



INFERÊNCIA NEBULOSA E SISTEMAS NEBULOSOS ADAPTATIVOS: ANFIS

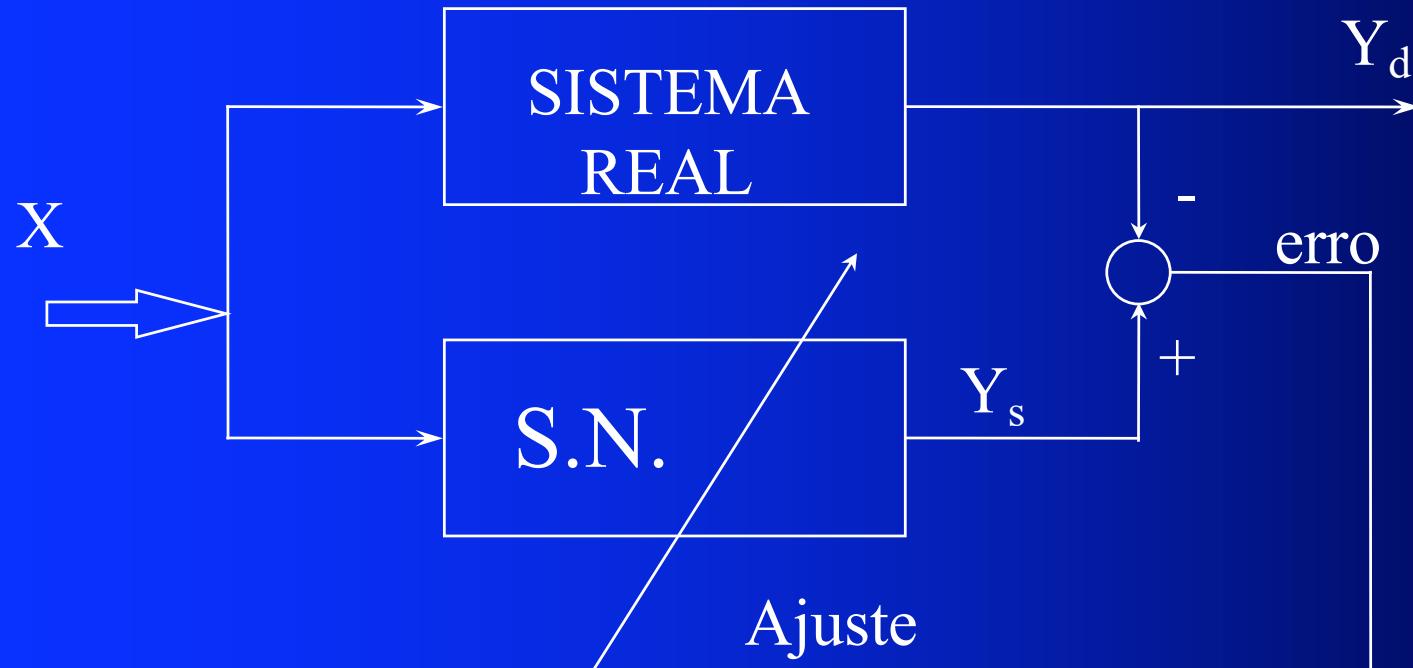
Prof. Walmir Matos Caminhas - DELT/UFMG

MODELAGEM VIA SISTEMAS NEBULOSOS

- PRINCIPAIS DIFICULDADE:
 - GERAÇÃO DAS REGRAS;
 - GERAÇÃO DAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA;
 - ESCOLHA DOS OPERADORES.
- COMO SOLUCIONAR?
 - SISTEMAS ADAPTATIVOS

ANFIS: Sistema de Inferência Neuro-Fuzzy Adaptativo.

SISTEMAS NEBULOSOS ADAPTATIVOS



PARÂMETROS DE AJUSTE

- Funções de Pertinência
- Parâmetros dos Modelos de Saída
- Base de Regras (grau de certeza)

Regras implementadas

Se $(x_1 \in A_{1j}) \text{ e } (x_2 \in A_{2j}) \dots \text{e } (x_i \in A_{ij}) \dots \text{e } (x_n \in A_{nj})$

Então $y_j = P_{1j}x_1 + P_{2j}x_2 + \dots + P_{ij}x_i + P_{nj}x_n + q_j$

$$y_j = \sum_{i=1}^n P_{ij} \cdot x_i + q_j$$

$$w_j = \prod_{i=1}^n \mu_{Aij}(x_i)$$

$$w_j = \mu_{A1j}(x_1) \cdot \mu_{A2j}(x_2) \cdot \dots \cdot \mu_{Aij}(x_i) \cdot \mu_{Anj}(x_n)$$

$$\mu_{Aij}(x_i) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - c_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right]$$

$$y_s = \frac{\sum_{j=1}^m w_j \cdot y_j}{\sum_{j=1}^m w_j} = \frac{a}{b}$$

$$\begin{aligned} \min e &= \frac{1}{2}(y_s - y_d)^2 \\ e &= f(x, c_{ij}, \sigma_{ij}, p_{ij}, q_j) \end{aligned}$$

Método do Gradiente para atualização dos parâmetros

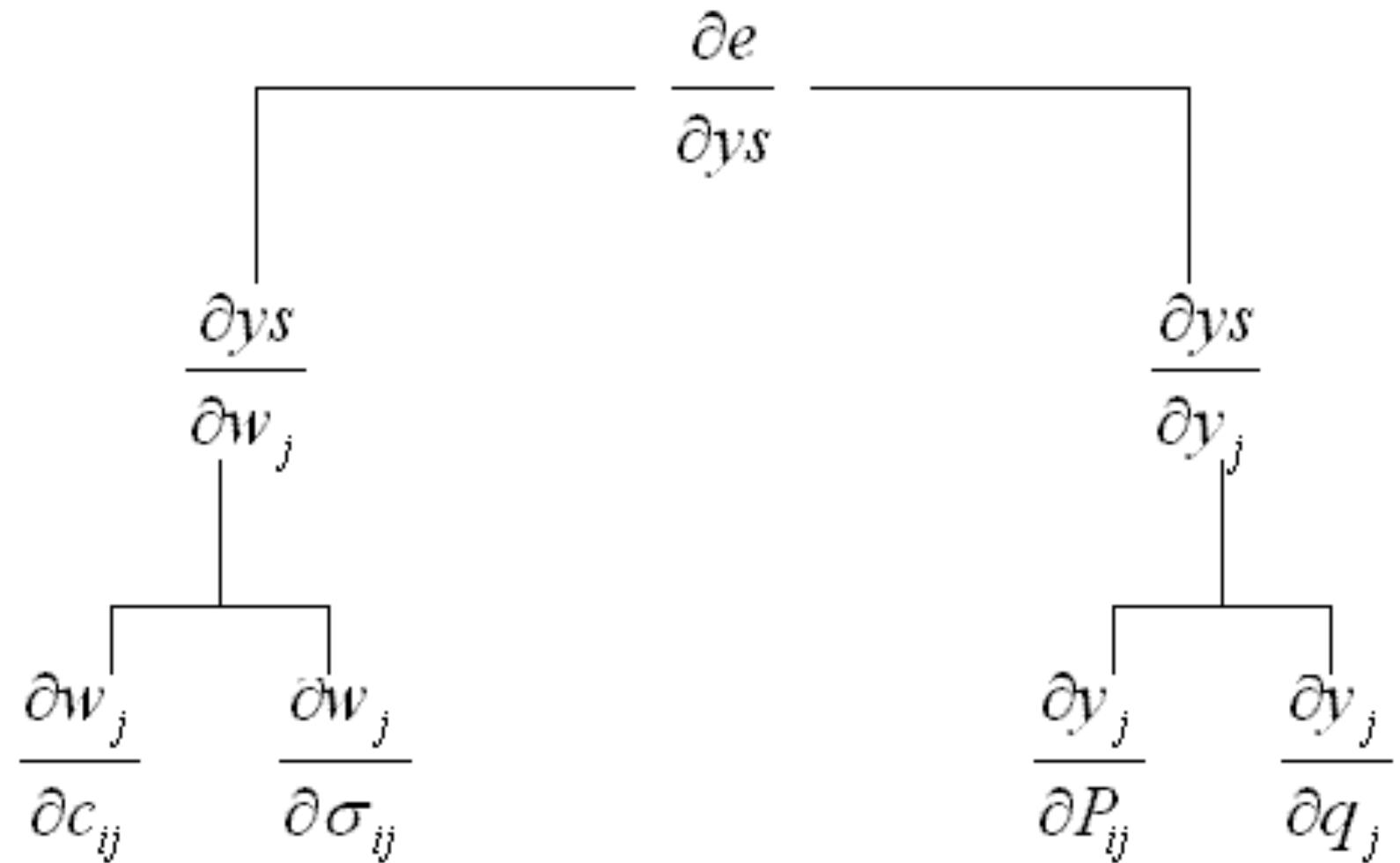
$$c_{ij}^{k+1} = c_{ij}^k - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial c_{ij}}|_k$$

