

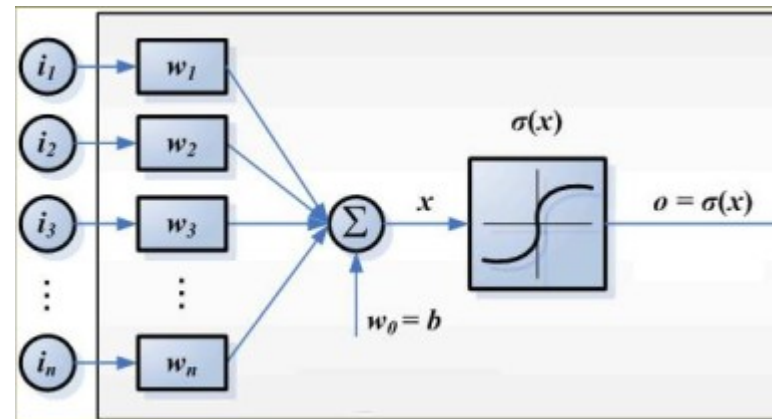
# CNN

Convolutional Neural Networks  
Extração de características

# Introdução

## Neurônio Artificial

- Vetor de Características
- Pesos
- Bias
- Função de Ativação



# Introdução

- Modelos abordados serão caracterizados pela equação

$$\mathbf{Xw} = \mathbf{Y} \quad \text{Ou de maneira mais geral} \quad \mathbf{f(Xw)} = \mathbf{Y}$$

Onde  $f(.)$  é a função de ativação do modelo:

- Função identidade  $f(u)=u$ ;
- Função degrau;
- Função logística.

Modelos de única camada

# Introdução

São modelos de única camada uma vez que as amostras de entrada, linhas de  **$\mathbf{X}$** , são multiplicadas pelo vetor  **$\mathbf{w}$**  resultando em  **$\mathbf{Y}$** .

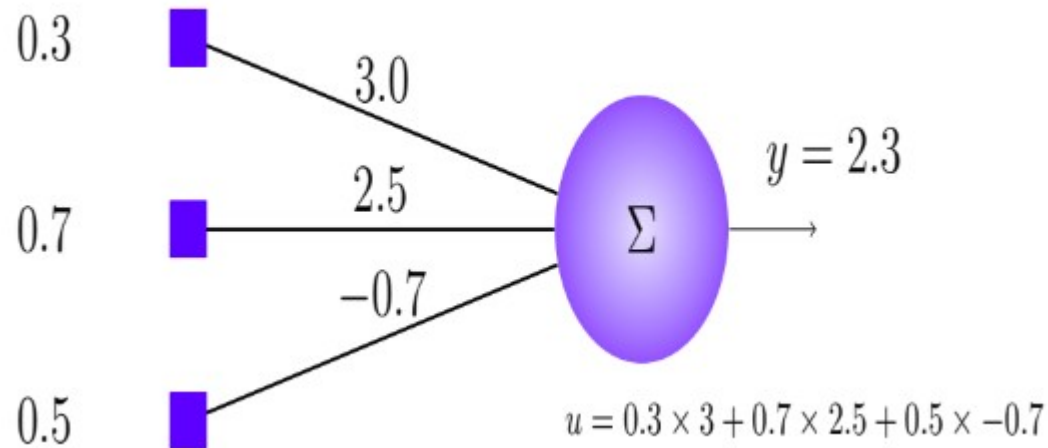
Para o caso de  $f(u) = u$ , o modelo de camada única será linear

