

EEE910 - Otimização Multiobjetivo

Trabalho Computacional

José Geraldo Fernandes
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, Brasil

I. FORMULAÇÃO

O problema de gerenciamento ótimo da política de manutenção pode ser modelado com uma saída inteira, como na Equação 1. As funções M, F modelam o custo de manutenção total e o esperado por falha. As soluções x_i definem o plano de manutenção, nenhuma, intermediária e detalhada, adotado por cada máquina i .

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}) &= [M(\mathbf{x}), F(\mathbf{x})]^T \\ x_i &\in \{1, 2, 3\} \\ M(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^N x_i - 1 \\ F(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^N p(x_i) f_i \end{aligned} \quad (1)$$

O custo esperado por falha depende do custo de cada máquina f_i e da probabilidade $p(x_i)$ que também é função da solução, como na Equação 2. Esse custo é inteiramente definido pelas constantes $t_0, \Delta t, \eta, \beta$, apenas a variável k depende da solução na forma da Equação 3.

$$\begin{aligned} p(x_i) &= \frac{w(t_0 + k\Delta t) - w(t_0)}{1 - w(t_0)} \\ w(t) &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$k(x_i) = \frac{-x_i + 5}{2} \quad (3)$$

II. ALGORITMO

Como as funções objetivo parecem monotônicas e contraditórias uma solução intuitiva consegue justificar uma heurística útil. Aplicar manutenção em equipamentos caros e antigos, maior probabilidade de falha.

Para isso, basta ordenar os itens em ordem de importância, custo esperado de falha total em caso de nenhuma manutenção, e decidir o tamanho dos subconjuntos para cada reparo. A Figura 1 mostra a silhueta dessa métrica de importância.

Uma primeira solução inicial, para simplificar o problema, é considerar apenas as políticas extremas $x_i \in \{1, 3\}$. Os subconjuntos são definidos por uma constante $\alpha \in [0, 1]$ que representa o percentual de aplicação de um tipo de política.

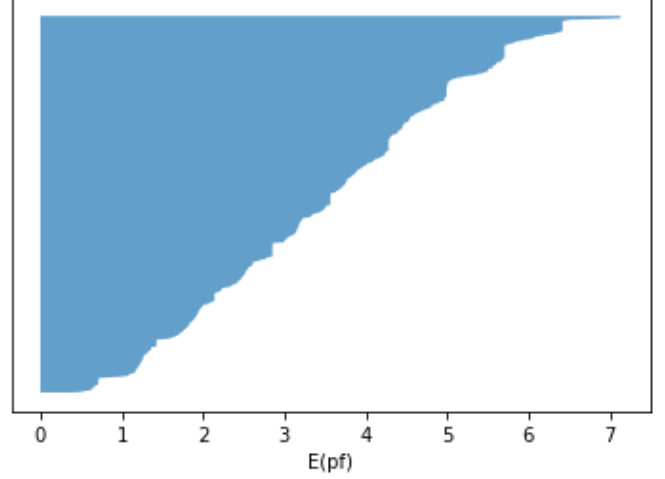


Figura 1. Silhueta do custo esperado por falha total dado nenhuma manutenção.

Como as soluções são dependentes apenas de um número real, basta escolher um tamanho de passo δ e buscar em *grid* avaliando as funções objetivo.

Para buscar todas as soluções, que incluem manutenção intermediária, resta criar uma nova variável real γ com a mesma natureza.

Com essa heurística, o problema de otimização é definido como na Equação 4 mas com custo computacional quadrático.

$$\begin{aligned} \min_{\alpha, \gamma} \mathcal{L} &= [M, F]^T \\ \alpha, \gamma &\in [0, 1] \\ \alpha + \gamma &\leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

III. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Aplicou-se os dois algoritmos, chama-se *naive* o método com uma variável e composto o completo. Avaliou-se o índice de qualidade hipervolume (HV) e o número de soluções encontradas antes e depois da filtragem de solução dominadas, n^* e n . O tamanho do passo para variação foi de $\delta = 1E - 2$. A Tabela I mostra os resultados obtidos.

Nota-se pelo índice de qualidade que o desempenho alcançou a demanda mesmo com uma estratégia de solução

Tabela I
RESULTADOS DE DESEMPENHO COM A HEURÍSTICA.