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \sigma_{ij}^k - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial \sigma_{ij}}|_k$$

$$P_{ij}^{k+1} = P_{ij}^k - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial P_{ij}}|_k$$

$$q_j^{k+1} = q_j^k - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial q_j}|_k$$

Obtenção das Derivadas



Derivadas Parciais

$$\frac{\partial e}{\partial c_{ij}} = \frac{\partial e}{\partial ys} \frac{\partial ys}{\partial w_j} \frac{\partial w_j}{\partial c_{ij}}$$

$$\frac{\partial e}{\partial ys} = (ys - yd)$$

$$\frac{\partial ys}{\partial w_j} = \left(\frac{y_j - ys}{b} \right)$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial c_{ij}} = w_j \left[\frac{(x_i - c_{ij})}{\sigma_{ij^2}} \right]$$

Derivadas Parciais

$$\frac{\partial e}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial e}{\partial ys} \frac{\partial ys}{\partial w_j} \frac{\partial w_j}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\frac{\partial e}{\partial ys} = (ys - yd)$$

$$\frac{\partial ys}{\partial w_j} = \left(\frac{y_j - ys}{b} \right)$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial \sigma_{ij}} = w_j \left[\frac{(x_i - c_{ij})^2}{\sigma_{ij}^3} \right]$$

Derivadas Parciais

$$\frac{\partial e}{\partial P_{ij}} = \frac{\partial e}{\partial ys} \frac{\partial ys}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial P_{ij}}$$

$$\frac{\partial e}{\partial ys} = (ys - yd)$$

$$\frac{\partial ys}{\partial y_j} = \frac{w_j}{b}$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial P_{ij}} = x_i$$

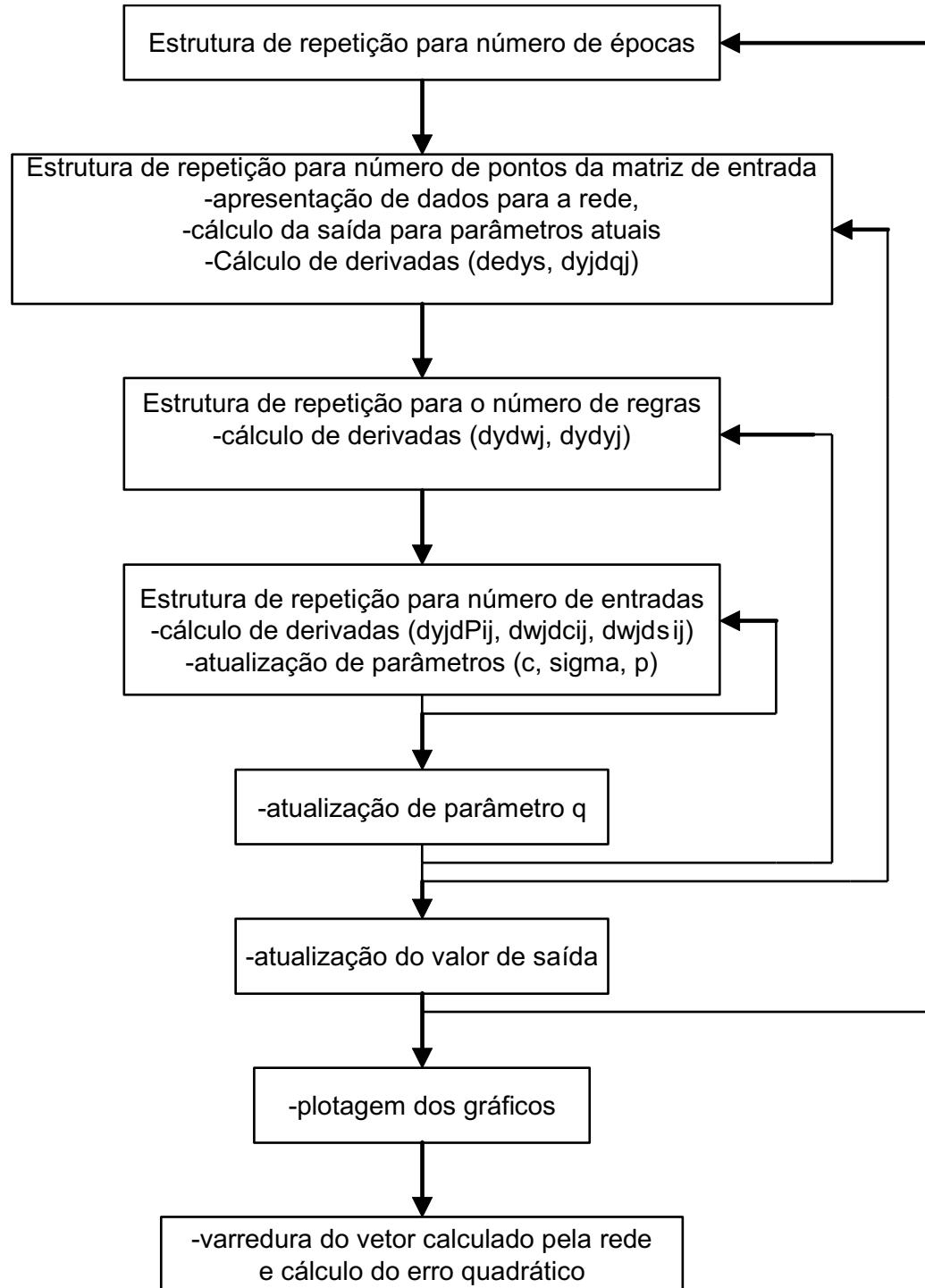
Derivadas Parciais

$$\frac{\partial e}{\partial q_j} = \frac{\partial e}{\partial ys} \frac{\partial ys}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial q_j}$$

