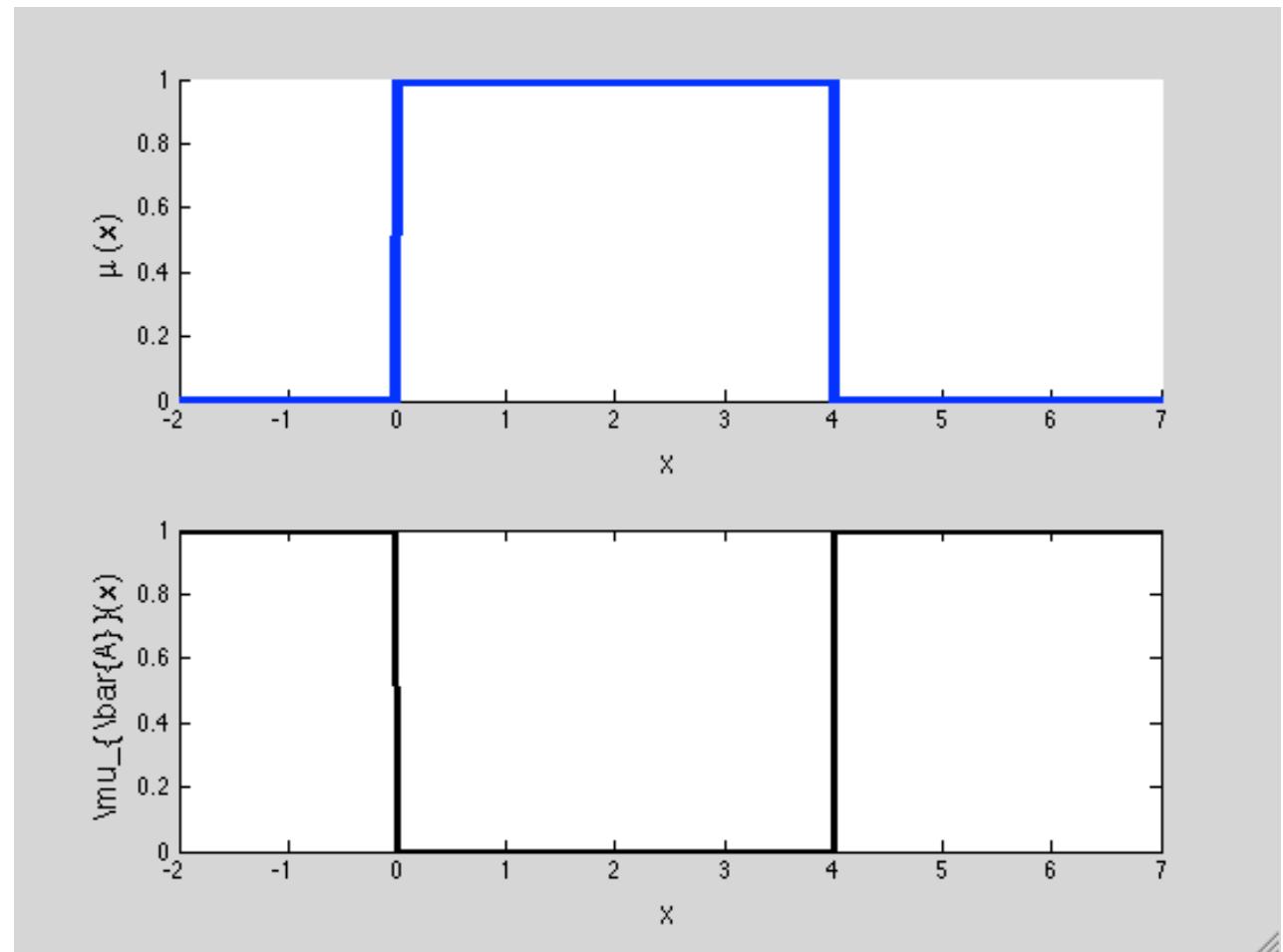
$$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$$



# Complemento

$$\bar{A} = \{x | x \notin A\}$$

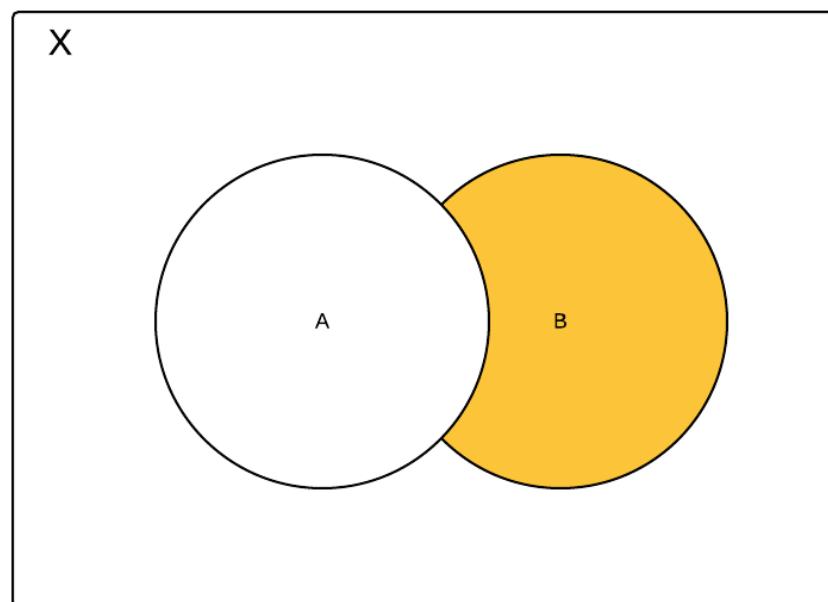
$$A = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$$



# Complemento Relativo

- Conjunto contendo todos os membros de B que também não são membros de A.

$$B - A = \{x | x \in B \text{ and } x \notin A\}$$



# União

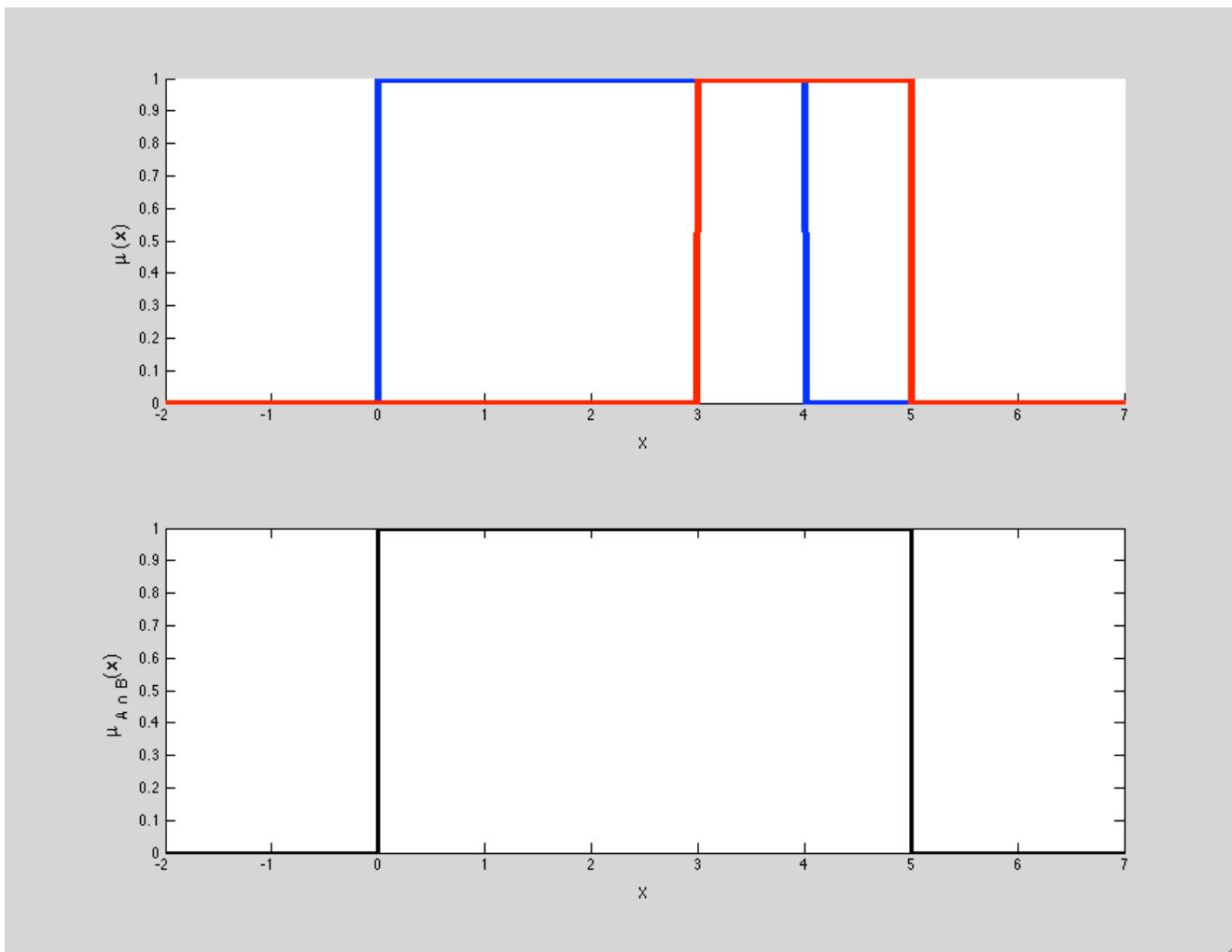
$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

- Pode ser generalizado para  $n$  conjuntos

$$\bigcup_{i \in I} A_i = \{x | x \in A_i \text{ para algum } i \in I\}$$

# União

$$A = \{x | 0 \leq x \leq 4\} \quad B = \{x | 3 \leq x \leq 5\}$$



# Interseção

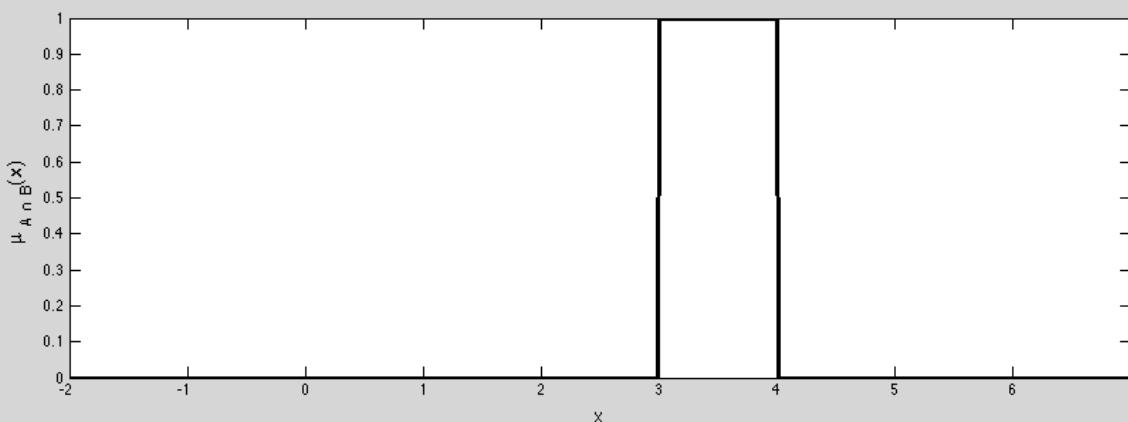
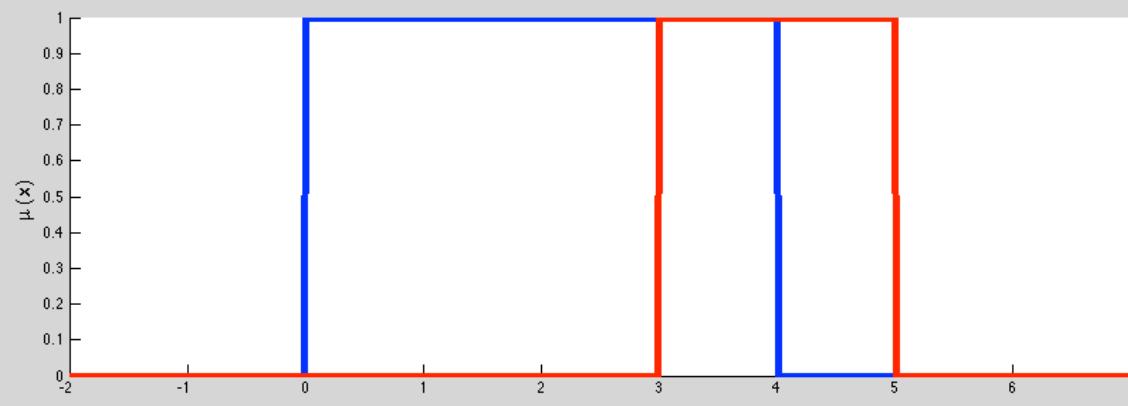
$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$$

- Também pode ser generalizado para  $n$  conjuntos

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x | x \in A_i \text{ para todo } i \in I\}$$

# Interseção

$$A = \{x | 0 \leq x \leq 4\} \quad B = \{x | 3 \leq x \leq 5\}$$



# Operadores

$$A \cup B \implies \mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

$$A \cap B \implies \mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

# Exercício Teórico 1

- Utilizando a função característica e os operadores definidos, prove as propriedades dos conjuntos clássicos listadas na tabela a anterior.