Método	HV	n	n^*
naive	0.620407	100	100
composto	0.622683	208	5044

simples e intuitiva. Note também o número de soluções geradas pelo método. Enquanto o *naive* não gera soluções dominadas, o composto parece bastante ineficiente.

Mediu-se a evolução dessa geração para diferentes tamanhos de passo. As Figuras 2 e 3 mostram os resultados para o métodos *naive* e composto. De fato, o número de soluções não dominadas não acompanha o crescimento quadrático do método composto.

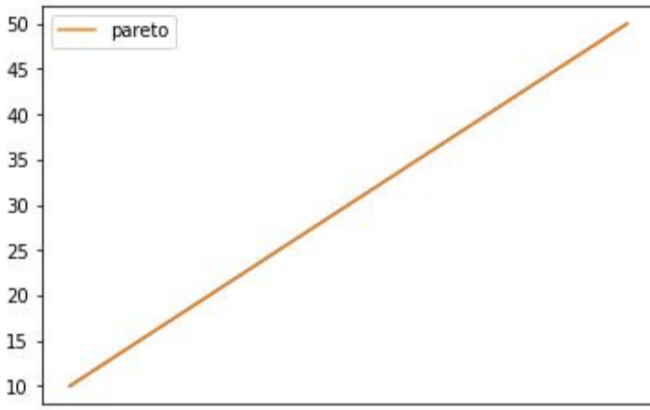


Figura 2. Número de soluções geradas, em azul, e filtradas, em laranja, para a heurística *naive*.

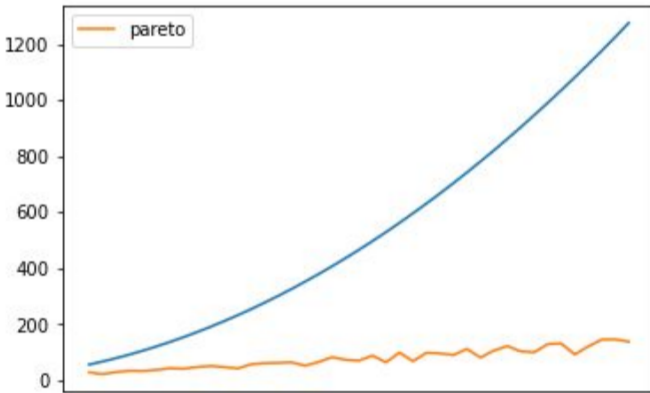


Figura 3. Número de soluções geradas, em azul, e filtradas, em laranja, para a heurística composta.

Finalmente, as Figuras 4 e 5 mostram o pareto encontrado para as duas heurísticas, *naive* e composto. Apesar de mais soluções, pouca diferença é notada no plot por *naive*.

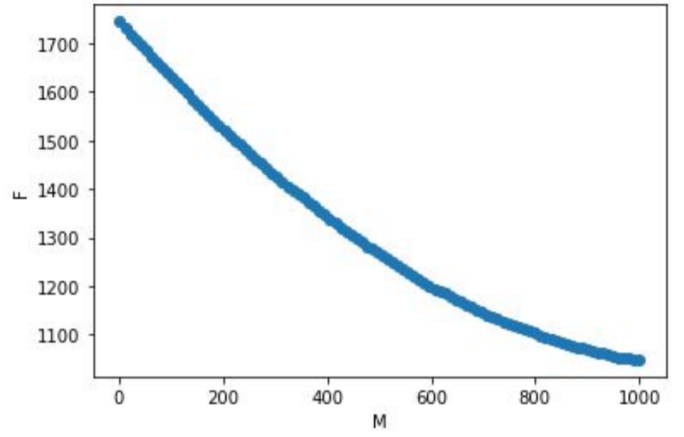


Figura 4. Pareto encontrado para a heurística *naive*.

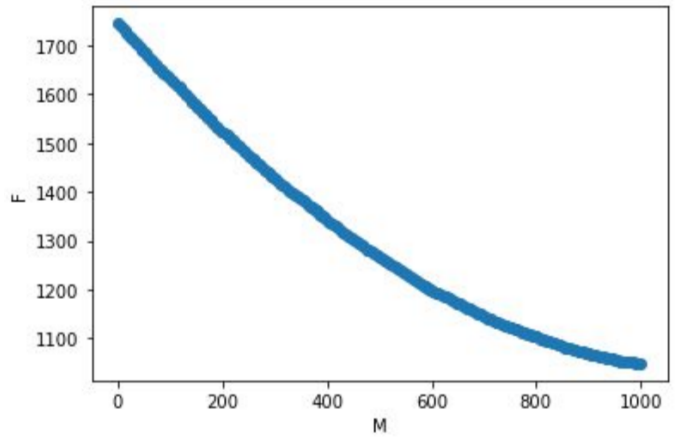


Figura 5. Pareto encontrado para a heurística composta.