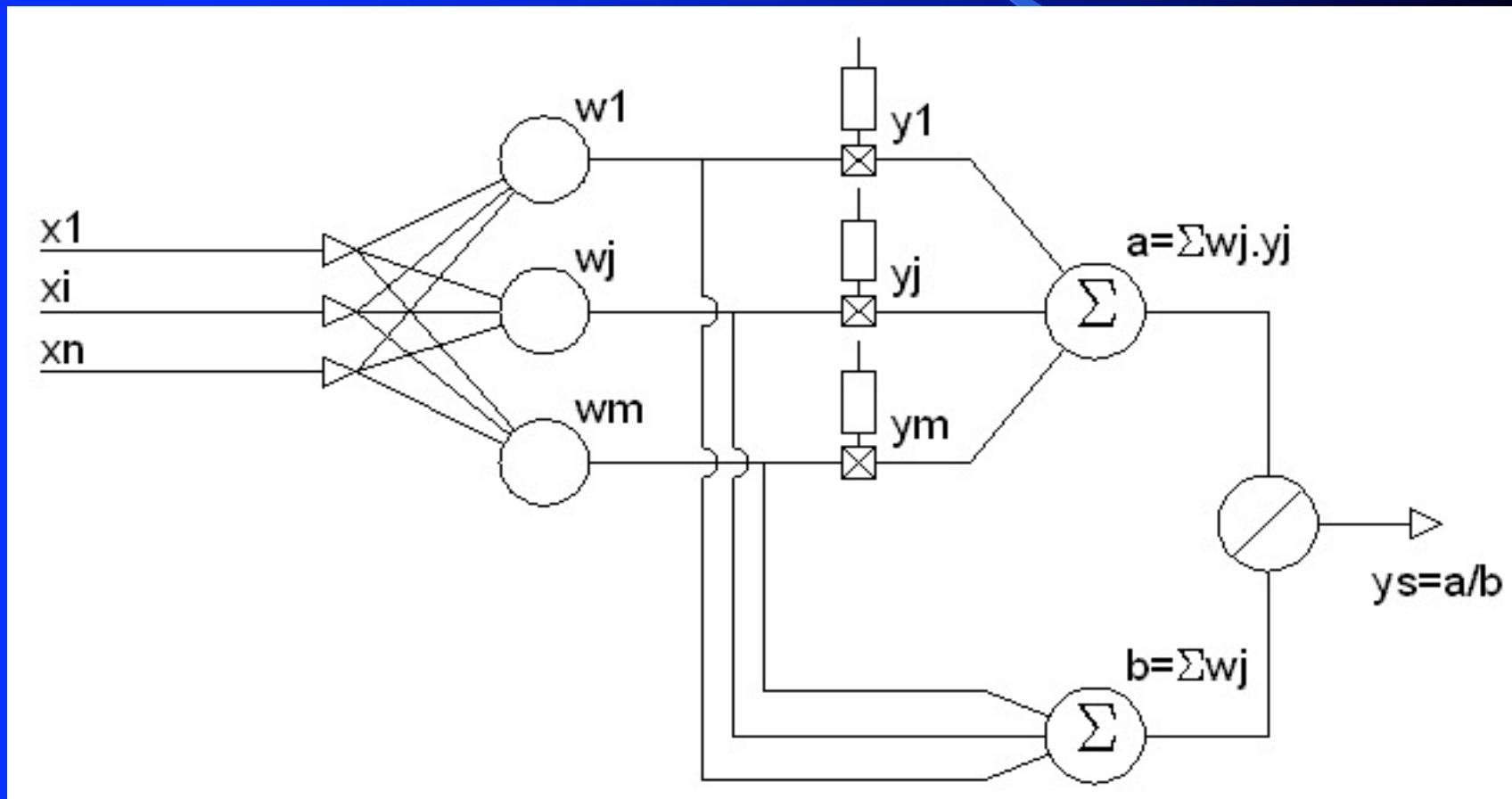
$$\frac{\partial e}{\partial ys} = (ys - yd)$$

$$\frac{\partial ys}{\partial y_j} = \frac{w_j}{b}$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial q_j} = 1$$



Estrutura Neurofuzzy Implementada em sala

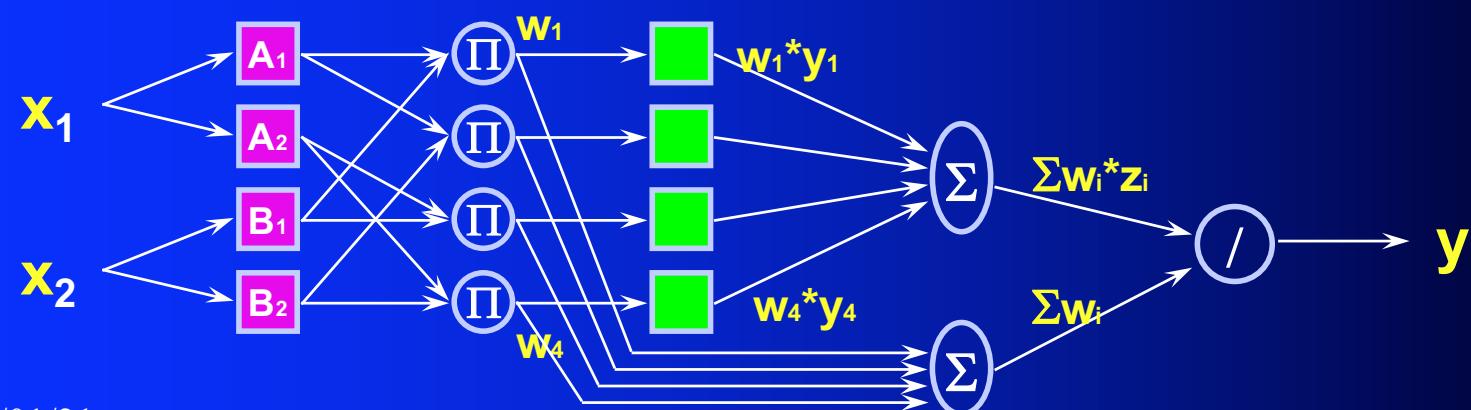
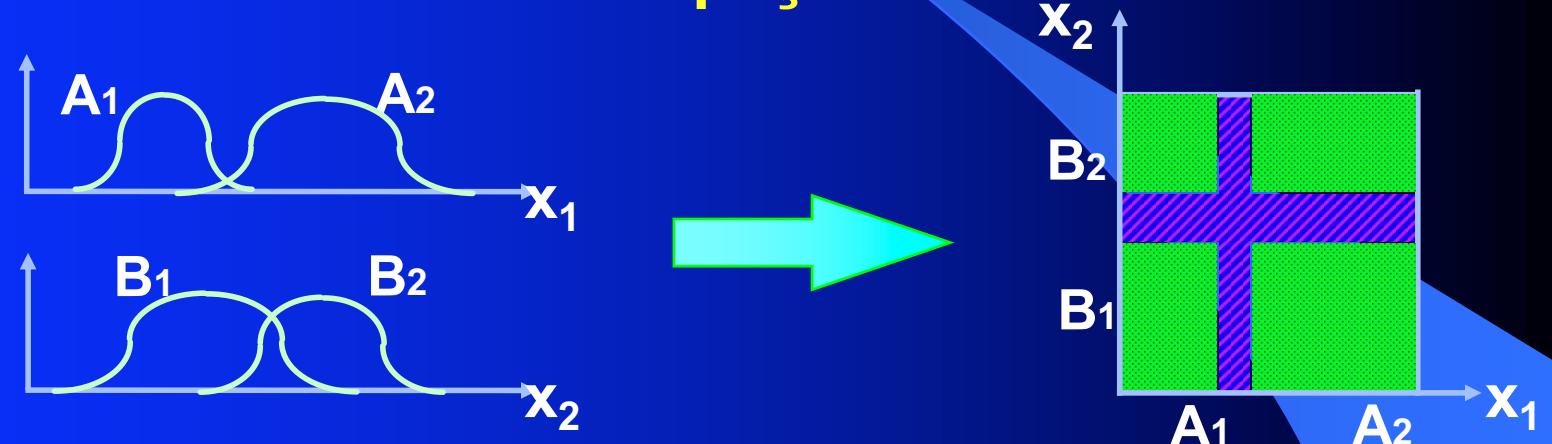


Exercício Computacional 4

- Implemente e estrutura descrita.