$$\mathbf{X}\mathbf{w} = \mathbf{Y}$$

# Introdução

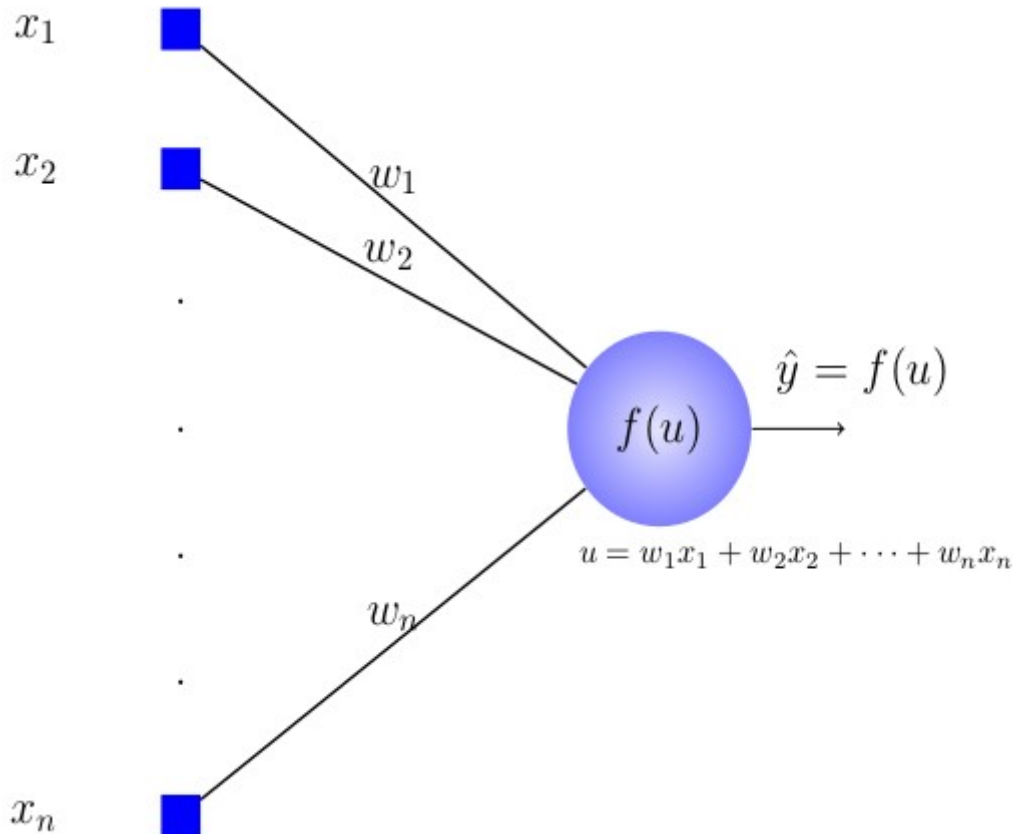
$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 & 0.5 \\ -1.2 & 0.5 & 3 \\ 0.4 & -1.7 & -2.1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{X}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3.0 \\ 2.5 \\ -0.7 \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2.3 \\ -4.45 \\ -1.58 \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}}$$

Representação  
Matricial



Representação  
Modelo linear  
de camada  
única

# Introdução



## Modelo de McCulloch e Pitts:

- Aplicação de função de limiar à soma ponderada das entradas
- No modelo MCP a função de ativação é a degrau
- No Adaline a função de ativação é a função identidade:

$$f(u) = u$$

Então a saída corresponde exatamente à soma ponderada das entradas:

$$\hat{y} = \sum w_i x_i$$

# Introdução

Treinar o neurônio minimizando uma função de custo:

$$J = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$$

É uma função quadrática – Facilita busca por mínimo global

Como  $\hat{y}_i = \sum_{j=1}^n w_j x_{ij}$

A minimização de J é um problema quadrático nos pesos  $w_j$  já que a função de custo pode ser escrita como

$$J = \sum_{i=1}^N (y_i - \sum_{j=1}^n w_j x_{ij})^2$$

# Introdução

Se considerarmos um problema de uma única variável o modelo Adaline será caracterizado por:

$$\hat{y}_i = w_1 x_i + w_0$$

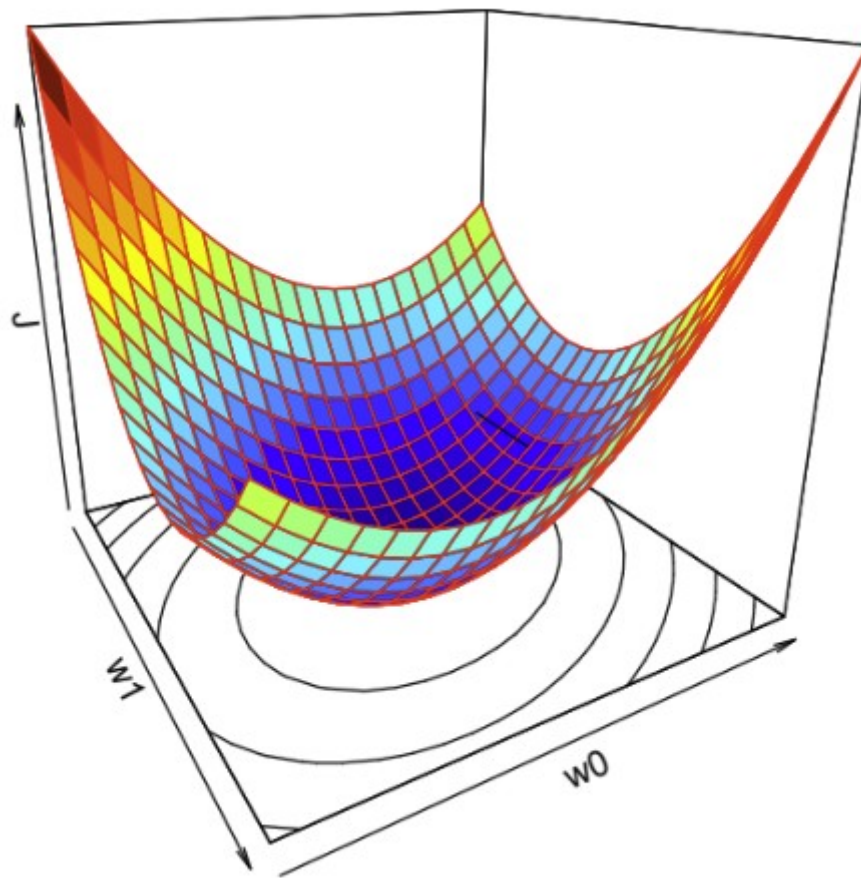
E a função de custo será:

$$J = \sum_{i=1}^N (y_i - (w_1 x_i + w_0))^2$$

Que é quadrática em  $w_1$  e  $w_0$  que são os parâmetros que definem a função.