# Propriedades

Involution	$\overline{\overline{A}} = A$
Commutativity	$A \cup B = B \cup A$
)	$A \cap B = B \cap A$
Associativity	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributivity	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Idempotence	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Absorption	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
Absorption by $X$ and $\emptyset$	$A \cup X = X$ $A \cap \emptyset = \emptyset$
Identity	$A \cup \emptyset = A$ $A \cap X = A$
Law of contradiction	$A \cap \overline{A} = \emptyset$
Law of excluded middle	$A \cup \overline{A} = X$
De Morgan's laws	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

# Subconjunto

- Se todo elemento de A é também um elemento de B

$$x \in A \implies x \in B$$

- Pode ser escrito como

$$A \subseteq B$$

- Se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$

$$A = B$$

# Cardinalidade

$|A| =$  número de elementos de  $A$

Exemplo:

$$A = \{1, 2, 5\} \implies |A| = 3$$

# Potência

$\wp$  = Conjunto de partes (*power set*)

$$A = \{1, 2, 5\}$$

$$\wp(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 5\}, \{1, 2, 5\}\}$$

$$|\wp(A)| = 2^{|A|}$$

$$A = \{1, 2, 5\} \implies \wp(A) = 2^{|A|} = 2^3 = 8$$

# Partição

- Conjuntos A e B são disjuntos se

$$A \cap B = \emptyset$$

- Partição = família de subconjuntos de A

$$\pi(A) = \{A_i | i \in I, A_i \subseteq A\}$$

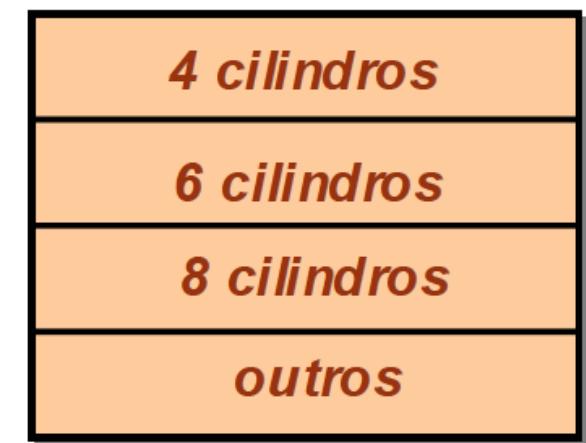
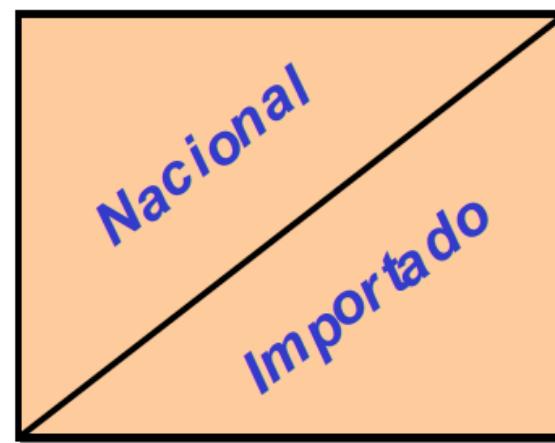
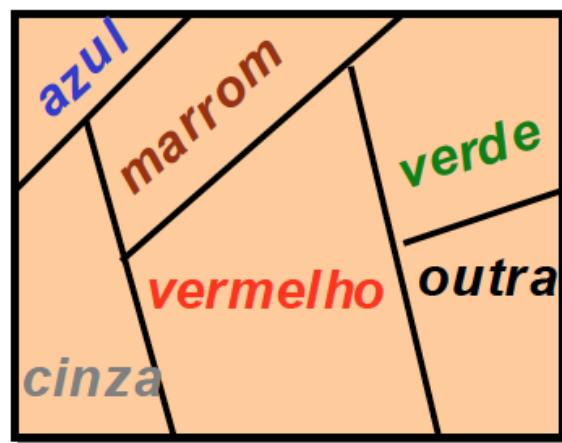
- Tal que

$$A_i \cap A_j = \emptyset; \forall i, j \in I, i \neq j \quad \text{e} \quad \bigcup_{i \in I} A_i = A$$

# Partição

$U = \text{Conjunto dos Automóveis do Brasil}$

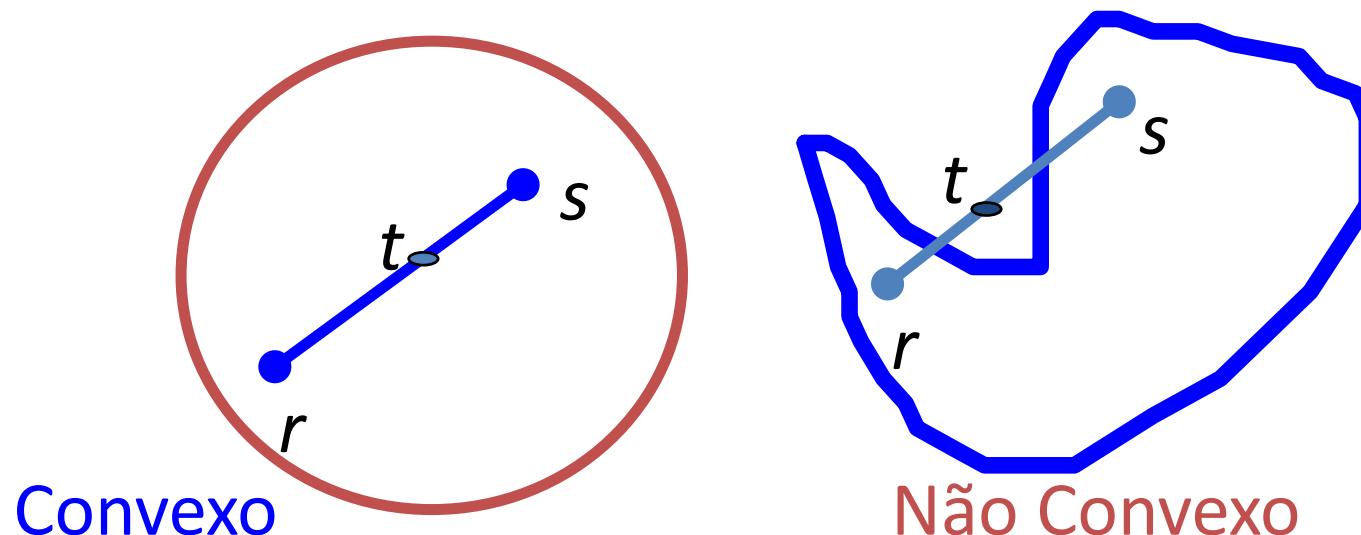
## Partições



# Convexidade

Seja  $A \subseteq \mathbb{R}^n; r \in A$  e  $s \in A$

$$t = (\lambda r + (1 - \lambda)s) \in A; \forall \lambda \in [0, 1]$$



# Convexidade

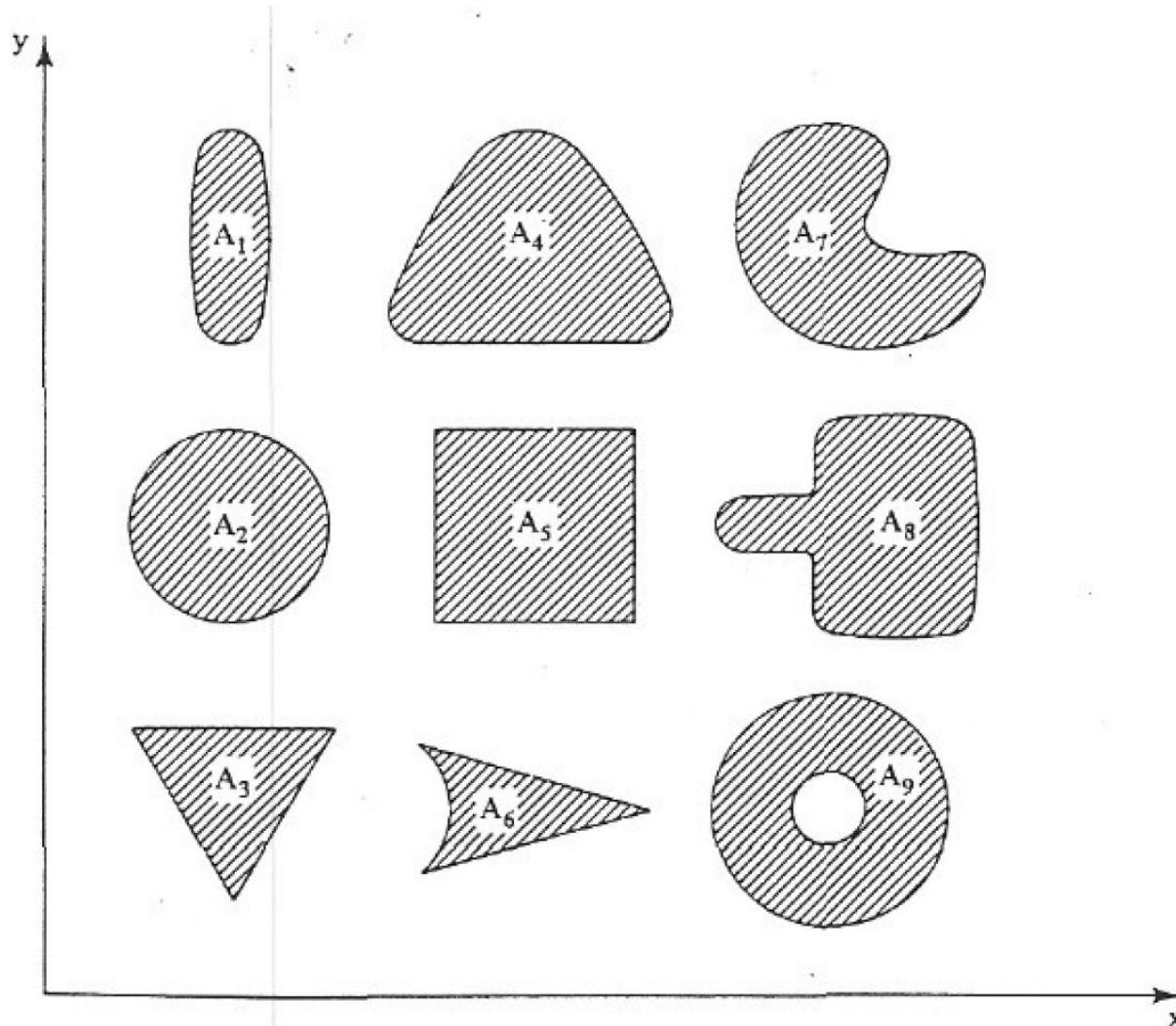
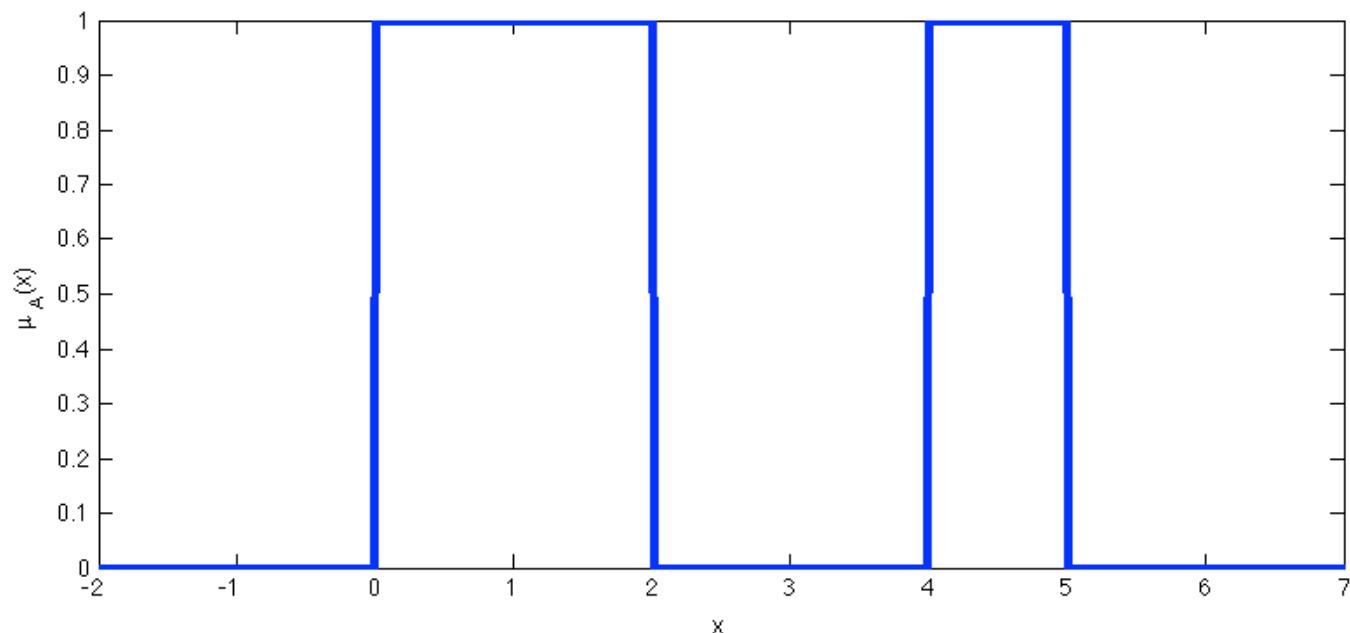


Figure 1.1 Example of sets in  $\mathbb{R}^2$  that are convex ( $A_1$ - $A_5$ ) or nonconvex ( $A_6$ - $A_9$ ).