GENFIS1 - MatLab

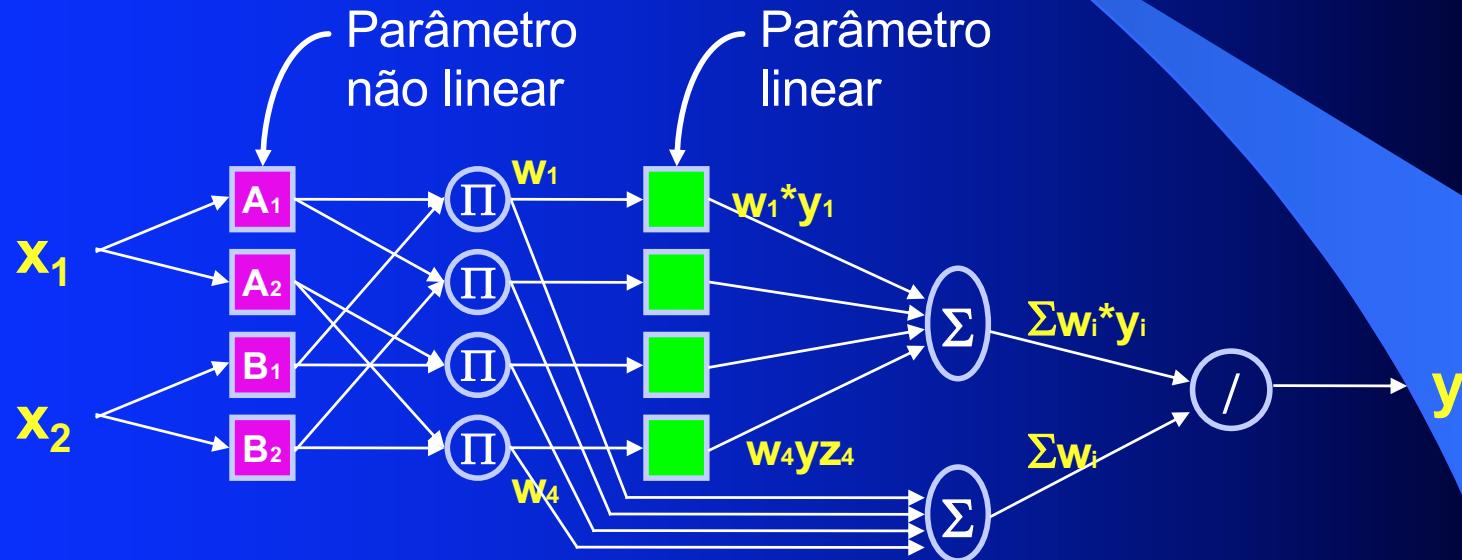
- Particionamento do espaço de entrada



APRENDIZADO DO ANFIS

- Ajuste de parâmetros das funções f_i ;
 - mínimos quadrados, métodos de otimização
- Ajuste dos parâmetros das funções de pertinência
 - métodos de otimização (gradiente e outros)

ANFIS: Método de Treinamento Híbrido



	forward pass	backward pass
Parâmetros das MF's	fixo	Gradiente
Coef. param. (linear)	Mínimos quadrados	fixo

ANFIS: APROXIMADOR UNIVERSAL

Um modelo de Sugeno de *ordem zero* é um aproximador universal:

Para qualquer dado $\epsilon > 0$ e qualquer função g de valores reais, existe um modelo de *ordem zero* de Sugeno S tal que $|g(x) - S(x)| < \epsilon$.

% Implementação do MatLab

```
close all; clear all;clc;  
load xt; load ydt; load xv; load ydv
```

```
options = genfisOptions('GridPartition');  
options.NumMembershipFunctions = 5;  
in_fis = genfis(xt,ydt,options);
```

```
options = anfisOptions;  
options.InitialFIS = in_fis;  
options.EpochNumber = 20;  
out_fis = anfis([xt ydt],options);  
ys=evalfis(out_fis,xv)  
plot(xv,ydv,xx,ys);  
legend('Training Data','anfis Output');
```

Exemplo 1: Modelagem de função Sinc com duas entradas

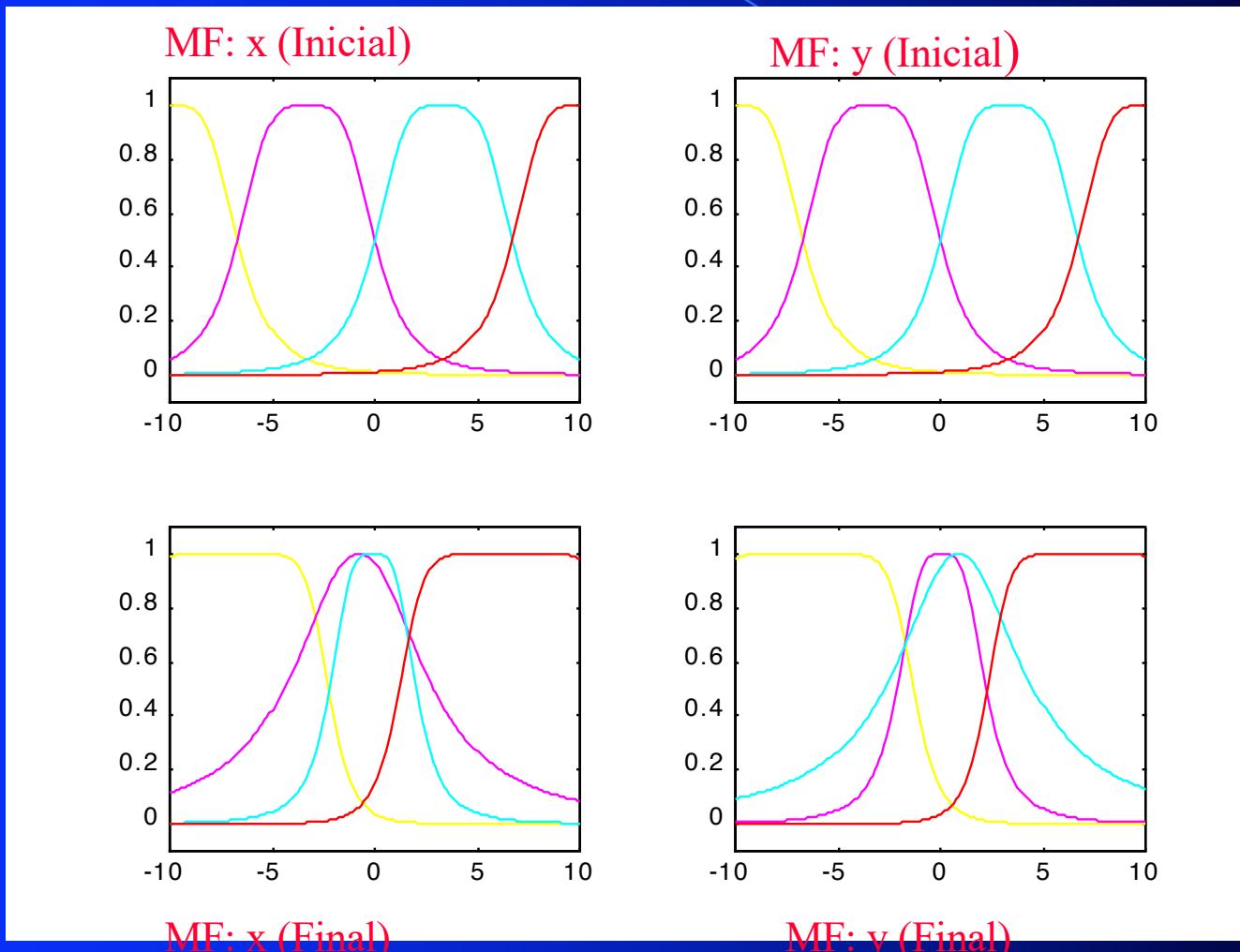
$$z = \text{sinc}(x, y) = \frac{\sin(x) \cdot \sin(y)}{x \cdot y}$$