# Introdução

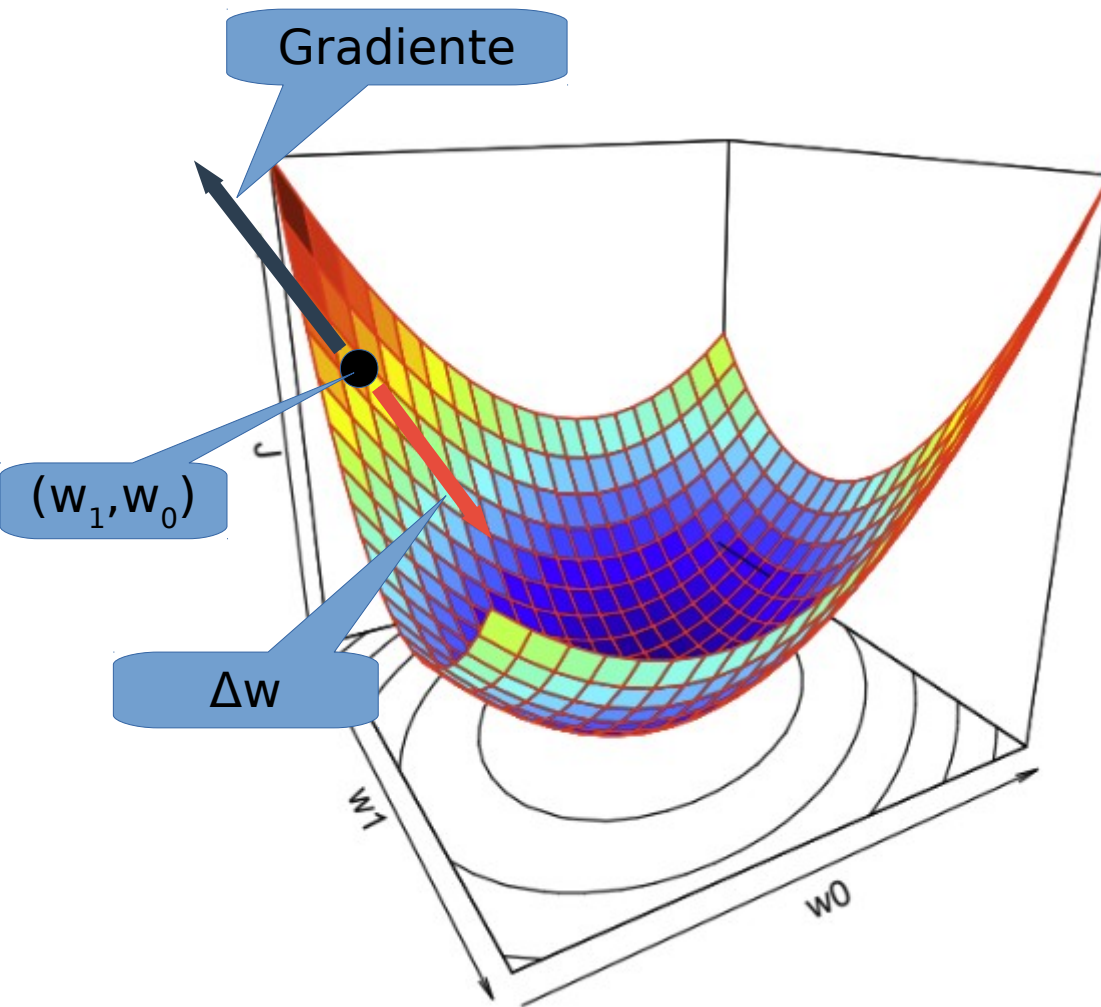


Superfície de erro quadrática correspondente à função de custo considerando:

$$\mathbf{x} = [0.1, 2, -1, 0.2]^T \text{ e } \mathbf{y} = [2.2, 6, 0, 2.4]^T$$

O mínimo da superfície ocorre para  $\mathbf{W} = [2, 2]$

# Introdução

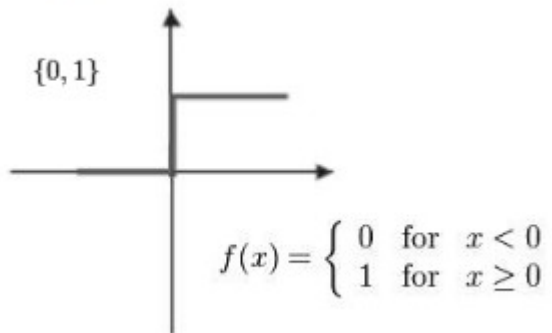


Deseja-se obter a direção de ajuste do vetor de pesos pelo gradiente descendente, ou seja, o ajuste deve ocorrer em direção contrária ao gradiente em cada ponto da superfície  $J$ .