# Convexidade

$$A = \{x | x \in [0, 2] \cup [4, 5]\}$$



# Convexidade

$$A = \{x | x \in [0, 2] \cup [4, 5]\}$$

*Não!*

$$r = 1, s = 4, \lambda = 0.4$$

$$\lambda r + (1 - \lambda)s = 2.8$$

$$2.8 \notin A$$

# Convexidade

- Qualquer conjunto definido por um único intervalo de números reais é **convexo**
- Qualquer conjunto definido por mais de um intervalo, que não contenha pontos entre os intervalos **não é convexo**

# Produto Cartesiano

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{a, e, i, o, u\}$$

$$\begin{aligned} A \times B = & \{(1, a), (1, e), (1, i), (1, o), (1, u), \\ & (2, a), (2, e), (2, i), (2, o), (2, u), \} \end{aligned}$$

# **Conjuntos Nebulosos**

# Definição

- Extensão da teoria de conjuntos clássica
- Generalização da função característica
- *Função de pertinência*
  - Notações

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

$$A : X \rightarrow [0, 1] \quad (\text{alternativa, encontrada em alguns livros})$$

*Permite modelar numericamente a imprecisão*

# Notação

- Conjunto discreto (*não representa somatório!*)

$$A = \sum_{x \in X} \mu_A(x_i) / x_i$$

- Exemplo:
  - Cidades próximas de Belo Horizonte

$$A = 0.1/Foraleza + 0.3/Brasilia + 0.6/Vitoria + 0.8/Varginha + 1/Contagem$$

# Notação

- Conjunto contínuo (*não representa integral!*)

$$A = \int_X \mu_A(x)/x$$

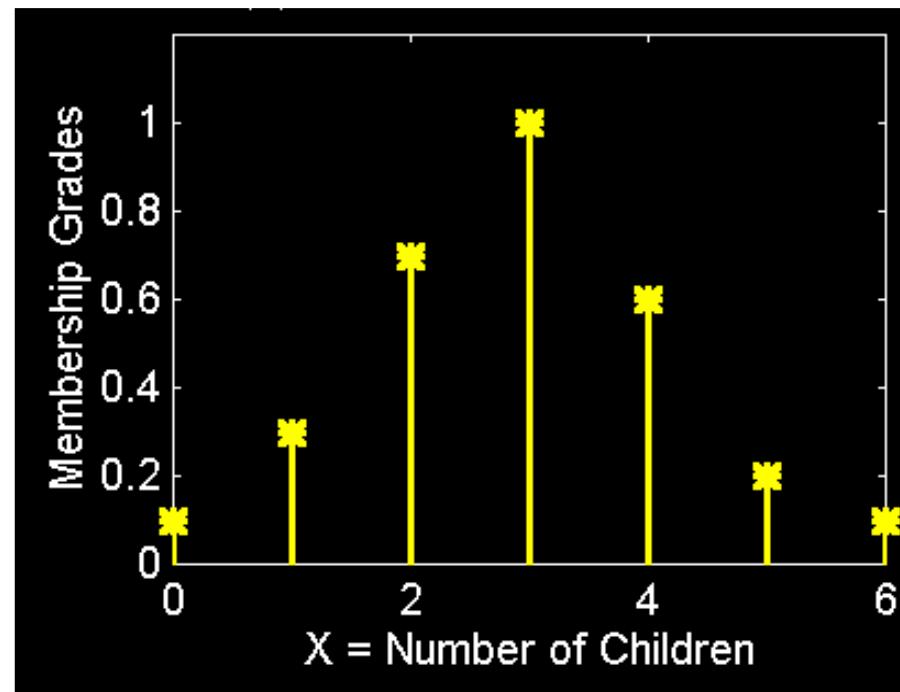
- Exemplo:
  - Idade próxima de 50

$$A = \int_{R+} \frac{1}{1 + \left(\frac{z-50}{10}\right)^4}/x$$

# Exemplo de Conjunto Discreto

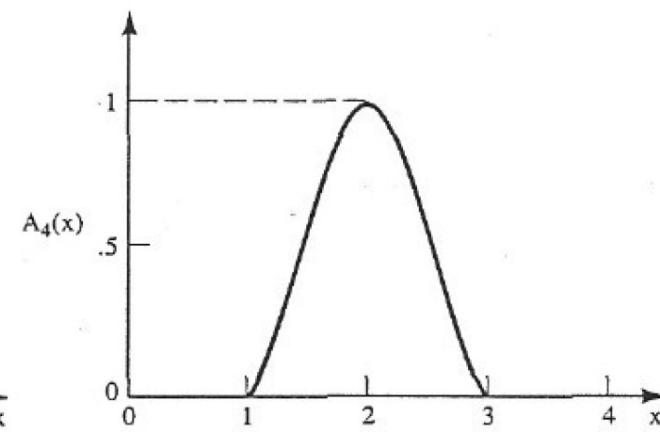
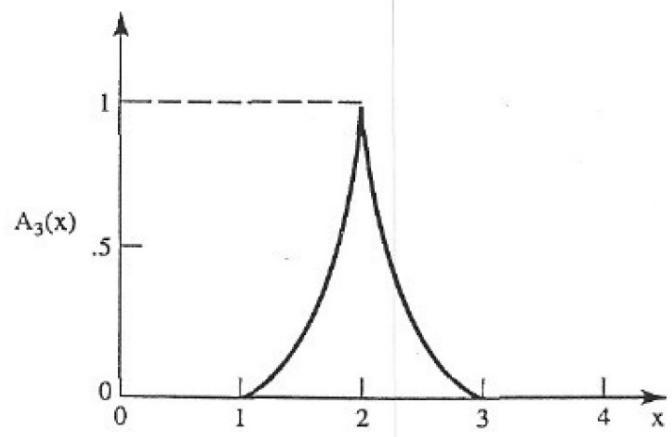
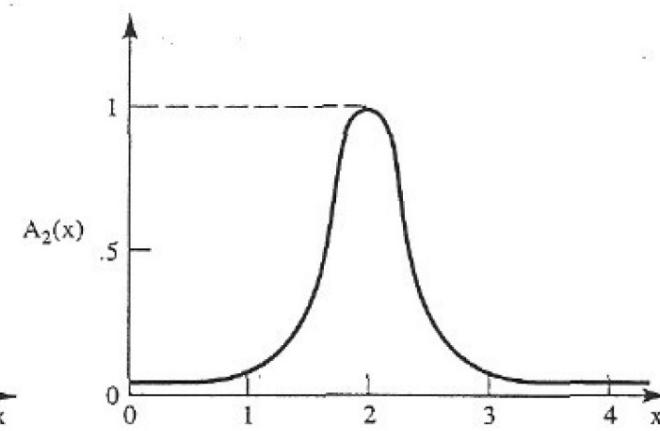
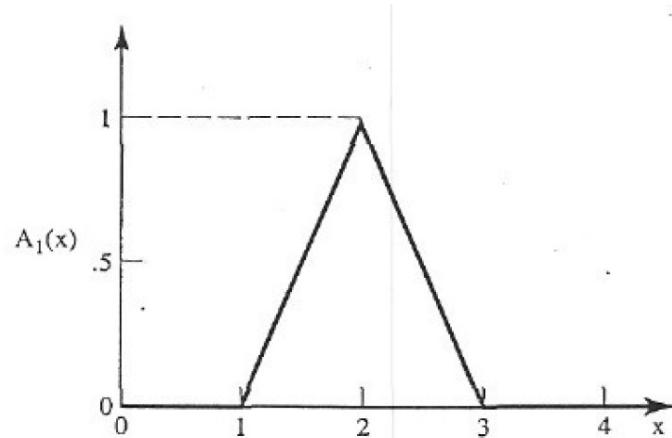
$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (universo discreto)

$A = \{(0, .1), (1, .3), (2, .7), (3, 1), (4, .6), (5, .2), (6, .1)\}$

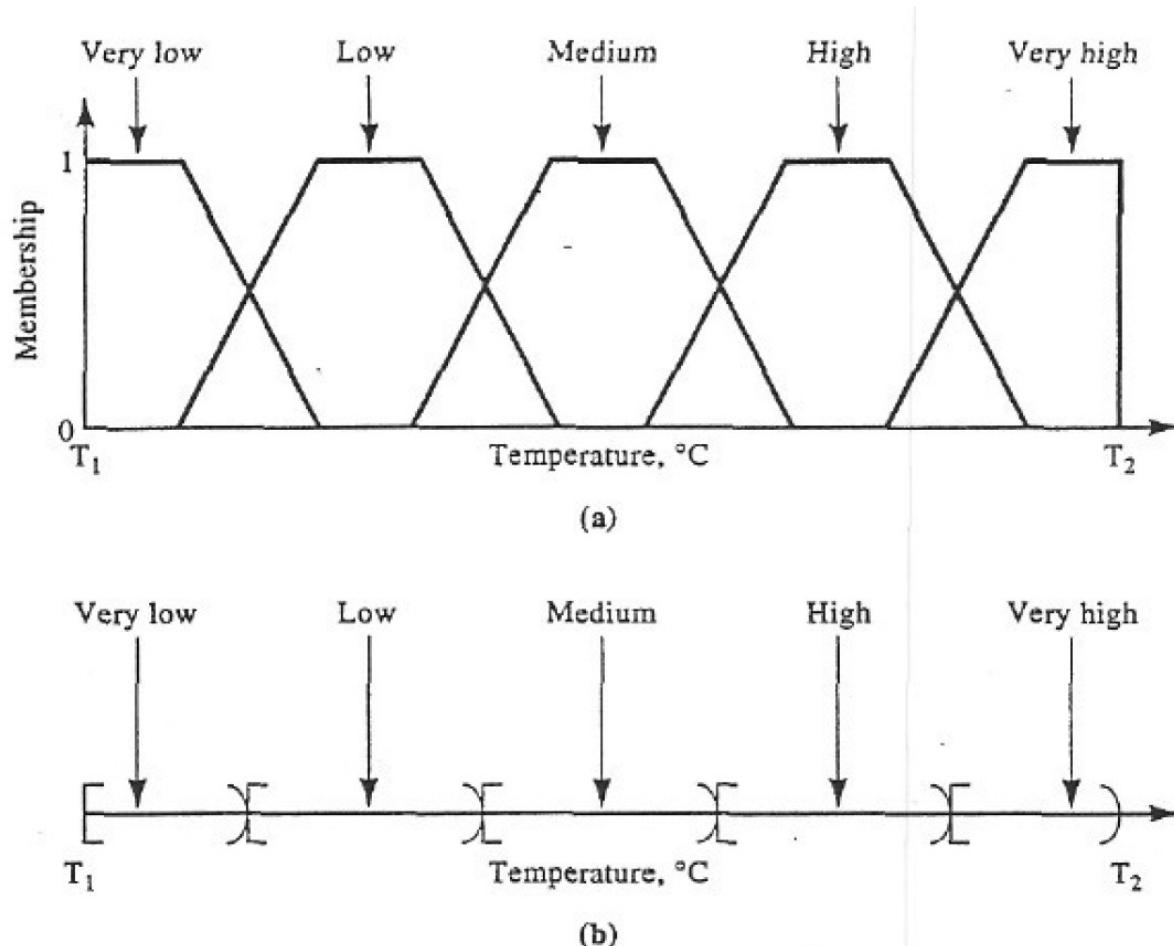


# Dependência de Contexto

*Números próximos de 2*



# Partição Nebulosa vs Clássica



**Figure 1.4** Temperature in the range  $[T_1, T_2]$  conceived as: (a) a fuzzy variable; (b) a traditional (crisp) variable.

# Conjunto Nebuloso Intervalar\*

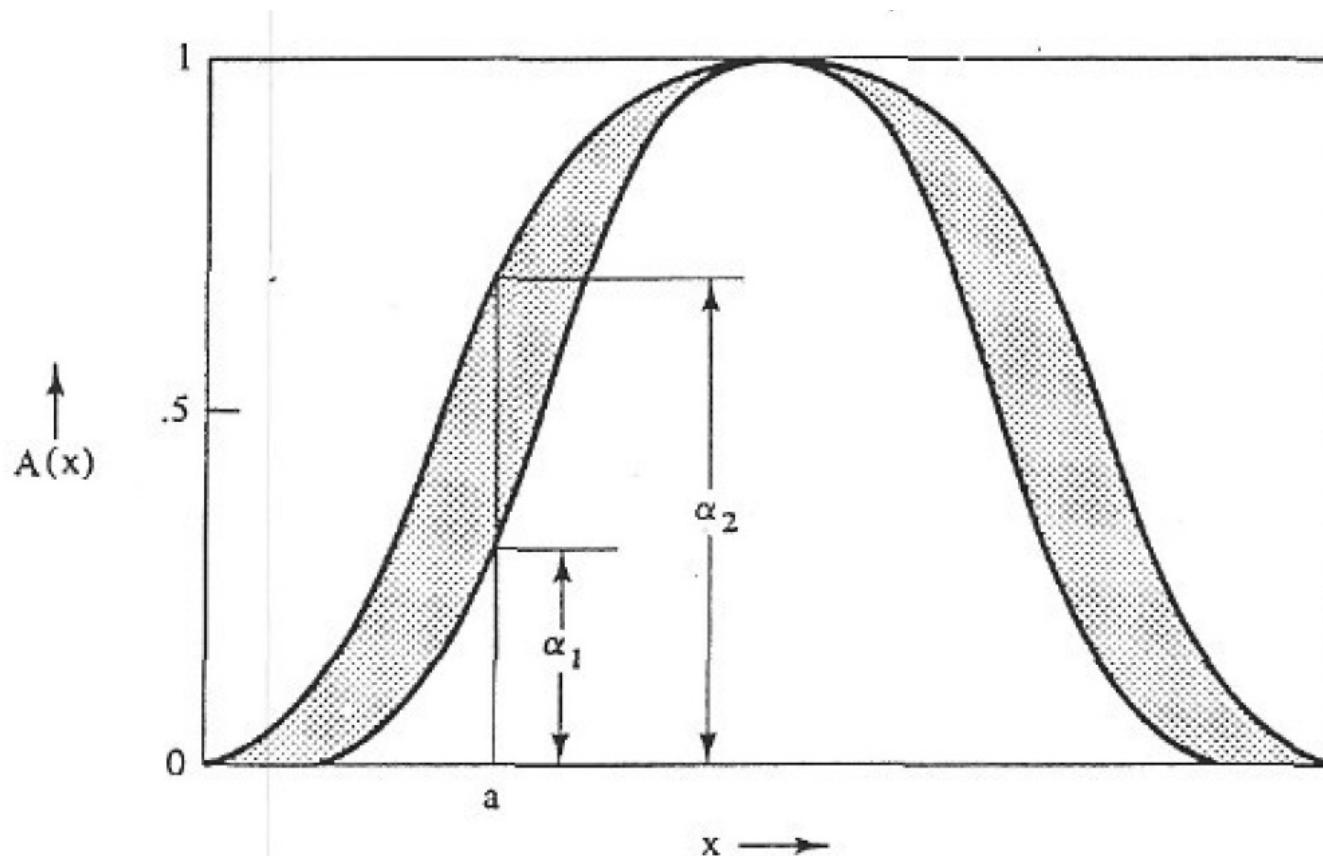


Figure 1.5 An example of an interval-valued fuzzy set ( $A(a) = [\alpha_1, \alpha_2]$ ).