$$\mu_A(x) = gbell(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$$

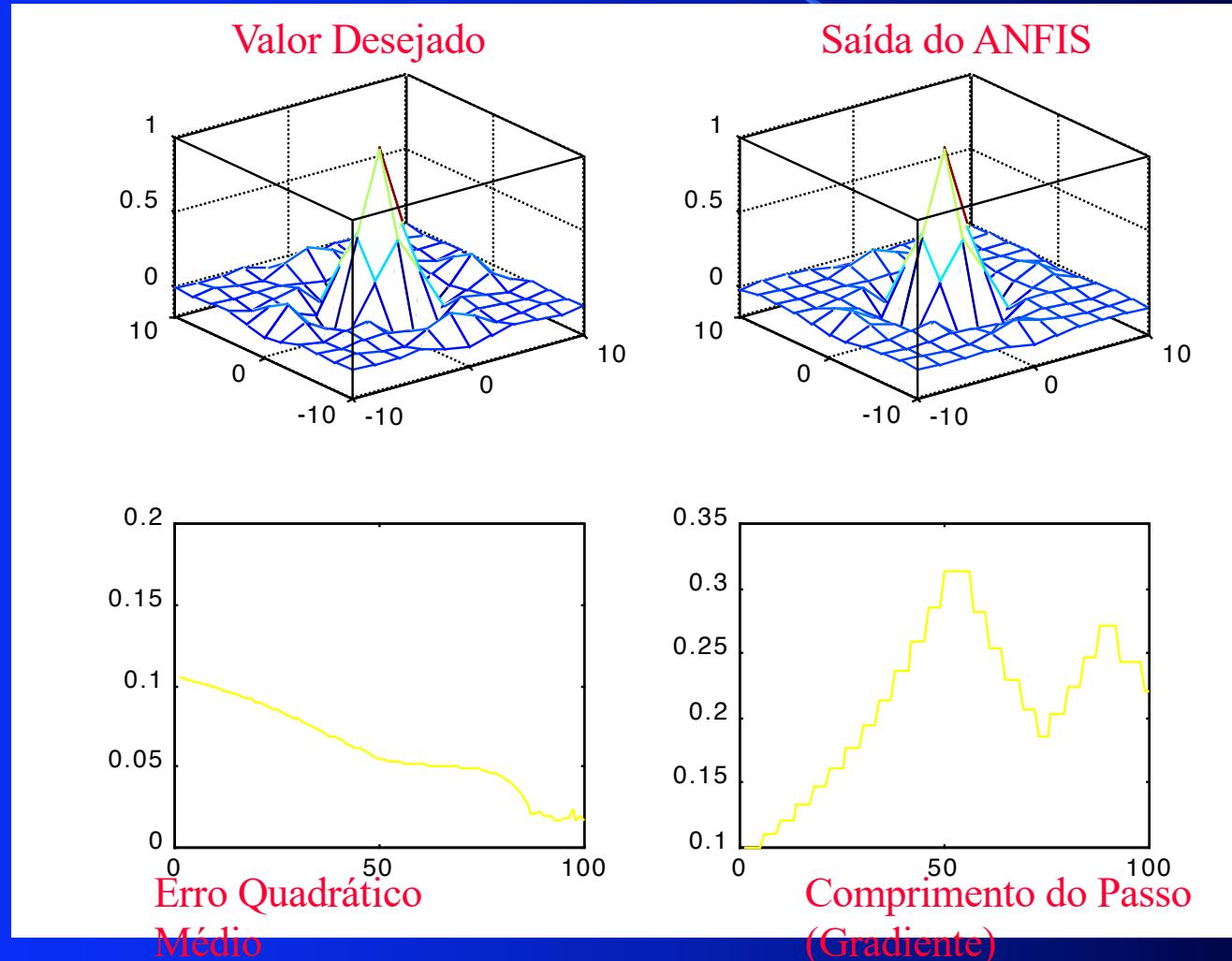
Exemplo 1: Arquitetura ANFIS

- Entrada: distribuição uniforme dos dados de entrada num intervalo de $[-10, 10] \times [-10, 10]$;
- Número de padrões para o treinamento: 121 pares de dados de treinamento;
- Topologia do ANFIS:
 - 16 regras, com quatro funções de pertinência para cada variável de entrada;
 - número total de parâmetros a serem ajustados é 72, incluindo 24 parâmetros antecedentes (não lineares) e 48 parâmetros consequentes (lineares).

Exemplo 1: Funções de Pertinência



Exemplo 1: Resultados



Exemplo 1: Comparação com MLP (Quick-prop)

- Convergência mais rápida;
- Erro quadrático médio menor
- Figura 12.7 pag. 347

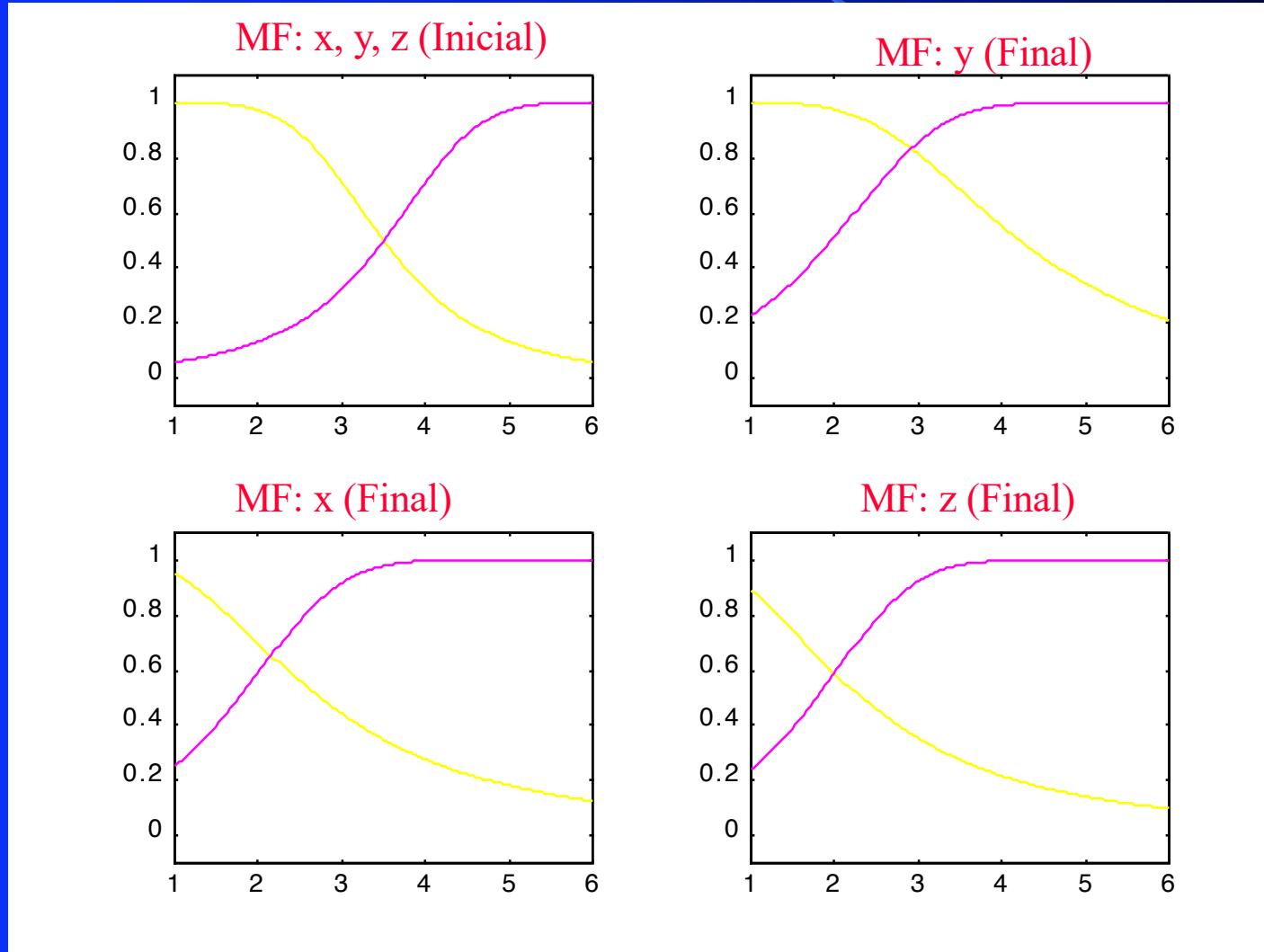
Exemplo 2: Modelagem de função Não-Linear com três entradas