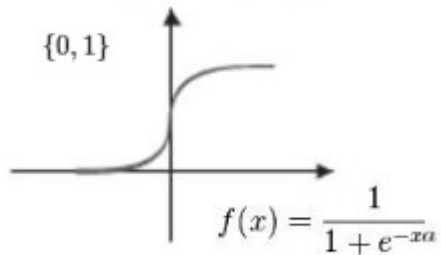
# Introdução

Funções de ativação:

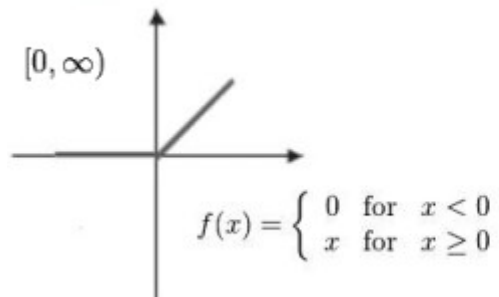
• Hard Limit



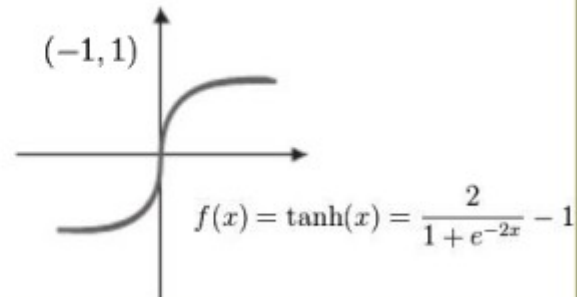
• Sigmoid (Log)



• RELU



• Tangente Hiperbólica

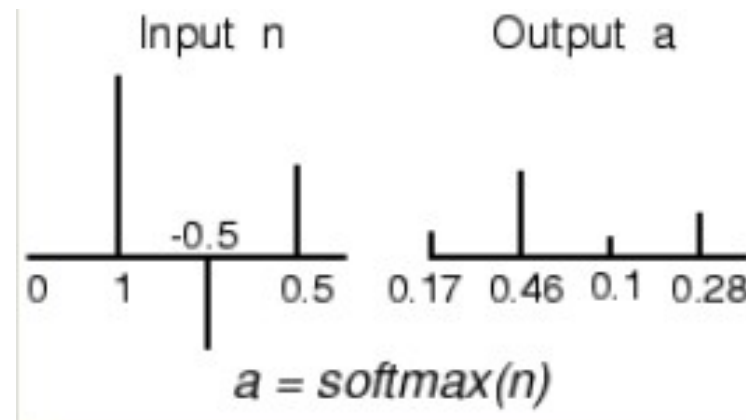


# Introdução

Função de ativação Softmax:

- Normaliza entre 0 e 1 as saídas, em um problema multi-classes, obtidas por um classificador linear (Ex: Neurônios).
- Aplicada na camada de saída da rede (output layer).
- Objetivo: Definir a probabilidade de uma classe dentro de um problema multi-classes

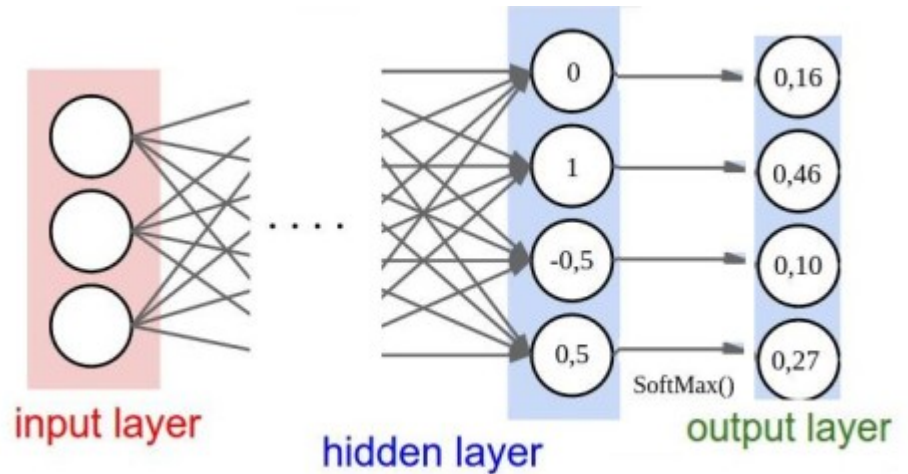
$$y_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j \in \text{group}} e^{z_j}}$$