# Conjunto Nebuloso Tipo II\*

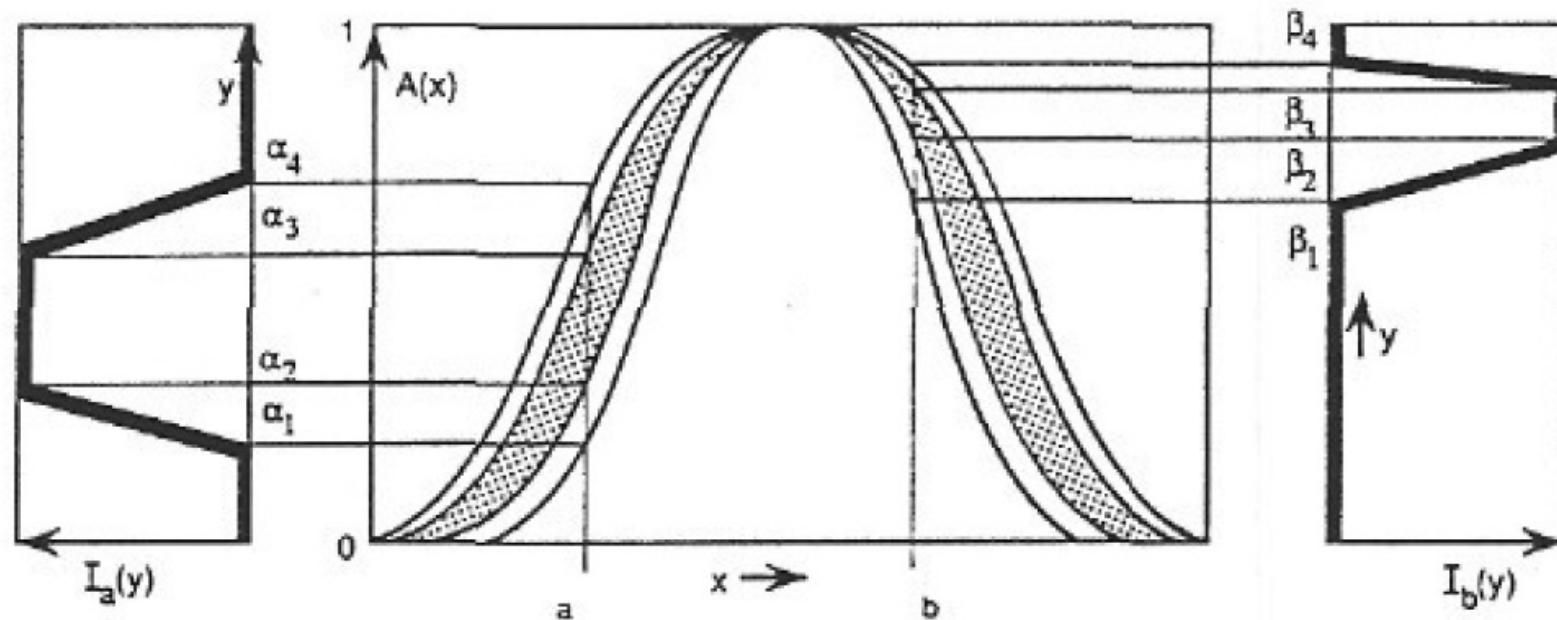
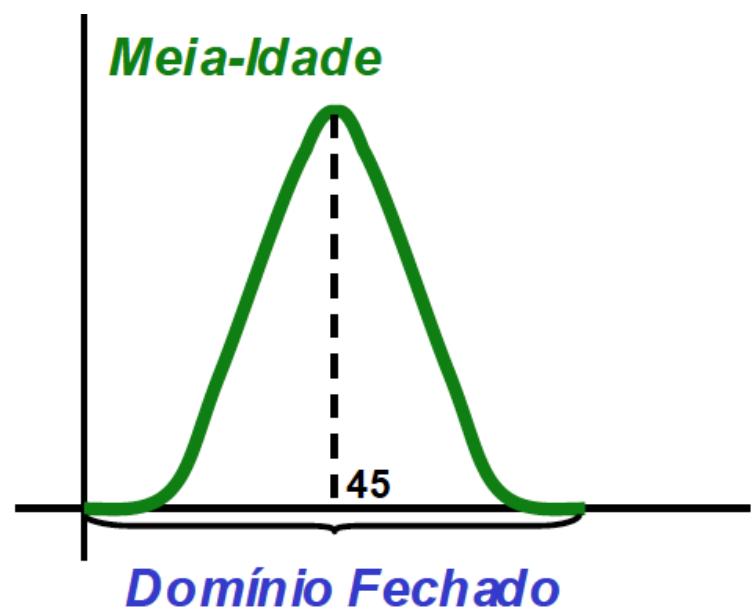
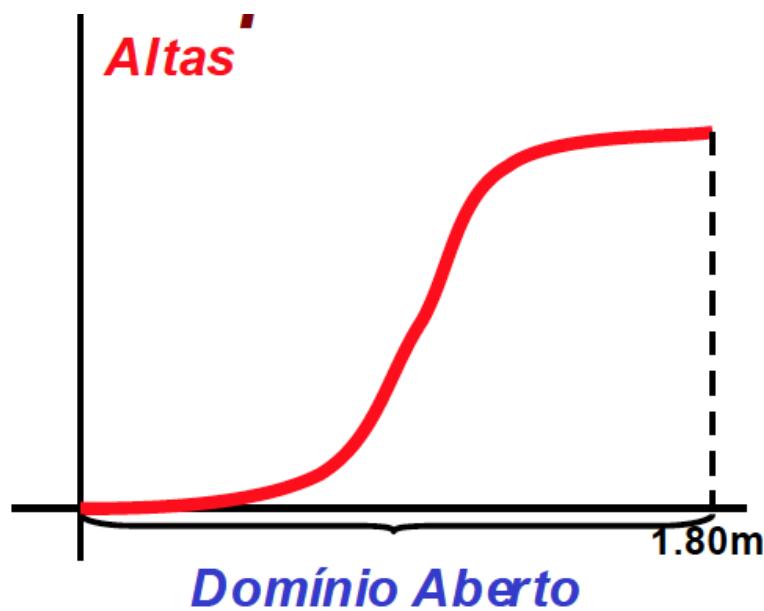


Figure 1.6 Illustration of the concept of a fuzzy set of type 2.

# Domínio

- Universo total de valores possíveis para os elementos do conjunto ( $X$ )



# Conjunto $\alpha$ -cut

- Subconjunto de todos os elementos do domínio com função de pertinência acima de um determinado valor  $\alpha$

$${}^{\alpha}A = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (\alpha\text{-cut})$$

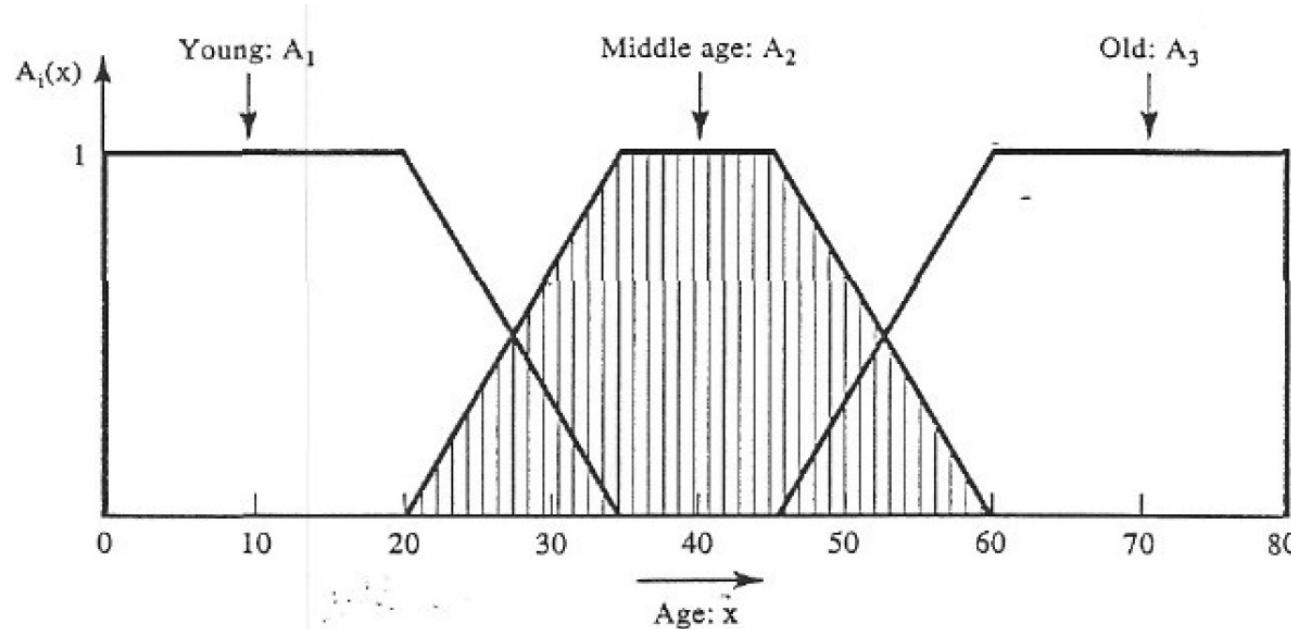
$${}^{\alpha+}A = \{x | \mu_A(x) > \alpha\} \quad (\alpha\text{-cut forte})$$

para  $\alpha \in [0, 1]$

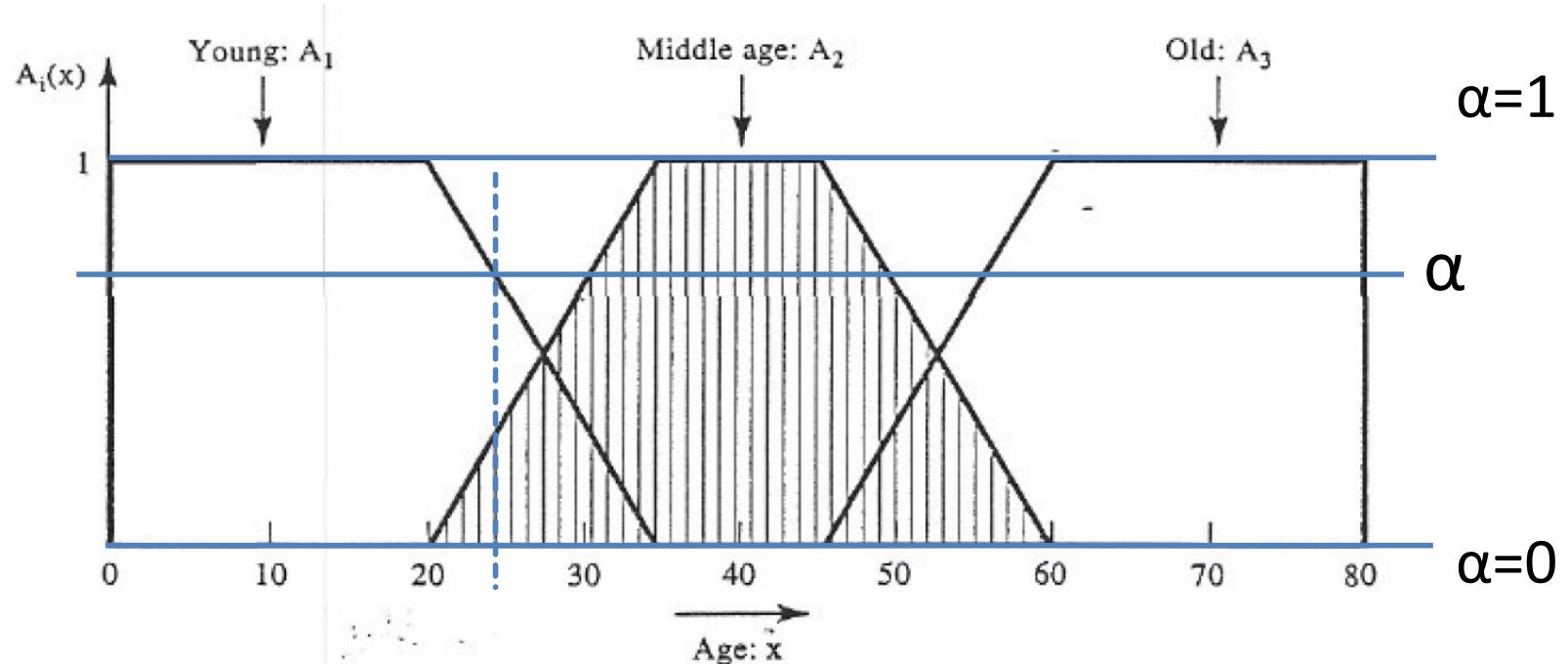
# Conjunto $\alpha$ -cut

- Exemplo

$$A_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{when } x \leq 20 \\ (35 - x)/15 & \text{when } 20 < x < 35 \\ 0 & \text{when } x \geq 35 \end{cases}$$
$$A_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{when either } x \leq 20 \text{ or } x \geq 60 \\ (x - 20)/15 & \text{when } 20 < x < 35 \\ (60 - x)/15 & \text{when } 35 < x < 60 \\ 1 & \text{when } 35 \leq x \leq 45 \end{cases}$$
$$A_3(x) = \begin{cases} 0 & \text{when } x \leq 45 \\ (x - 45)/15 & \text{when } 45 < x < 60 \\ 1 & \text{when } x \geq 60 \end{cases}$$