$$ydt = (1 + x^{0.5} + y^{-1} + z^{-1.5})^2$$

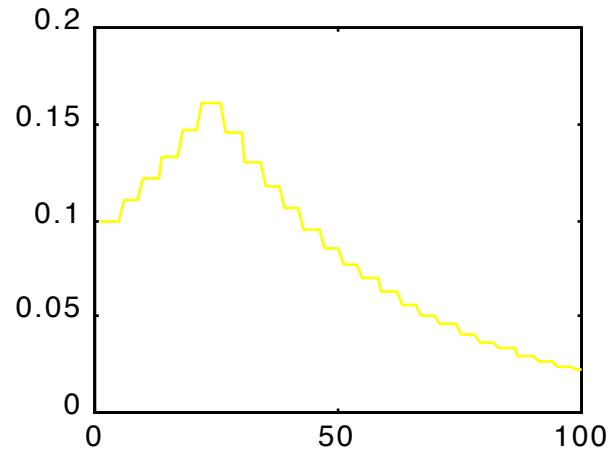
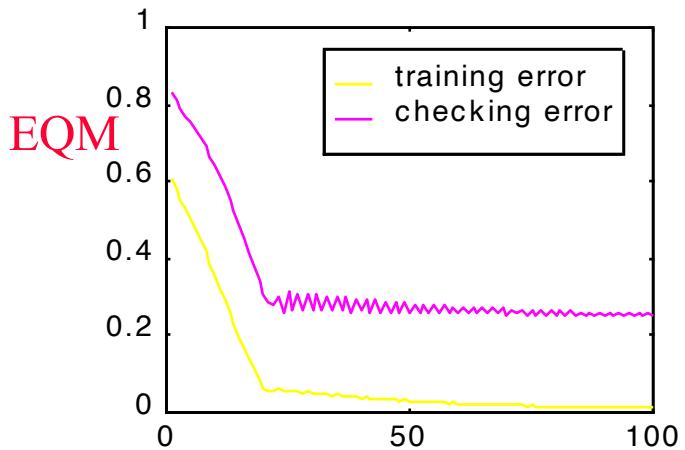
Exemplo 2: Arquitetura ANFIS

- Número de padrões para o treinamento: 216 distribuição uniforme no intervalo $[1,6] \times [1,6] \times [1,6]$
- Número de padrões para validação: 125 distribuição uniforme $[1.5,5.5] \times [1.5,5.5] \times [1.5,5.5]$;
- Topologia do ANFIS:
 - 8 regras, com duas funções de pertinência para cada variável de entrada;
 - número total de parâmetros a serem ajustados é 50, incluindo 18 parâmetros antecedentes (não lineares) e 32 parâmetros consequentes (lineares).

Exemplo 2: Funções de Pertinência



Exemplo 2: Resultados



Comprimento do passo

Exemplo 2: Comparação com MLP (GMDH)

- ANFIS:
 - EPE Treinamento: 0,043%
 - EPE Validação: 1,006%
- RNA (GMDH):
 - EPE Treinamento: 4,7%
 - EPE Validação: 5,7%

EPE (erro percentual médio)

Exemplo 3: Identificação on-line em sistemas de controle

$$y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + f(u(k))$$

$$f(u) = 0.6\sin(\Pi u) + 0.3\sin(3\Pi u) + 0.1\sin(5\Pi u)$$

$$y'(k+1) = 0.3y'(k) + 0.6y'(k-1) + F(u(k))$$

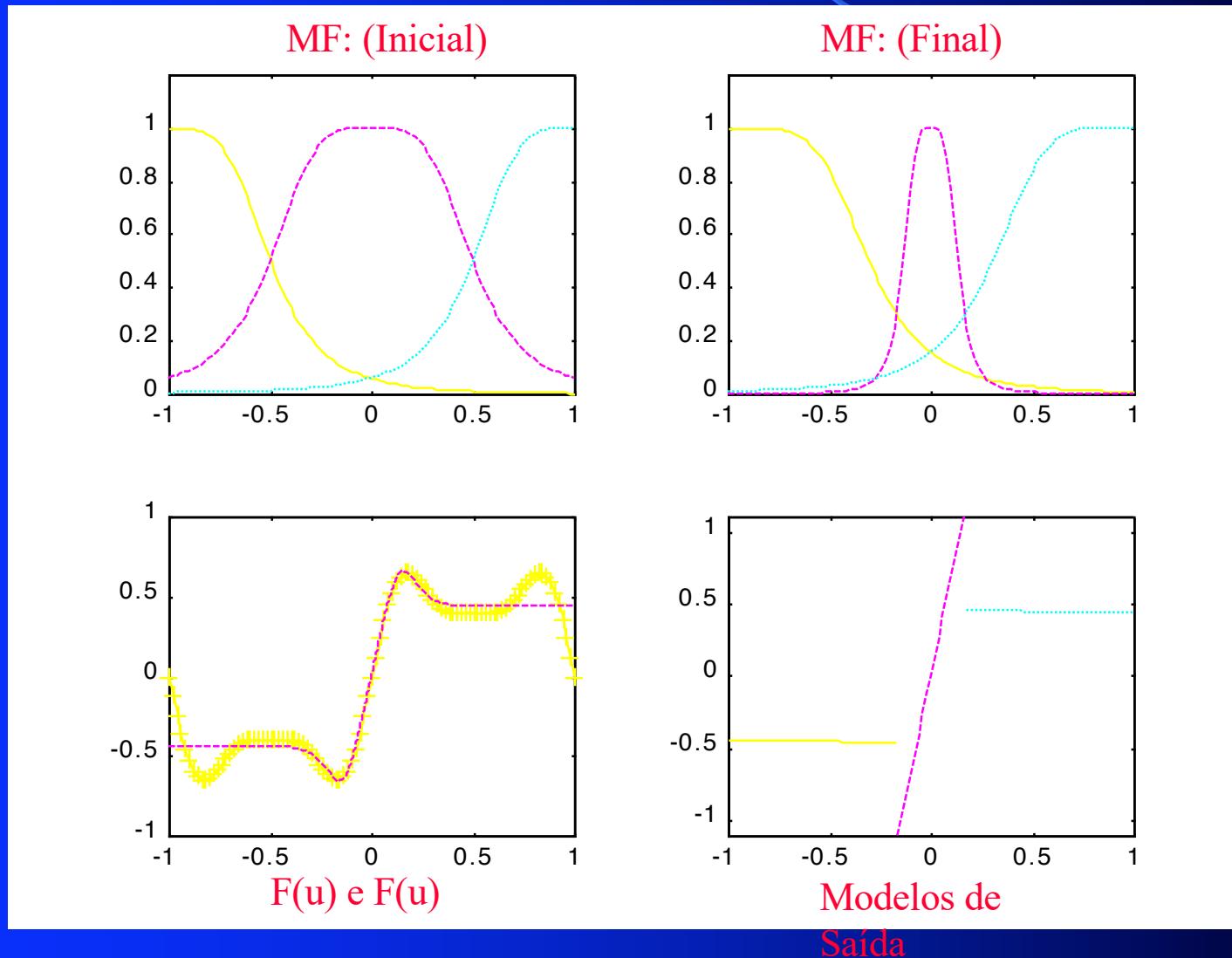
$$u(k) = \sin(2\Pi k / 250)$$

$F(\cdot)$ é a função implementada pelo ANFIS

Exemplo 3: Arquitetura ANFIS (1)