# Introdução

Função de ativação Softmax (exemplo):

$$y_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j \in \text{group}} e^{z_j}}$$



$$e^0 = 1.0000$$

$$e^1 = 2.7182$$

$$e^{-0.5} = 0.6065$$

$$e^{0.5} = 1.6487$$

$$\sum_{j \in \text{group}} e^{z_j} = \sim 5.9734$$

$$y_0 = \frac{1.0000}{\sim 5.9734} = 0.16$$

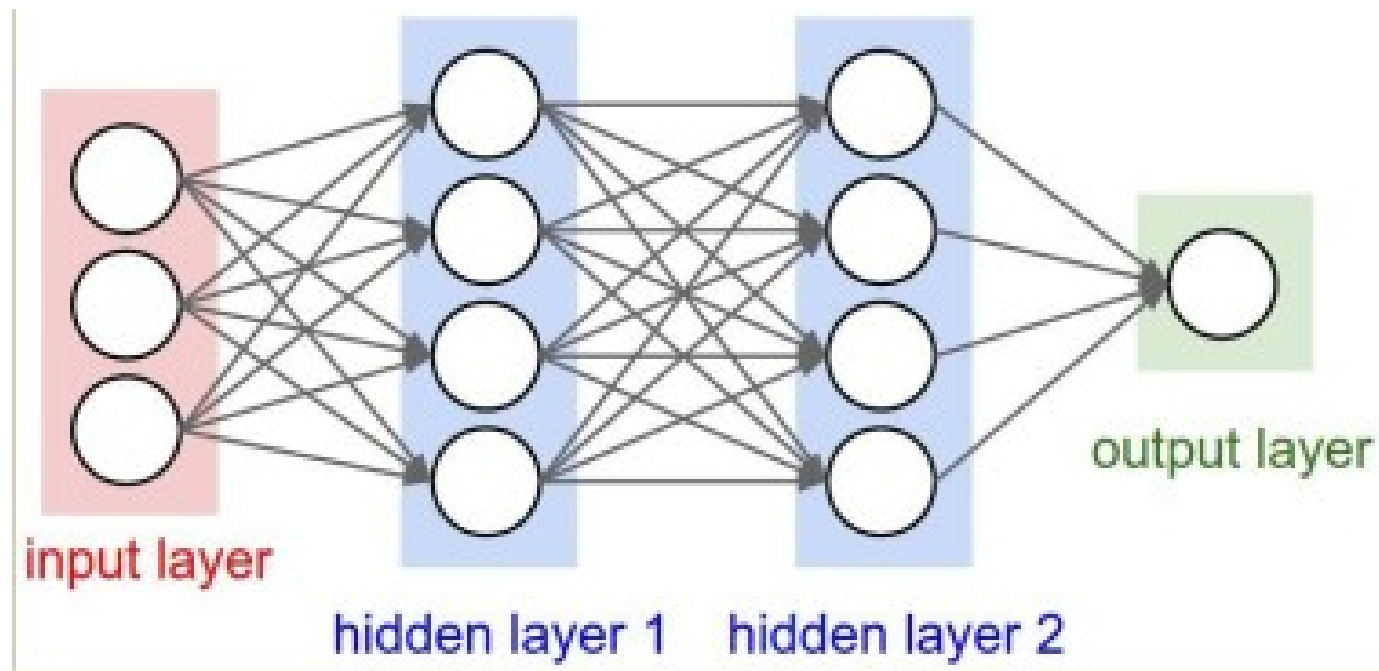
$$y_1 = \frac{2.7182}{\sim 5.9734} = 0.46$$