# Conjunto $\alpha$ -cut



$${}^0A_1 = {}^0A_2 = {}^0A_3 = [0, 80] = X;$$

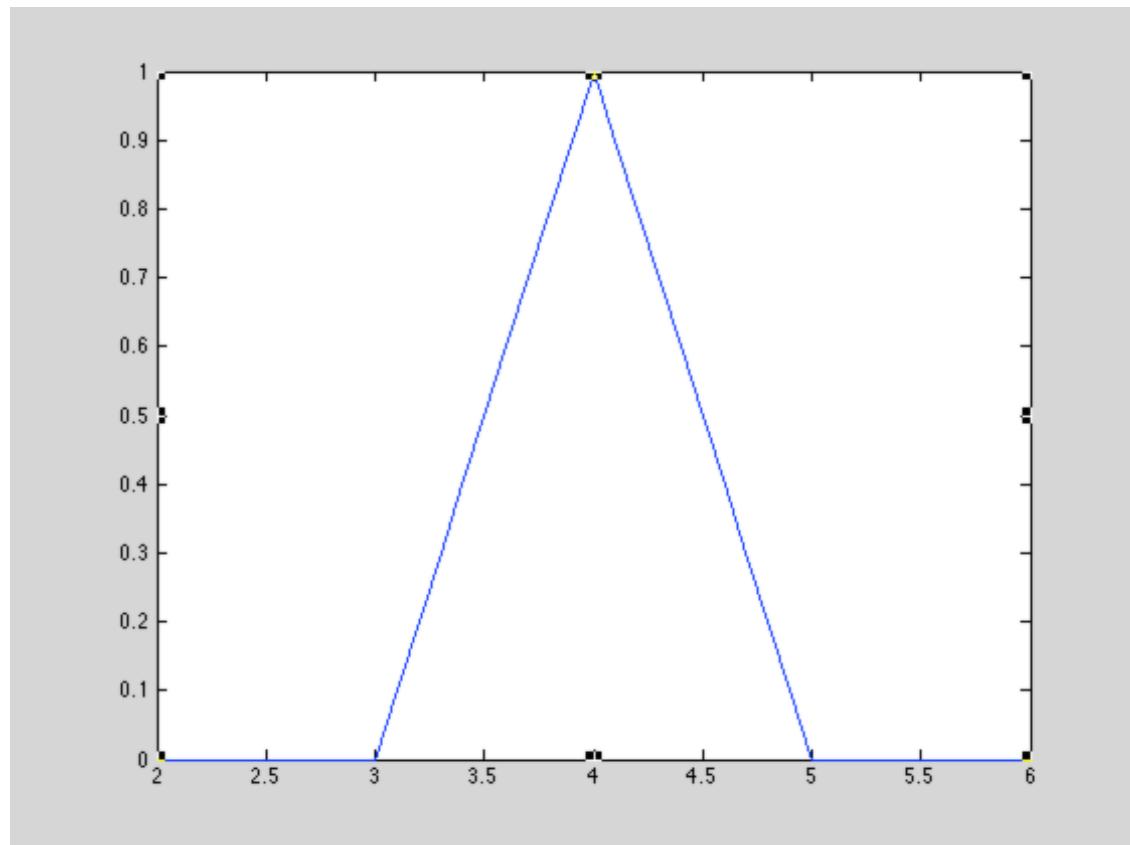
$${}^\alpha A_1 = [0, 35 - 15\alpha], {}^\alpha A_2 = [15\alpha + 20, 60 - 15\alpha], {}^\alpha A_3 = [15\alpha + 45, 80] \text{ for all } \alpha \in (0, 1];$$

$${}^{\alpha+}A_1 = (0, 35 - 15\alpha), {}^{\alpha+}A_2 = (15\alpha + 20, 60 - 15\alpha), {}^{\alpha+}A_3 = (15\alpha + 45, 80) \text{ for all } \alpha \in [0, 1];$$

$${}^{1+}A_1 = {}^{1+}A_2 = {}^{1+}A_3 = \emptyset.$$

# Exercício

- Descreva analiticamente os conjuntos  $\alpha$ -cut e o  $\alpha$ -cut forte do conjunto nebuloso A como função de  $\alpha$



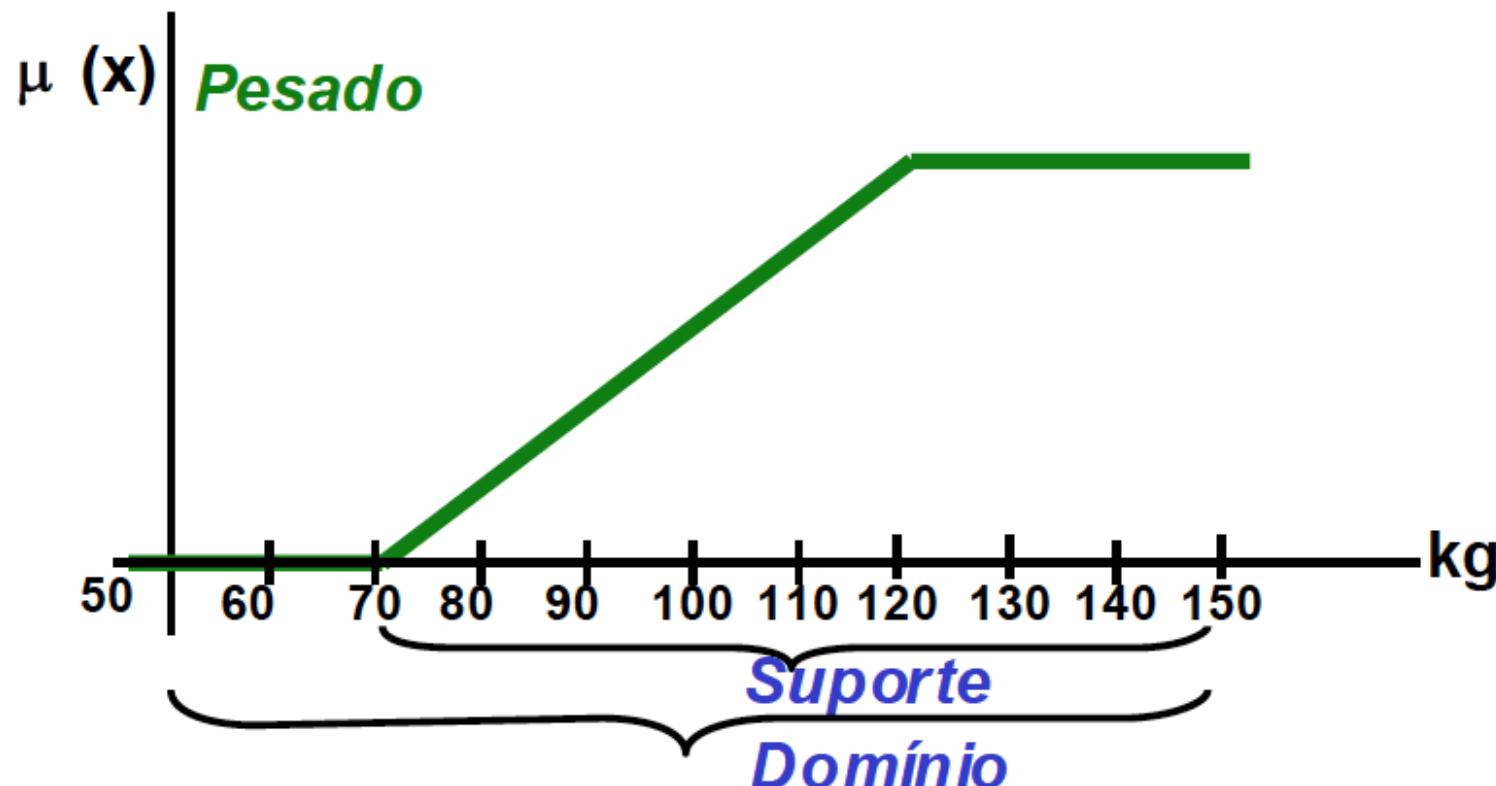
# Altura

- Maior valor de pertinência obtido por qualquer elemento do conjunto
- Conjunto é definido como *normal* se

$$h(A) = 1 \text{ or } {}^\alpha A \neq \emptyset \quad \alpha=1$$

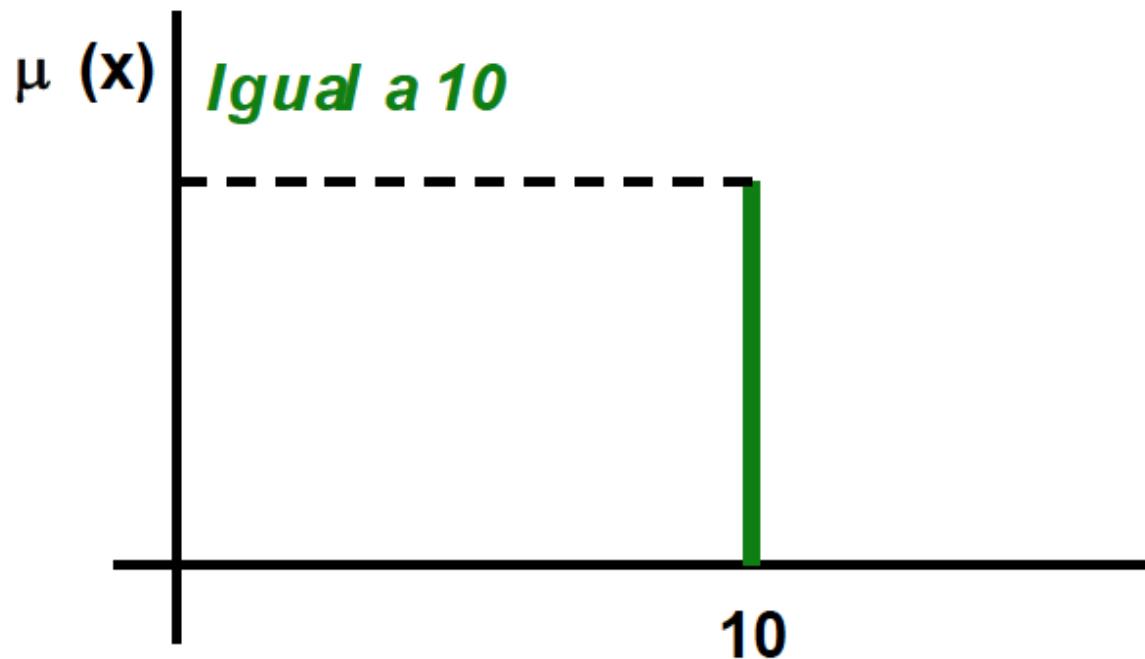
# Conjunto Suporte

- Sub-conjuntos dos pontos que possuem valor de pertinência maior que 0



# Conjunto Nebuloso *Singleton*

- Conjunto cujo suporte é um único ponto em  $X$ , com valor de pertinência igual a 1



# Convexidade

- Um conjunto nebuloso é convexo se e somente se

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

- Caso todos os conjuntos  $\alpha$ -cuts sejam convexos, o conjunto é convexo

# Convexidade

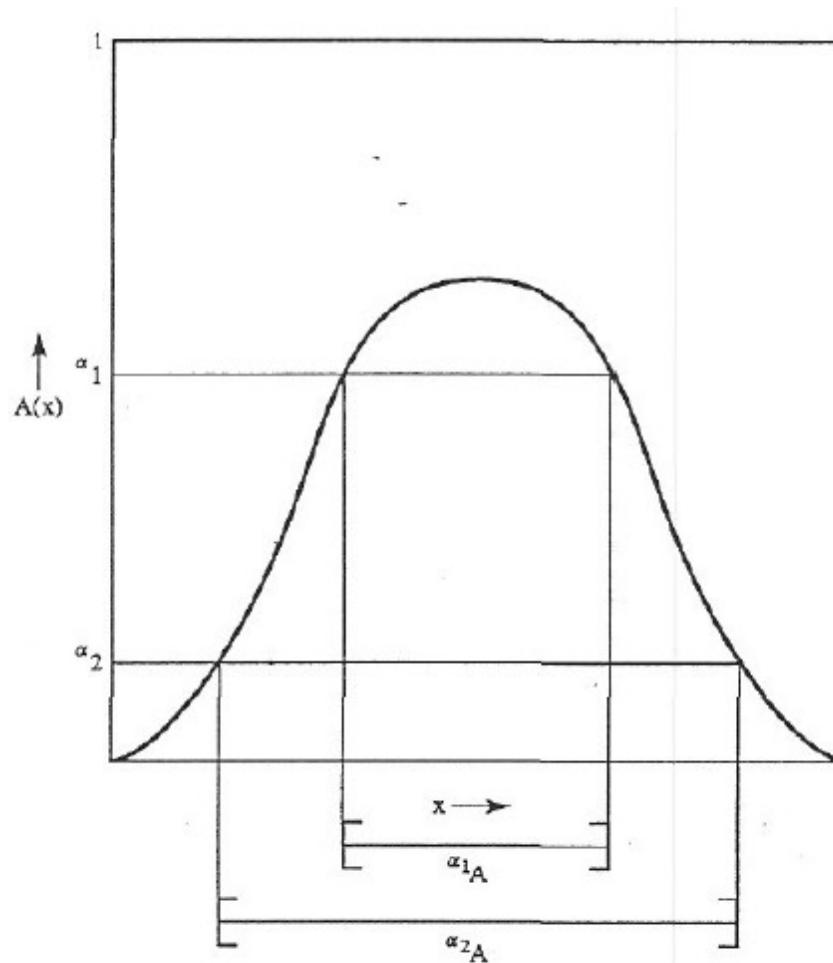


Figure 1.9 Subnormal fuzzy set that is convex.