- Número de parâmetros lineares: 6
- Número de funções de pertinência= 3
- Parâmetros não lineares: 9
- Total de parâmetros: 15
- Número de padrões de treinamento: 101
- Número de regras nebulosas (no. de modelos de saída): 3

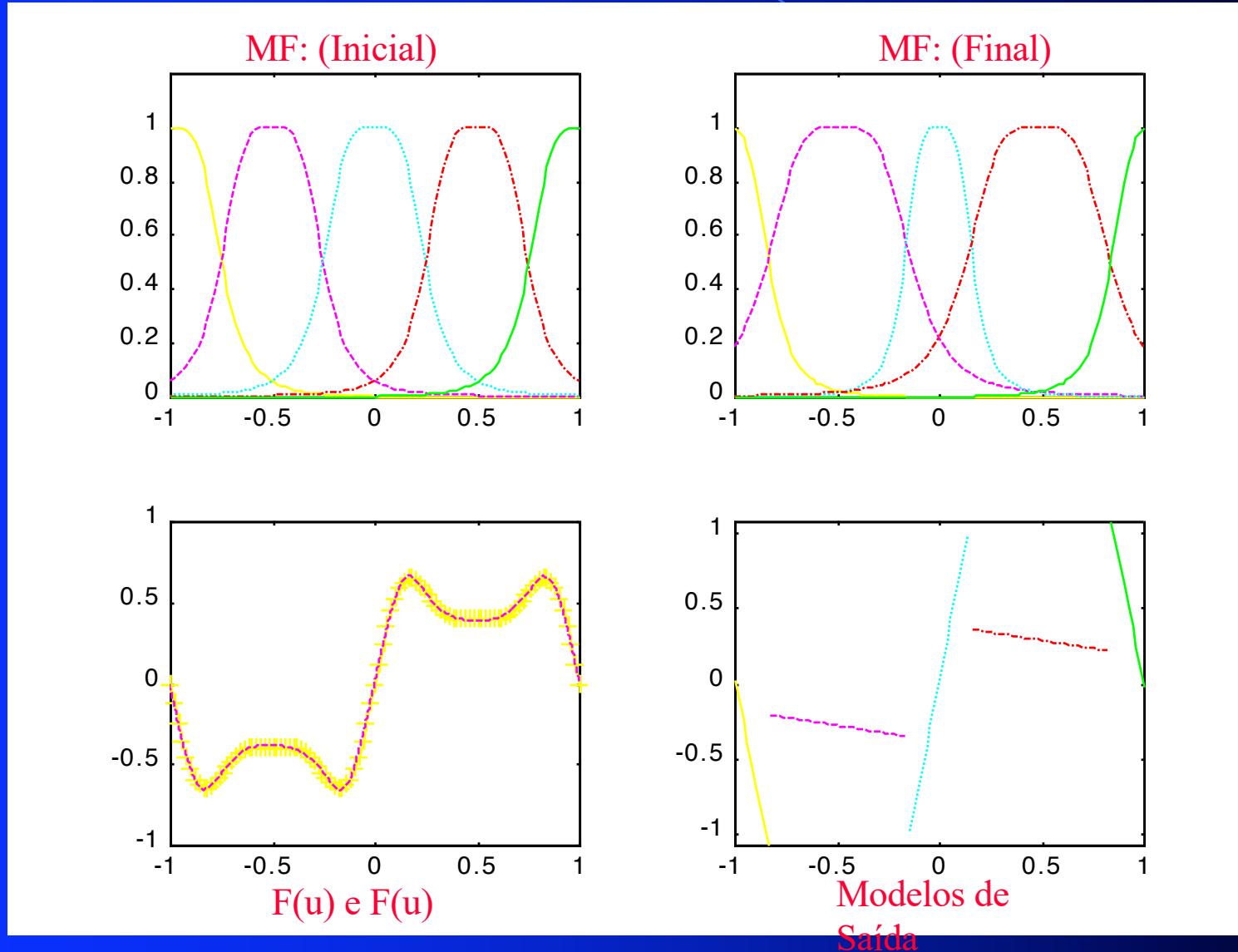
Exemplo 3: Resultados com 3 MF's



Exemplo 3: Arquitetura ANFIS (2)

- Número de parâmetros lineares: 10
- Número de funções de pertinência= 5
- Parâmetros não lineares: 15
- Total de parâmetros: 25
- Número de padrões de treinamento: 101
- Número de regras nebulosas (no. de modelos de saída): 5

Exemplo 3: Resultados com 5 MF's



Exemplo 3: Comparação com MLP

- ANFIS:

- Número de Parâmetros: 35
 - Períodos de amostragem para adaptação: 250

- RNA (GMDH):

- Número de Parâmetros: 261
 - Períodos de amostragem para adaptação: 50.000

- Figura 12.13 do livro, página 352

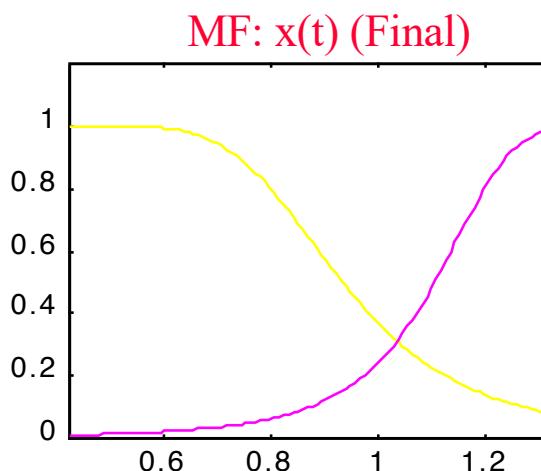
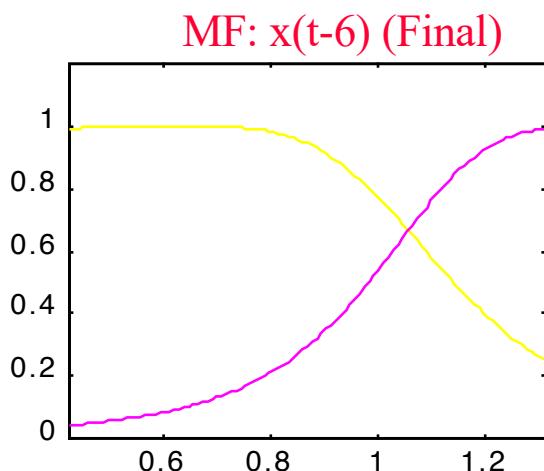
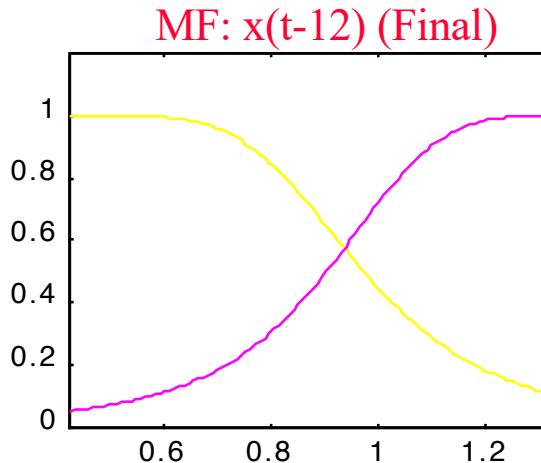
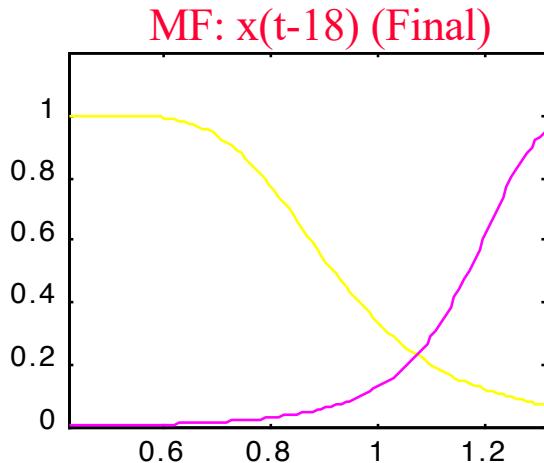
Exemplo 4: Predição de Séries Temporais Caóticas