IV. DECISÃO

Para tomada de decisão minimizou-se um funcional simples da soma ponderada. Como ambas funções objetivo são custos pareceu-se natural operar dessa forma.

O funcional U adotado é como na Equação 5. O parâmetro real $\tau > 1$ é um fator de prioridade dado ao custo de manutenção por falha por um raciocínio contextual. Apesar da função F precificar a ocorrência de falha em várias dimensões, presumivelmente, alguns fatores comuns são dificilmente modelados. Um exemplo mais claro é acidentes de trabalho, é razoável admitir que está fenômeno está ligado com a falha de equipamentos e são polarizados em baixa probabilidade de ocorrência e alto custo. Enquanto isso, o custo de manutenção M é facilmente modelado, justificando, em conjunto, a prioridade.

$$U(x) = M(x) + \tau F(x) \quad (5)$$

Escolheu-se, arbitrariamente, $\tau = 1.25$ e encontrou-se a solução $(\alpha, \gamma) = (0.574, 0)$.

O resultado nulo da variável γ foi uma surpresa e era consistente com diversas escolhas de τ , independente da arbitrariedade.

Para investigar esse fenômeno verificou-se a densidade das políticas nas soluções do pareto na heurística composto. As Figuras 6 e 7 mostram o histograma antes e após filtragem de solução dominadas.

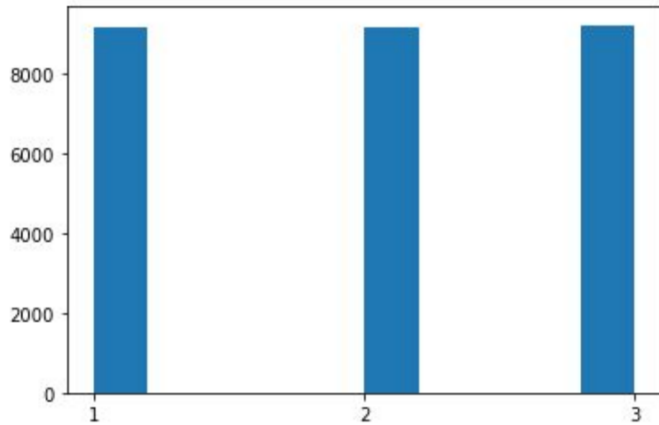


Figura 6. Histograma das políticas em todas as soluções geradas.

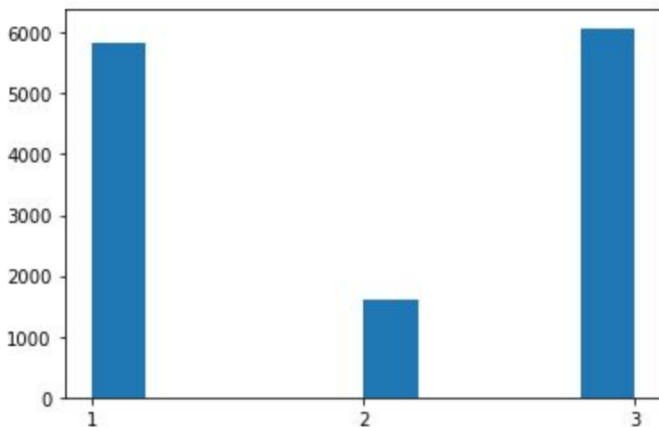


Figura 7. Histograma das políticas apenas em soluções não dominadas.

De fato, mesmo a heurística encontrando soluções com adoção de manutenção intermediária sua concentração é muito baixa em soluções no pareto.

Apesar dessa característica colocar em dúvida a aplicação da heurística, se essa negligencia soluções com natureza determinada, pode ser, também, apenas uma característica do problema, facilmente moldado nas constantes. Um estudo informal indica a segunda hipótese.

Um último ponto relevante é que esse fenômeno explicita ainda mais que a heurística *naive* é suficiente, ou até preferível, na solução do problema. Já que: tem o custo computacional mais baixo, linear; eficiência na geração de soluções; e, a política de manutenção intermediária ser pouco inteligente.