# Convexidade

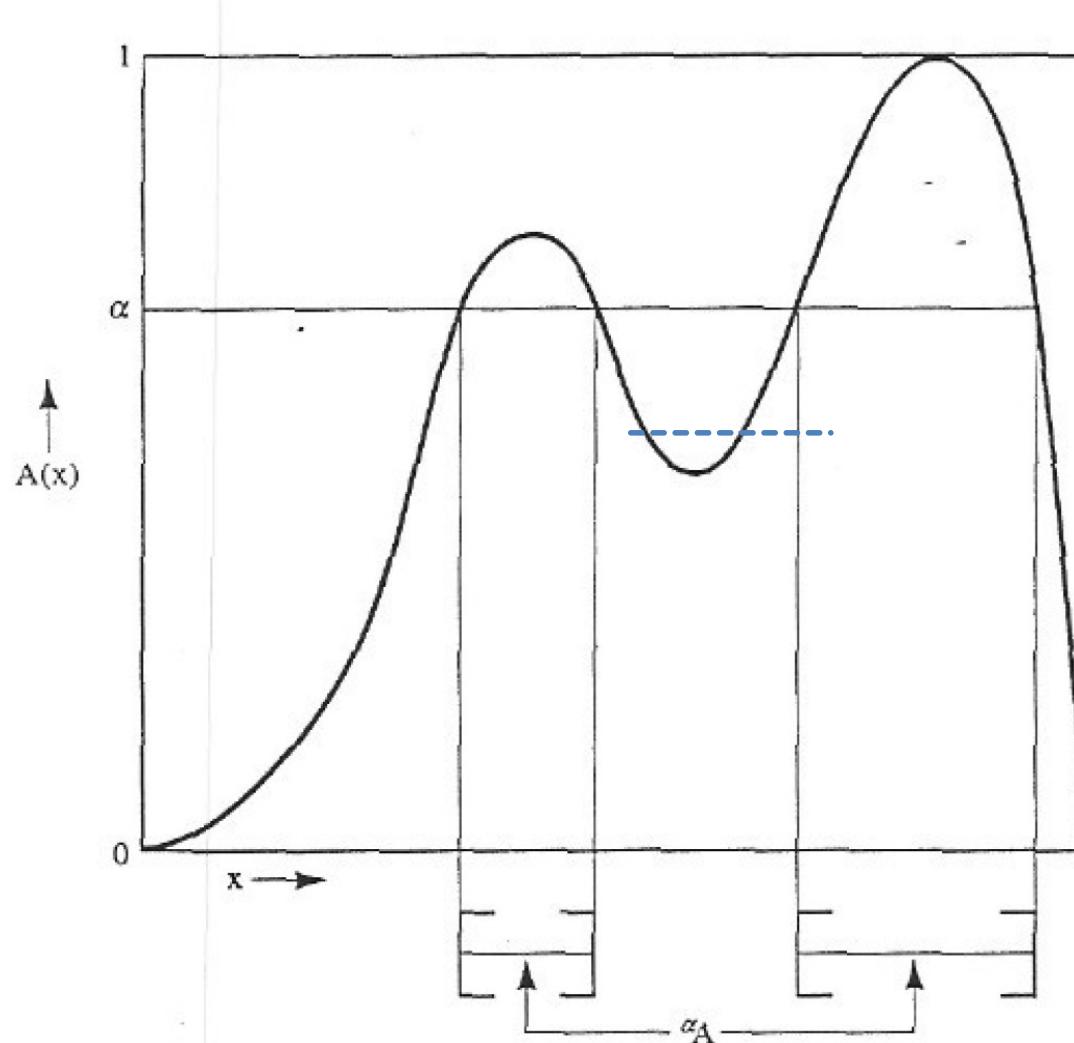
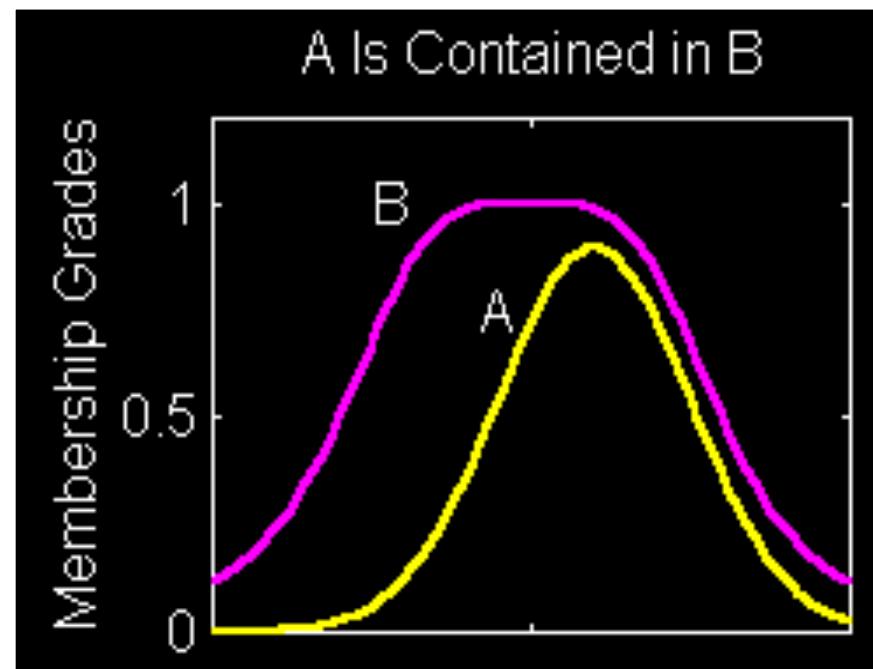


Figure 1.10 Normal fuzzy set that is not convex.

# Subconjunto

- Dados dois conjuntos nebulosos A e B

$$A \subseteq B \iff \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$



# Cardinalidade

- A cardinalidade de um conjunto nebuloso é definida como:

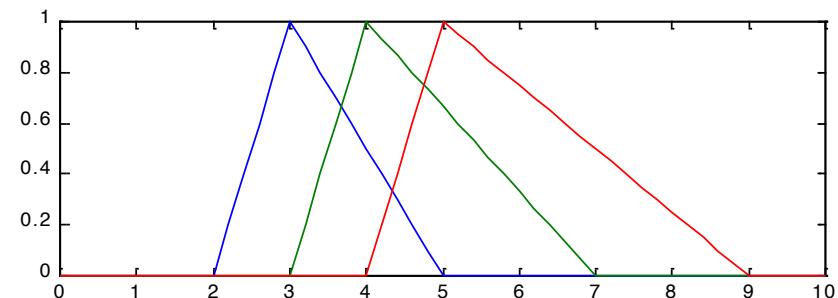
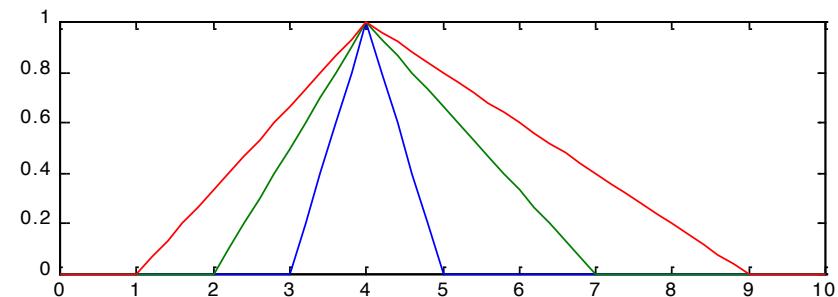
$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x)$$

# **Funções de Pertinência mais utilizadas**

# Triangular

$$trimf(x,[a,b,c]) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$$

```
x = (0:0.2:10)';  
y1 = trimf(x, [3 4 5]);  
y2 = trimf(x, [2 4 7]);  
y3 = trimf(x, [1 4 9]);  
subplot(211), plot(x, [y1 y2 y3]);  
y1 = trimf(x, [2 3 5]);  
y2 = trimf(x, [3 4 7]);  
y3 = trimf(x, [4 5 9]);  
subplot(212), plot(x, [y1 y2 y3]);  
set(gcf, 'name', 'trimf', 'numbertitle', 'off');
```

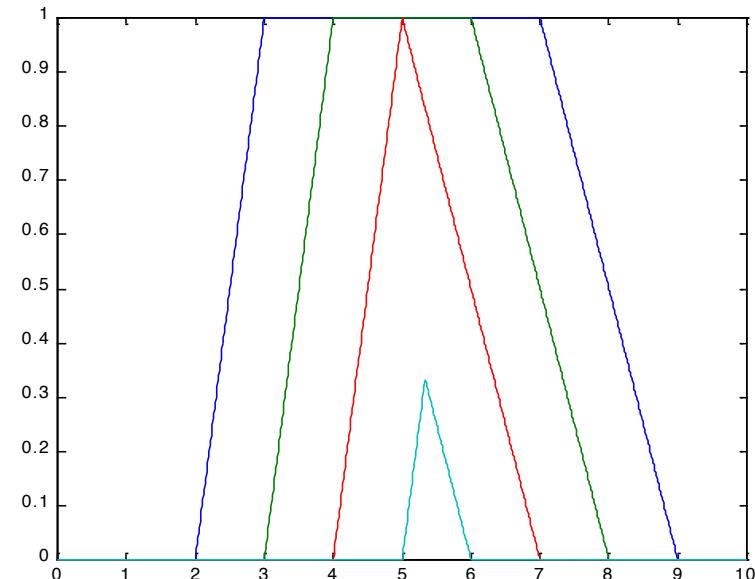


# Trapezoidal

$$trapmf(x,[a,b,c,d]) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

$$\mu(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{c-x}{c-b}, & c \leq x \leq d \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$

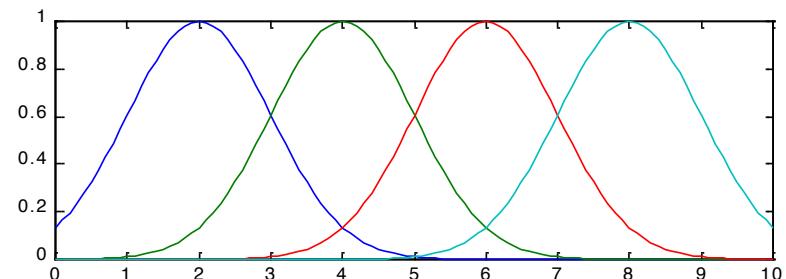
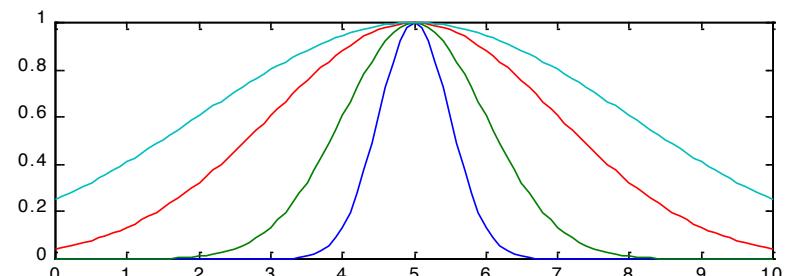
```
x = (0:0.1:10)';
y1 = trapmf(x, [2 3 7 9]);
y2 = trapmf(x, [3 4 6 8]);
y3 = trapmf(x, [4 5 5 7]);
y4 = trapmf(x, [5 6 4 6]);
plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
set(gcf, 'name', 'trapmf','numbertitle', 'off);
```



# Gaussiana

$$\mu(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-c}{\sigma} \right)^2}$$

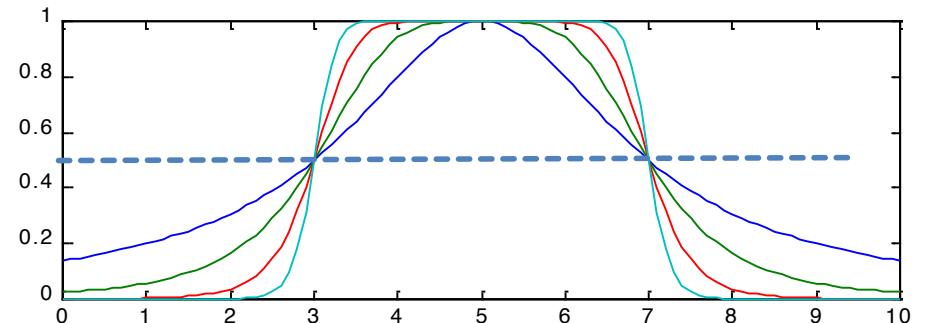
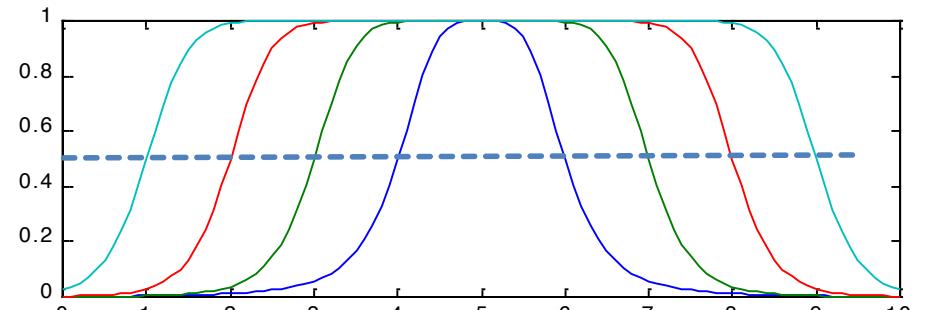
```
x = (0:0.1:10)';
y1 = gaussmf(x, [0.5 5]);
y2 = gaussmf(x, [1 5]);
y3 = gaussmf(x, [2 5]);
y4 = gaussmf(x, [3 5]);
subplot(211); plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
y1 = gaussmf(x, [1 2]);
y2 = gaussmf(x, [1 4]);
y3 = gaussmf(x, [1 6]);
y4 = gaussmf(x, [1 8]);
subplot(212); plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
set(gcf, 'name', 'gaussmf', 'numbertitle','off');
```



# Sino Generalizada

$$\mu(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$

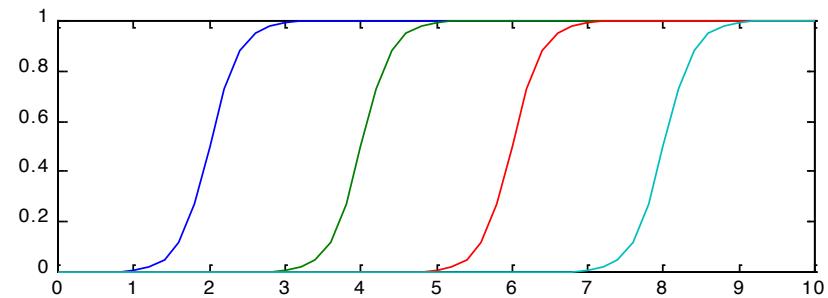
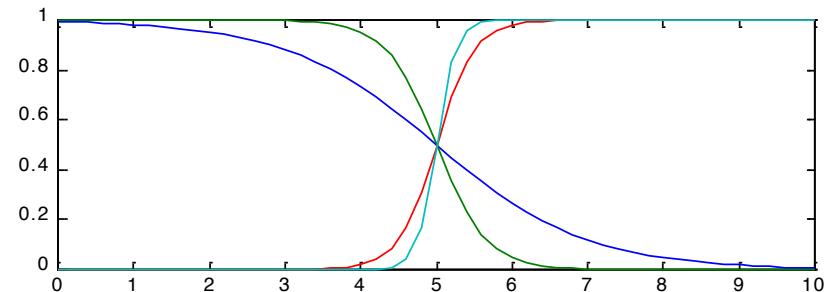
```
x = (0:0.1:10)';
y1 = gbellmf(x, [1 2 5]);
y2 = gbellmf(x, [2 4 5]);
y3 = gbellmf(x, [3 6 5]);
y4 = gbellmf(x, [4 8 5]);
subplot(211); plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
y1 = gbellmf(x, [2 1 5]);
y2 = gbellmf(x, [2 2 5]);
y3 = gbellmf(x, [2 4 5]);
y4 = gbellmf(x, [2 8 5]);
subplot(212); plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
set(gcf, 'name', 'gbellmf', 'numbertitle', 'off');
```