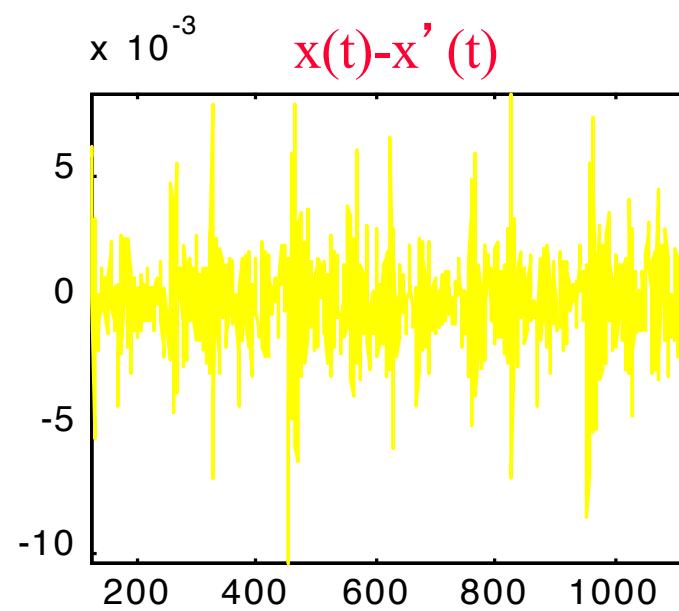
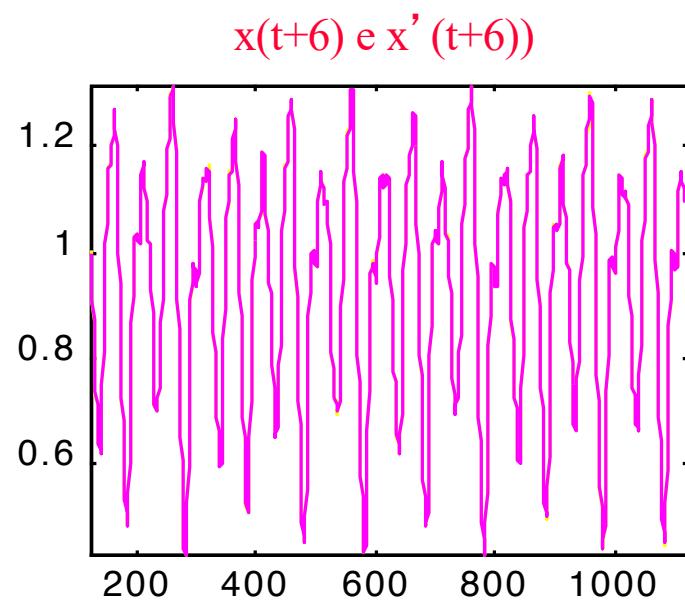
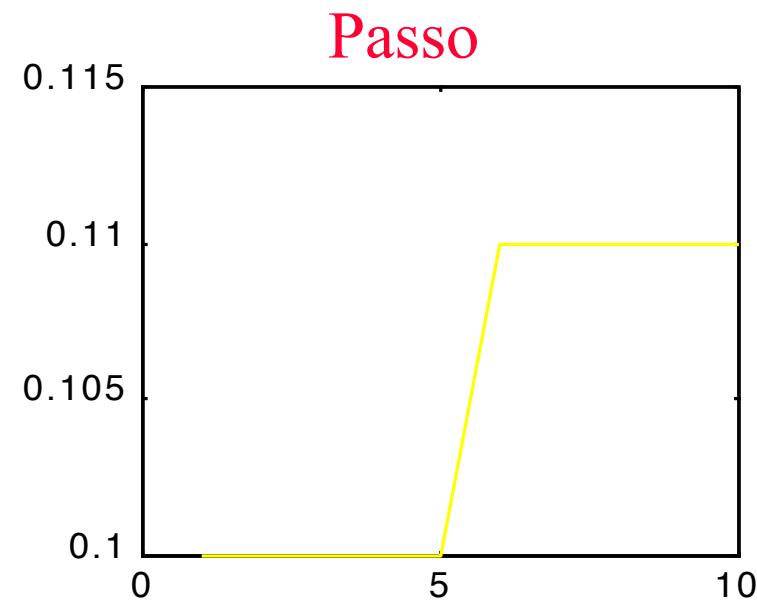
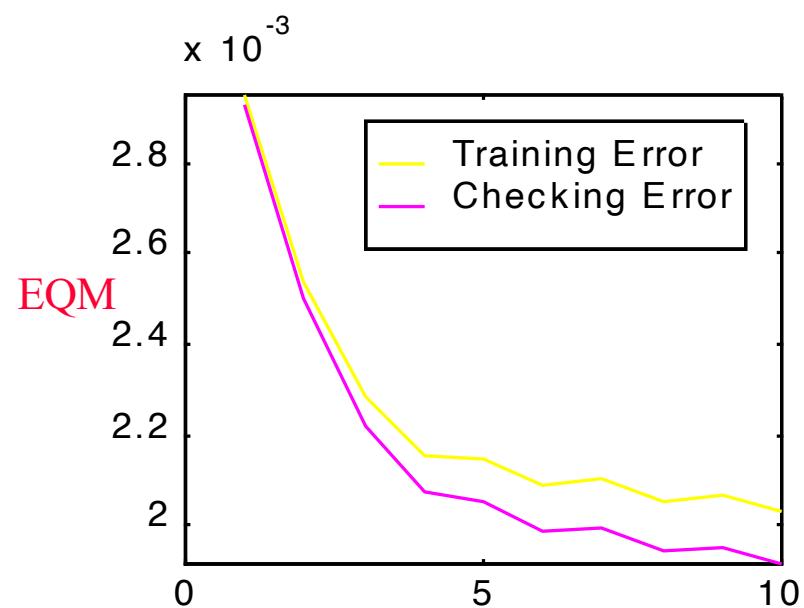
$$\dot{x}(t) = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t)$$

Exemplo 4: Arquitetura ANFIS

- Número de parâmetros lineares: 80
- Número de funções de pertinência= 2
- Parâmetros não lineares: 24 ($2 \times 3 \times 4$)
- Total de parâmetros: 104
- Número de padrões de treinamento: 500
- Número de padrões de validação: 500
- Número de regras nebulosas (no. de modelos de saída): 16

Exemplo 4: Resultados





Exemplo 3: Comparação com Modelos AR

- ANFIS:

- $\text{EQM}_{\text{treinamento}} = 0.0016$
 - $\text{EQM}_{\text{validação}} = 0.0015$

- Modelo AR:

- $\text{EQM}_{\text{treinamento}} = 0.0050$
 - $\text{EQM}_{\text{validação}} = 0.078$