$$y_2 = \frac{0.6065}{\sim 5.9734} = 0.10$$

$$y_3 = \frac{1.6487}{\sim 5.9734} = 0.27$$

# Introdução

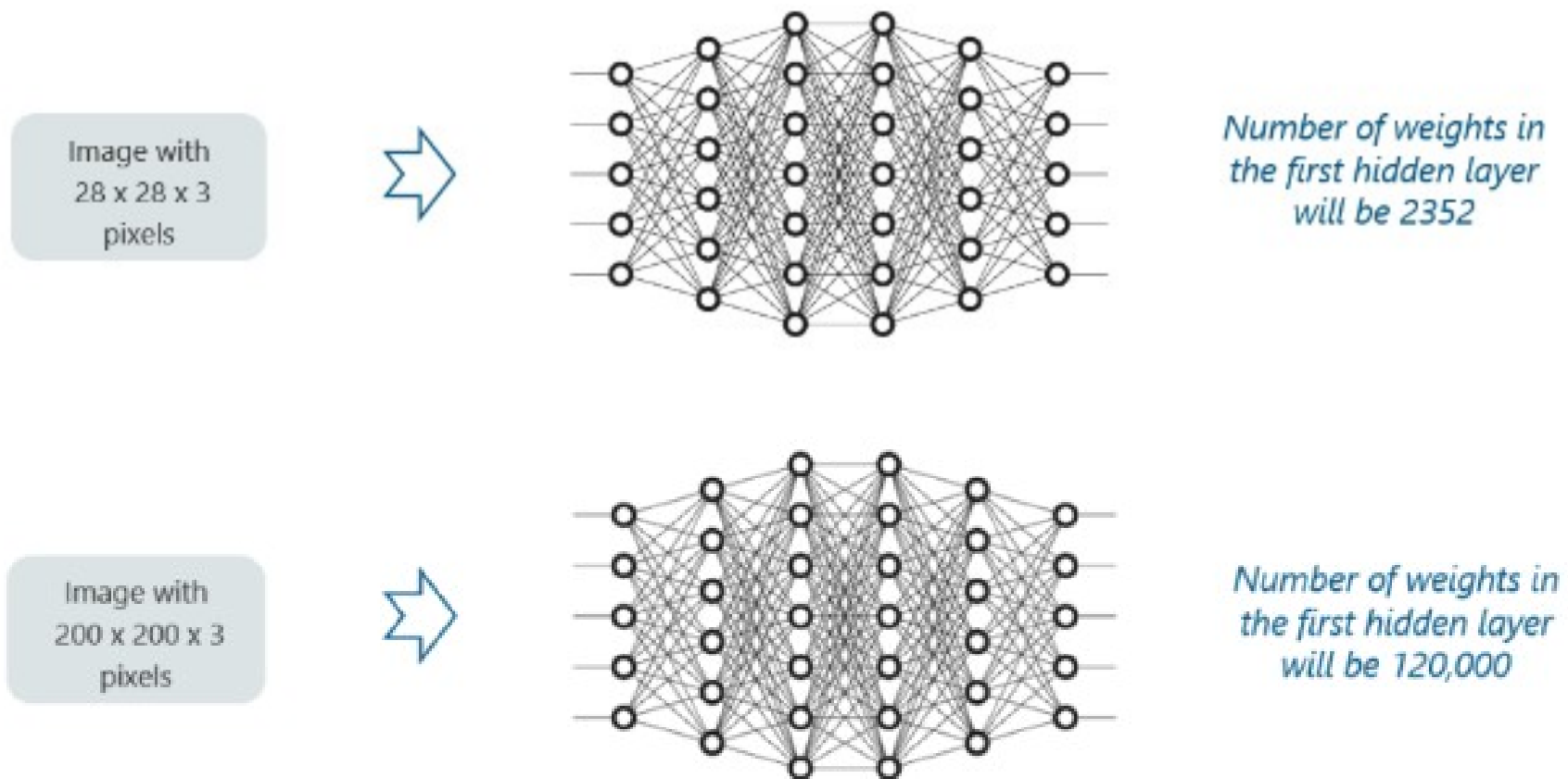
Rede Neural Artificial (MLP)



Conecta várias camadas.

# Introdução

Porque não usar Rede Neural Artificial (MLP) neste tipo de problema?



Impraticáveis e tendem ao overfitting.

# Deep Learning

- Aprendizado baseado em Multi-Camadas (RN Densas)
- Representação dos dados em diferentes níveis de abstração
- Extração de Características é Implícita
- Elevada quantidade de parâmetros (Ajuste por BackProgration)
- Necessita de um grande número de exemplos para o aprendizado eficiente
- O aprendizado é voltado para compreensão pela máquina, ou seja, os dados são de difícil compreensão/visualização humana
- Vasta aplicação na área de Visão Computacional (processamento de áudio, imagens, vídeo, etc).