# Sigmoidal

$$\mu(x; a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

```
x = (0:0.2:10)';
y1 = sigmf(x, [-1 5]);
y2 = sigmf(x, [-3 5]);
y3 = sigmf(x, [4 5]);
y4 = sigmf(x, [8 5]);
subplot(211); plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
y1 = sigmf(x, [5 2]);
y2 = sigmf(x, [5 4]);
y3 = sigmf(x, [5 6]);
y4 = sigmf(x, [5 8]);
subplot(212); plot(x, [y1 y2 y3 y4]);
set(gcf, 'name', 'sigmf', 'numbertitle', 'off');
```



# Operadores de Zadeh

- Complemento

$$\bar{A} = X - A \iff \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

- União

$$A \cup B \iff \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

- Interseção

$$A \cap B \iff \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

# Exercício

- Utilizando os operadores clássicos de união, interseção e complemento, verifique se as seguintes propriedades são válidas para conjuntos nebulosos

$$\bar{\bar{A}} = A$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

# Propriedades do max e min

$$\max(f_1(x), f_2(x)) = \frac{1}{2} [f_1(x) + f_2(x) + |f_1(x) - f_2(x)|]$$
$$\min(f_1(x), f_2(x)) = \frac{1}{2} [f_1(x) + f_2(x) - |f_1(x) - f_2(x)|]$$

# Operadores Nebulosos

- Operadores de Zadeh
  - Operadores Padrão
  - Não são os únicos operadores possíveis
- Outros operadores devem atender a requirementos específicos de cada operação
- Operadores de Interseção = t-normas
- Operadores de União = t-conormas ou s-normas

# Complemento Nebuloso

- Função  $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  que calcula o complemento de uma função de pertinência:

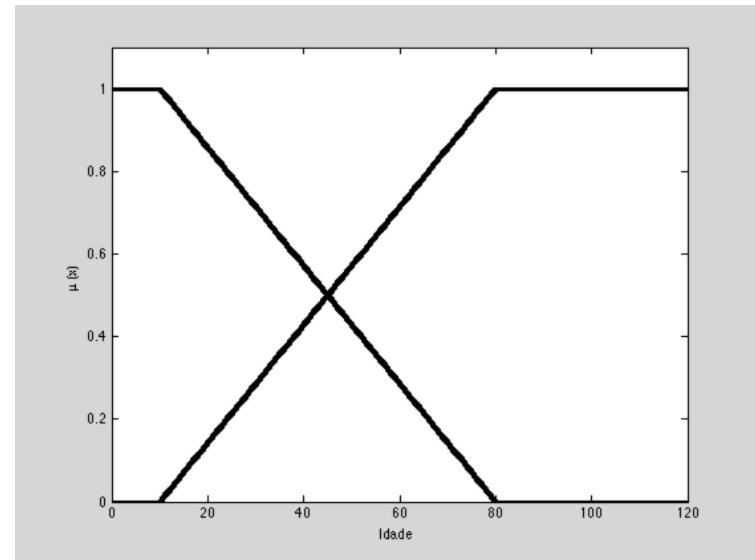
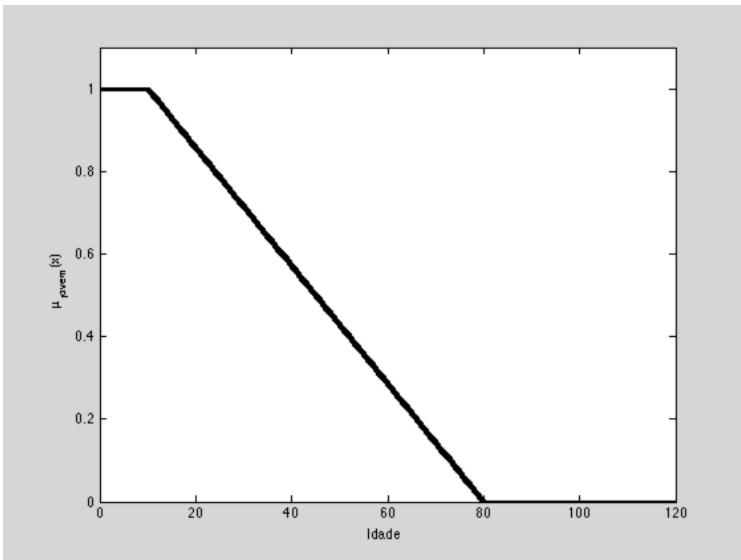
$$\mu_{\bar{A}}(x) = N(\mu_A(x))$$

- Exemplo:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

# Exemplo

- Conjunto Idosos = complemento Jovem



# Complemento Nebuloso

Axioma n1:  $N(0) = 1$  e  $N(1) = 0$

Axioma n2:  $N(a) \geq N(b)$  se  $a \leq b$

Axioma n3:  $N(a)$  é contínua (opcional)

Axioma n4:  $N(N(a)) = a$  (opcional)

# Exemplos de Operadores de Complemento

Zadeh

$$N(a) = 1 - a$$

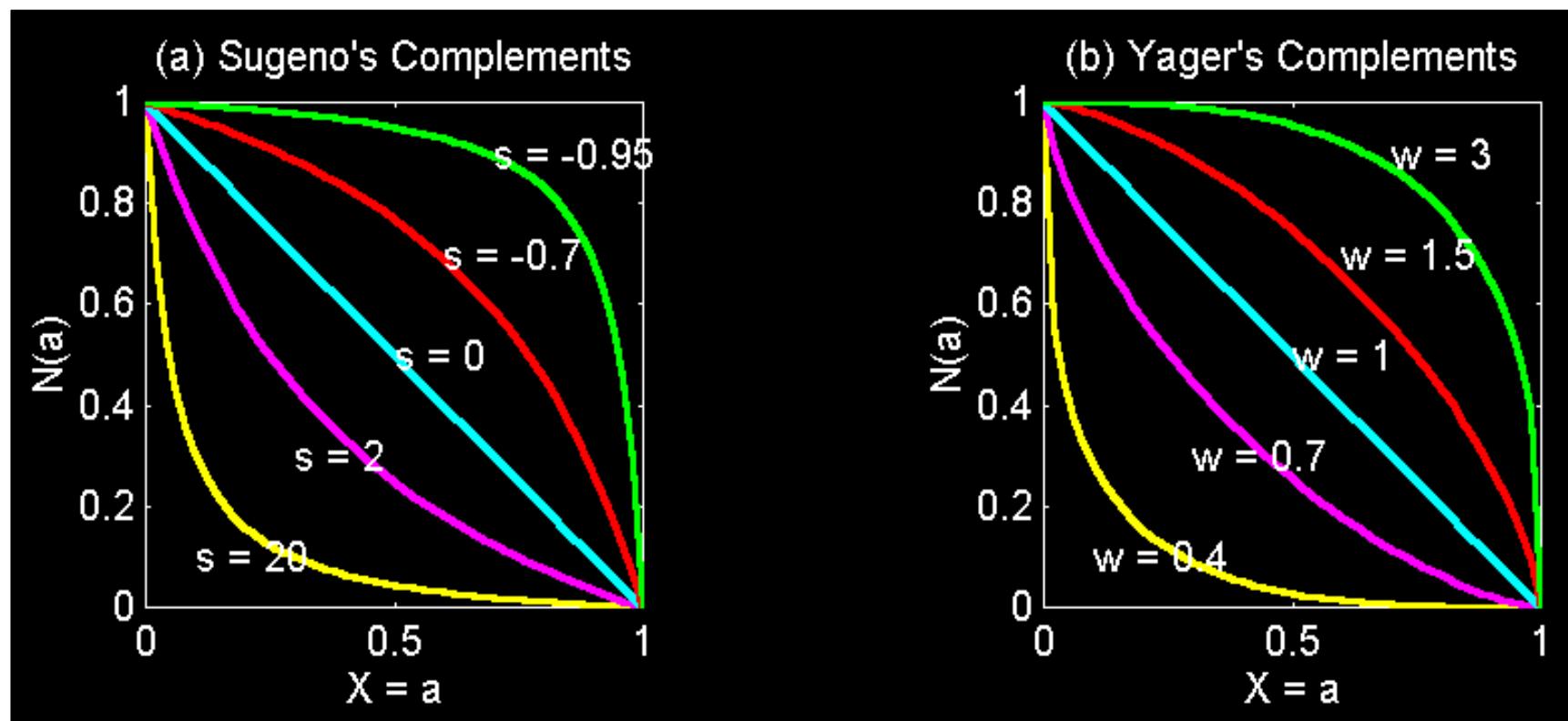
Sugeno

$$N(a) = \frac{1 - a}{1 + sa} \quad s \in (-1, \infty)$$

Yager:

$$N(a) = (1 - a^w)^{1/w} \quad w \in (0, \infty)$$

# Exemplos de Operadores de Complemento



# Exercício

Prove que o operador de complemento de Sugeno atende aos axiomas n1, n2 e n4

$$N(a) = \frac{1-a}{1+sa} \quad s \in (-1, \infty)$$

$$N(0) = 1 \text{ e } N(1) = 0$$

$$N(a) \geq N(b) \text{ se } a \leq b$$

$$N(N(a)) = a$$

# Interseção Nebulosa

- Função  $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  que agrupa duas funções de pertinência:

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

- Geralmente denominada **t-norma (norma triangular)**

# Interseção Nebulosa

**Axioma t1:**  $T(0, 0) = 0, \quad T(a, 1) = T(1, a) = a$

**Axioma t2:**  $T(a, b) \leq T(a, d)$  se  $b \leq d$

**Axioma t3:**  $T(a, b) = T(b, a)$

**Axioma t4:**  $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$

# Interseção Nebulosa

Axioma t5:  $T(a)$  é contínua (opcional)

Axioma t6:  $T(a, a) = a$  (opcional)

*Uma **t-norma** atende os axiomas t1-t4*

# Exemplos de t-normas

Mínimo (t1-t6)

$$T(a, b) = \min(a, b)$$

Produto (t1-t5)

$$T(a, b) = ab$$

Produto Limitado (t1-t5)  $T(a, b) = \max(0, a + b - 1)$

Produto Drástico (t1-t4)  $T(a, b) = \begin{cases} a, & \text{se } b = 1 \\ b, & \text{se } a = 1 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$

# Exercício

Prove que o mínimo atende aos axiomas t1-t4

$$T(a, b) = \min(a, b)$$

$$T(0, 0) = 0, \quad T(a, 1) = T(1, a) = a$$

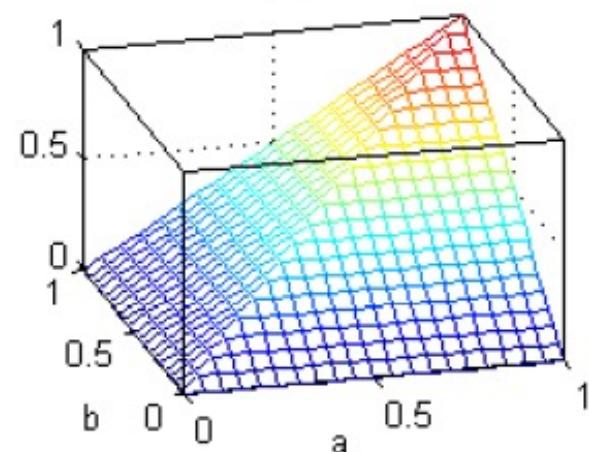
$$T(a, b) \leq T(a, d) \text{ se } b \leq d$$

$$T(a, b) = T(b, a)$$

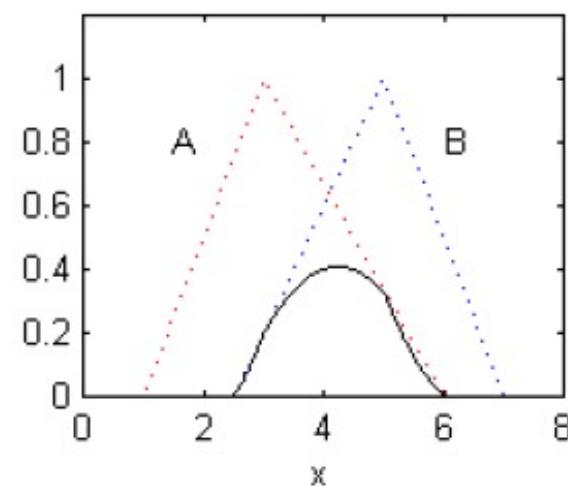
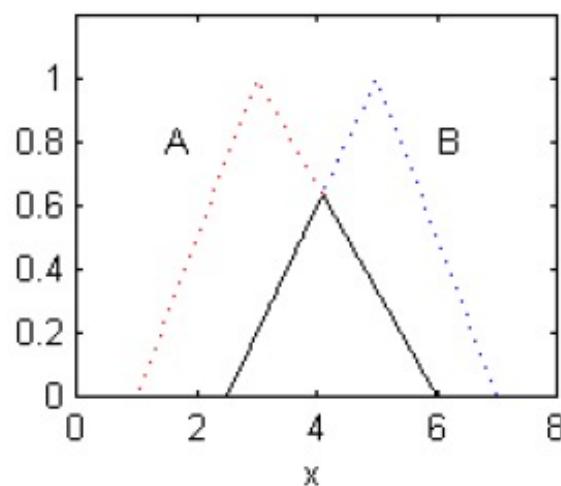
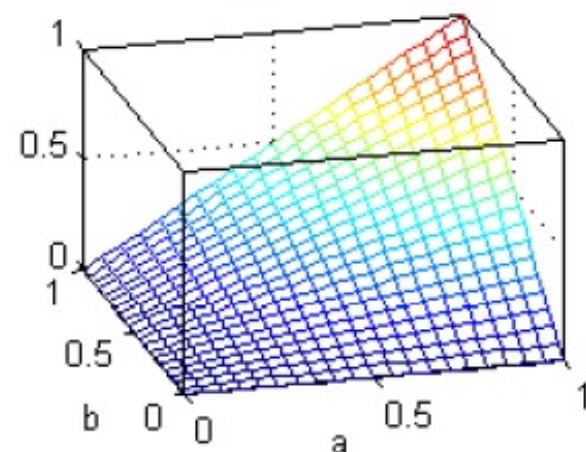
$$T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$$

# Exemplos de t-normas

Mínimo

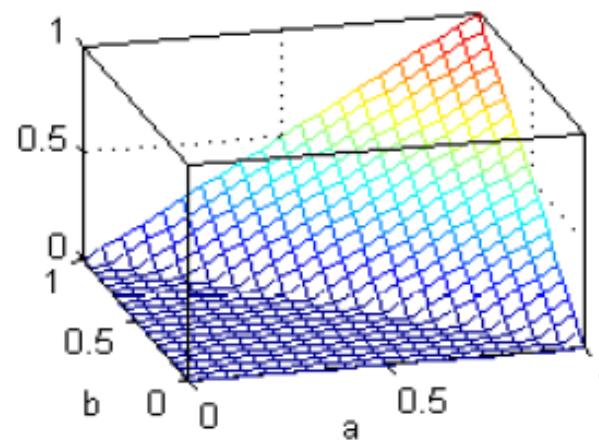


Produto

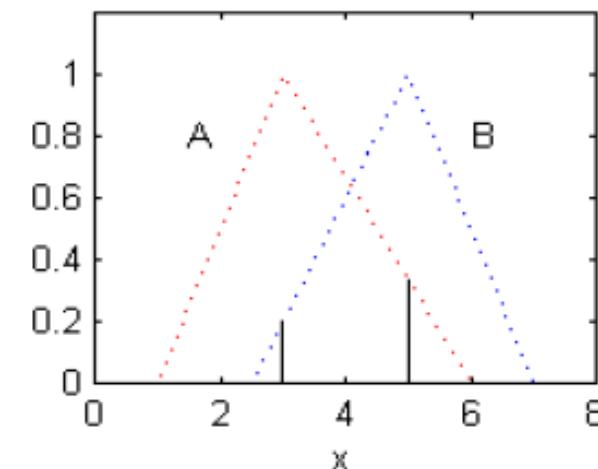
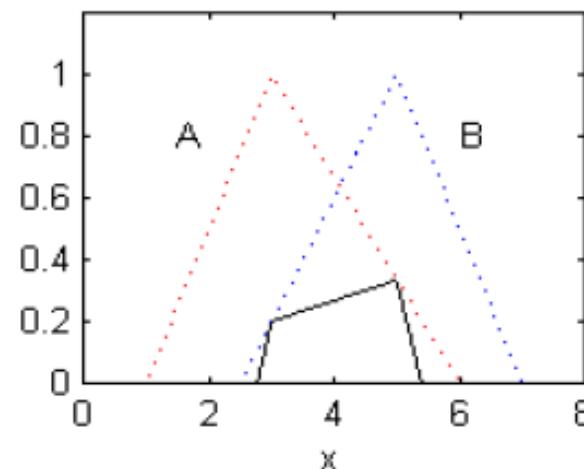
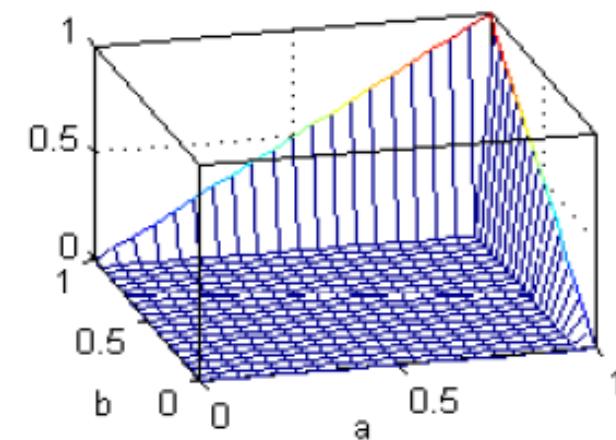


# Exemplos de t-normas

Produto Limitado



Produto Drástico



# União Nebulosa

- Função  $S : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  que agrupa duas funções de pertinência:

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

- Geralmente denominada **s-norma** (ou t-conorma)

# União Nebulosa

Axioma s1:  $S(0, 0) = 0 \quad S(a, 0) = S(0, a) = a$

Axioma s2:  $S(a, b) \leq S(a, d)$  se  $b \leq d$

Axioma s3:  $S(a, b) = S(b, a)$

Axioma s4:  $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$

# União Nebulosa

Axioma s5:  $S(a)$  é contínua (opcional)

Axioma s6:  $S(a, a) = a$  (opcional)

*Uma s-norma deve atender os axiomas s1 a s4*

# Exemplos de s-normas

Máximo (s1-s6)

$$S(a, b) = \max(a, b)$$

Soma Probabilística (s1-s5)     $S(a, b) = a + b - ab$

Soma Limitada (s1-s5)

$$S(a, b) = \min(1, a + b)$$

Soma Drástica (s1-s4)

$$S(a, b) = \begin{cases} a, & \text{se } b = 0 \\ b, & \text{se } a = 0 \\ 1, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

# Exercício

Prove que a soma probabilística atende aos axiomas s1-s4

$$S(a, b) = a + b - ab$$

$$S(0, 0) = 0 \quad S(a, 0) = S(0, a) = a$$

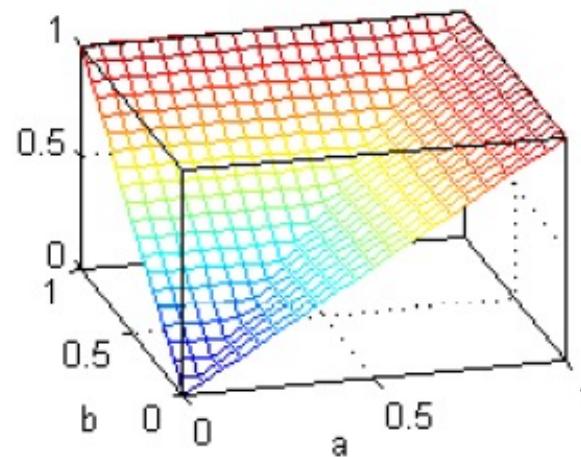
$$S(a, b) \leq S(a, d) \text{ se } b \leq d$$

$$S(a, b) = S(b, a)$$

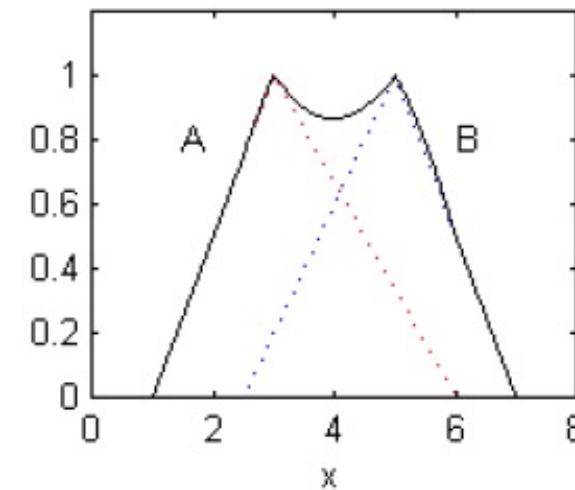
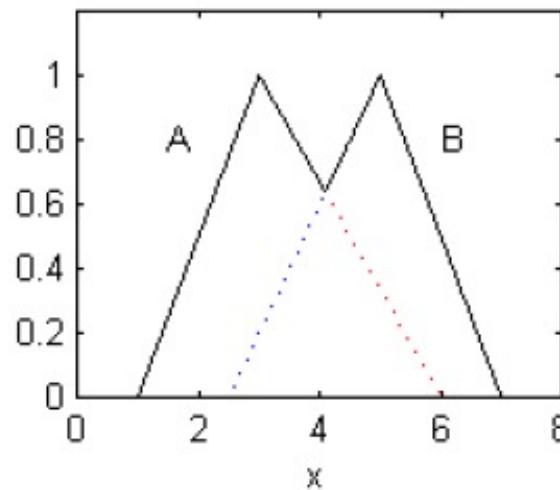
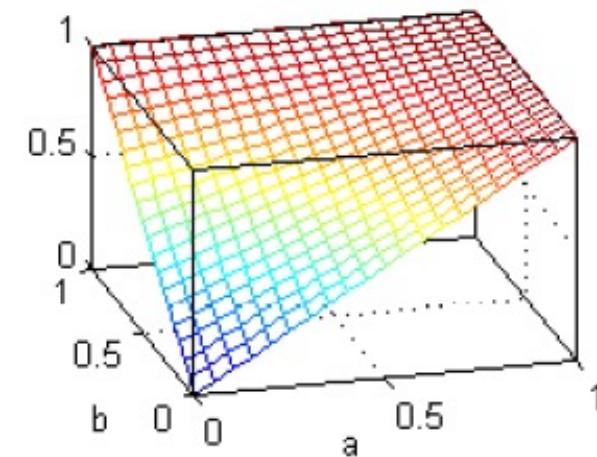
$$S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$$

# Exemplos de s-normas

Máximo

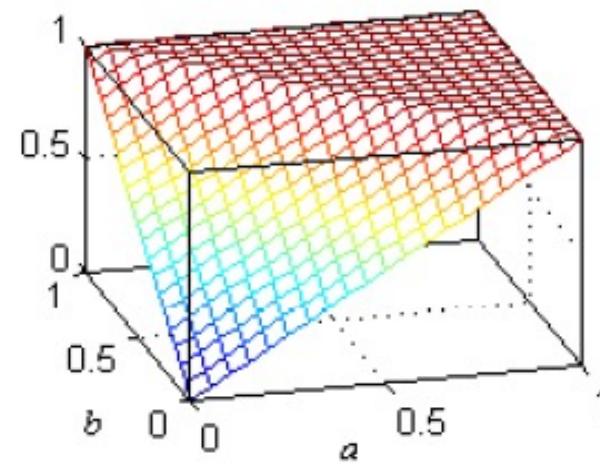


Soma Probabilística

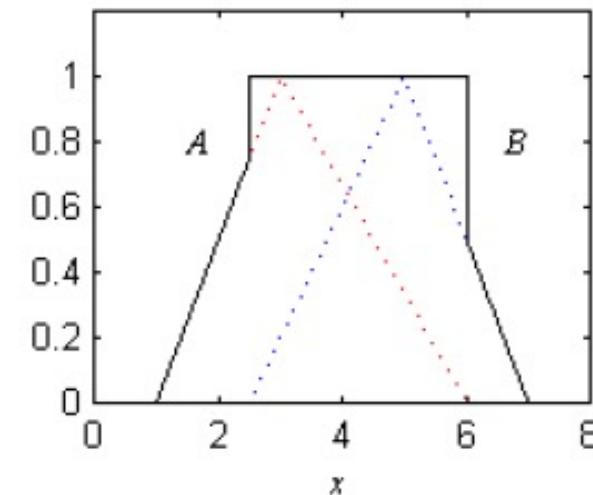
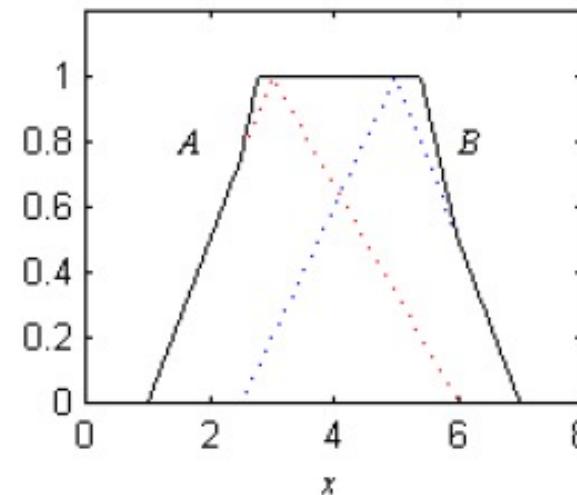
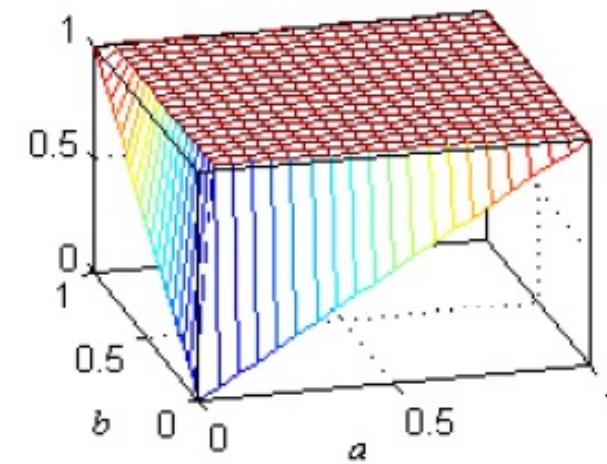


# Exemplos de s-normas

Soma Limitada



Soma Drástica



# Leis de De-Morgan

- Uma t-norma T e uma s-norma S são duais em relação ao complemento nebuloso N se e somente se

$$T(a, b) = N(S(N(a), N(b)))$$

$$S(a, b) = N(T(N(a), N(b)))$$

# Exercício Teórico

1. Prove que o operador de complemento de Sugeno atende aos axiomas n1, n2 e n4
1. Prove que o mínimo atende aos axiomas t1-t4
1. Prove que a soma probabilística atende aos axiomas s1-s4
1. Prove que a soma probabilística e o produto são operadores duais em relação ao operador de complemento de Zadeh

# Exercício Computacional 1

## ***1. Complemento nebuloso***

Implemente os operadores de complemento nebuloso: Zadeh, Yager e Sugeno. Escolha uma função de pertinência e efetue as operações. Plote da função de pertinência e dos complementos em relação “x”. Plotar os gráficos dos complementos em relação à função escolhida.

## ***2. União nebulosa***

Implemente os operadores de união nebulosa: máximo, soma probabilística, soma limitada e soma drástica. Escolha duas funções de pertinência e efetue as operações. Plotar os gráficos da função e dos operadores em relação a “x”.

## ***3. Interseção nebulosa***

Implemente os interseção nebulosa: mínimo, produto algébrico, produto limitado e produto drástico.

Escolha duas funções de pertinência e efetue as operações. Plotar os gráficos da função e dos operadores em relação a “x”