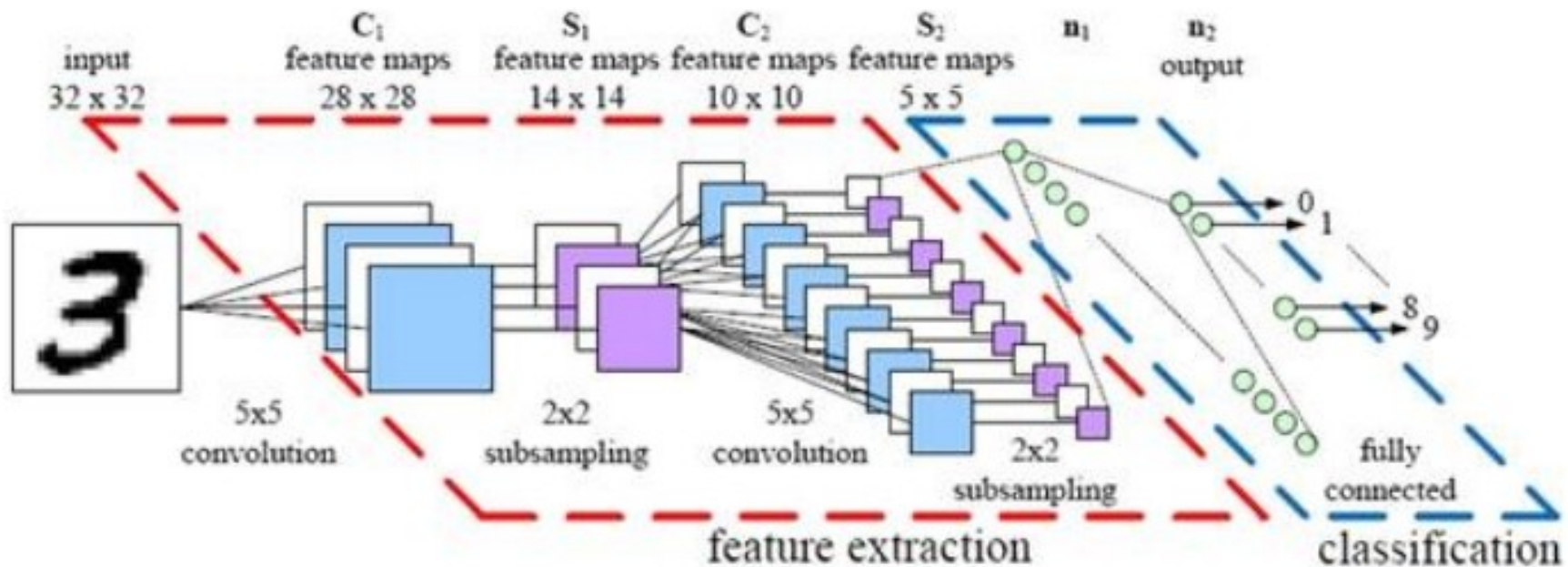


# CNN

- Inspiradas no modelo biológico da visão
- Conceito de Deep Learning (Multi-Camadas)
- Idealizada no início do anos 90 [Lecun], e vasta aplicação após 2006 devido a “popularização” de GPU's (Custo ~\$ 3000,00)
- Treinamento requer alto custo computacional e numerosa base de dados

# CNN

- Compostas de duas grandes etapas:
  - Extração de Características pelas Camadas Convolucionais
  - Classificação



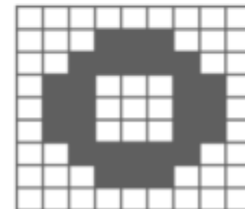
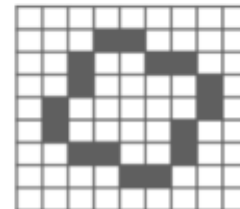
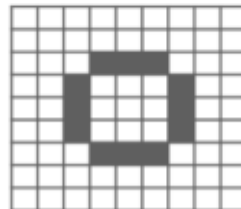
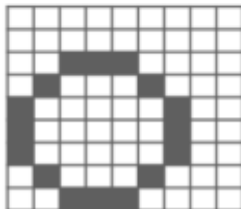
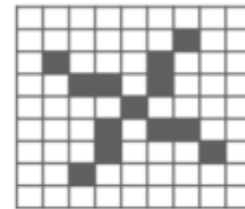
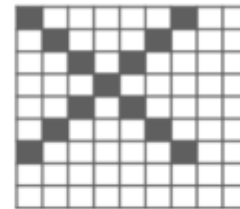
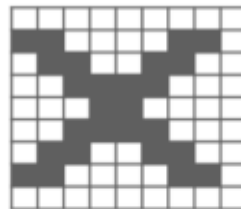
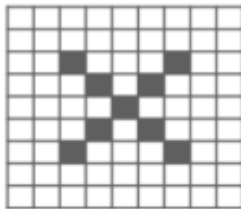
# CNN

## Tipos de camadas

- Convolutacional : Definem os filtros (Aprendizado / BackPropagation)
- Ativação: Neurônios (Relu / Sigmoid / TangH)
- Pooling : Reduzem as escalas (Max, Median, etc..)
- Fully-Connected (FC): Camada que determina as classes (Classificador)

# CNN

Como funcionam?  
Considere as seguintes imagens



# CNN

O computador enxerga cada imagem como pixels (números)

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

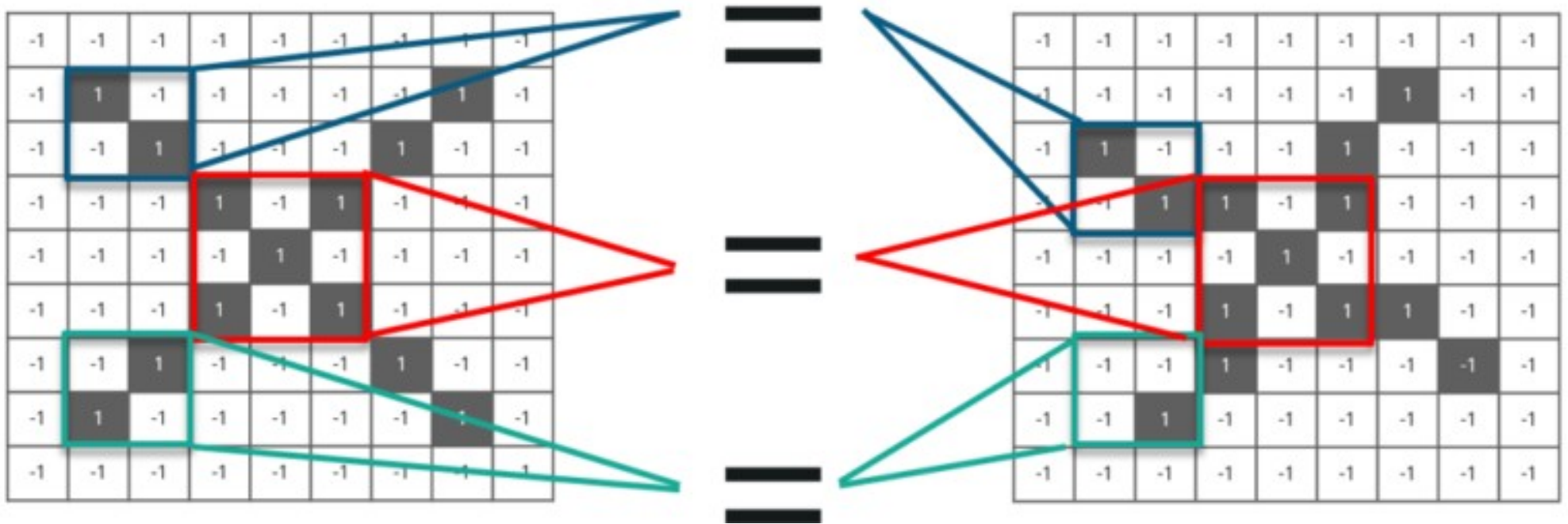
# CNN

Se queremos classificar a seguinte imagem, podemos compará-la com o padrão da classe X

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & x & -1 & -1 & -1 & -1 & x & x & -1 \\ -1 & x & x & -1 & -1 & x & x & -1 & -1 \\ -1 & -1 & x & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & x & -1 & -1 \\ -1 & -1 & x & x & -1 & -1 & x & x & -1 \\ -1 & x & x & -1 & -1 & -1 & -1 & x & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

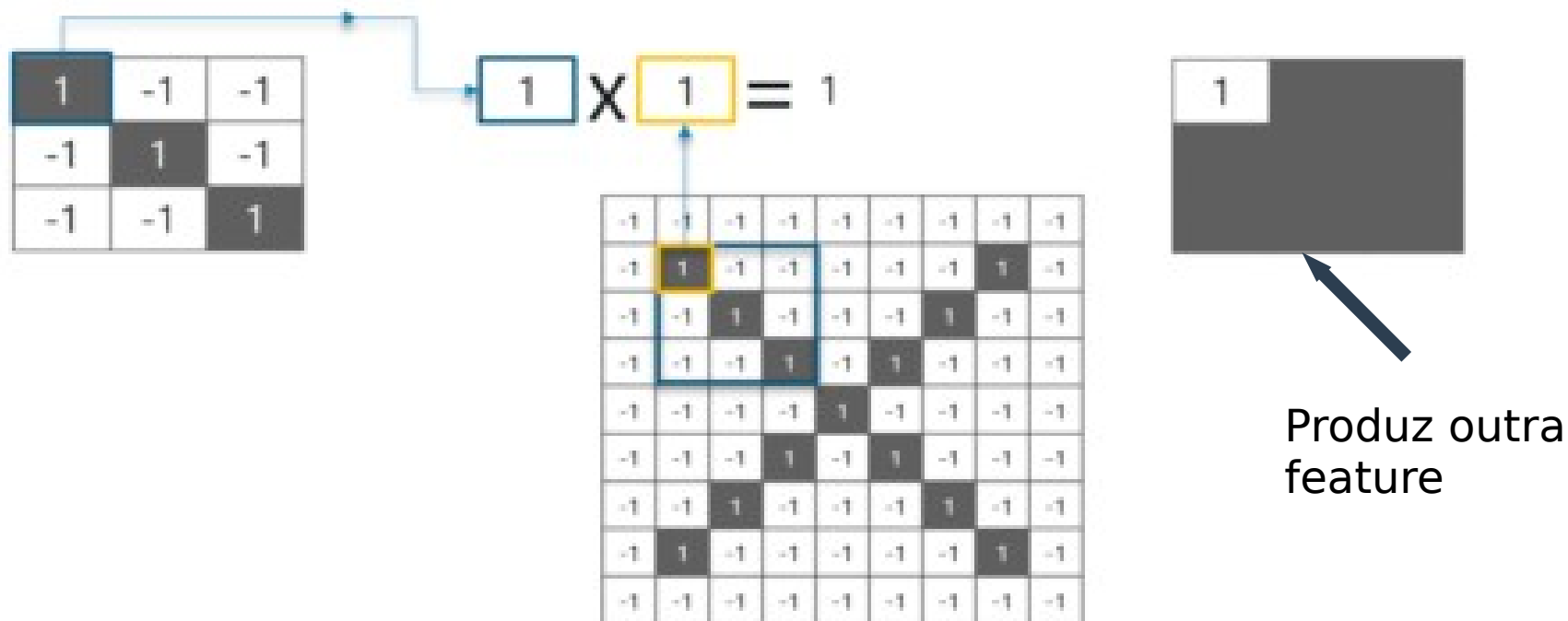
# CNN

Mas erraríamos em vários pontos e não saberíamos como definir se ela pertence a esta classe



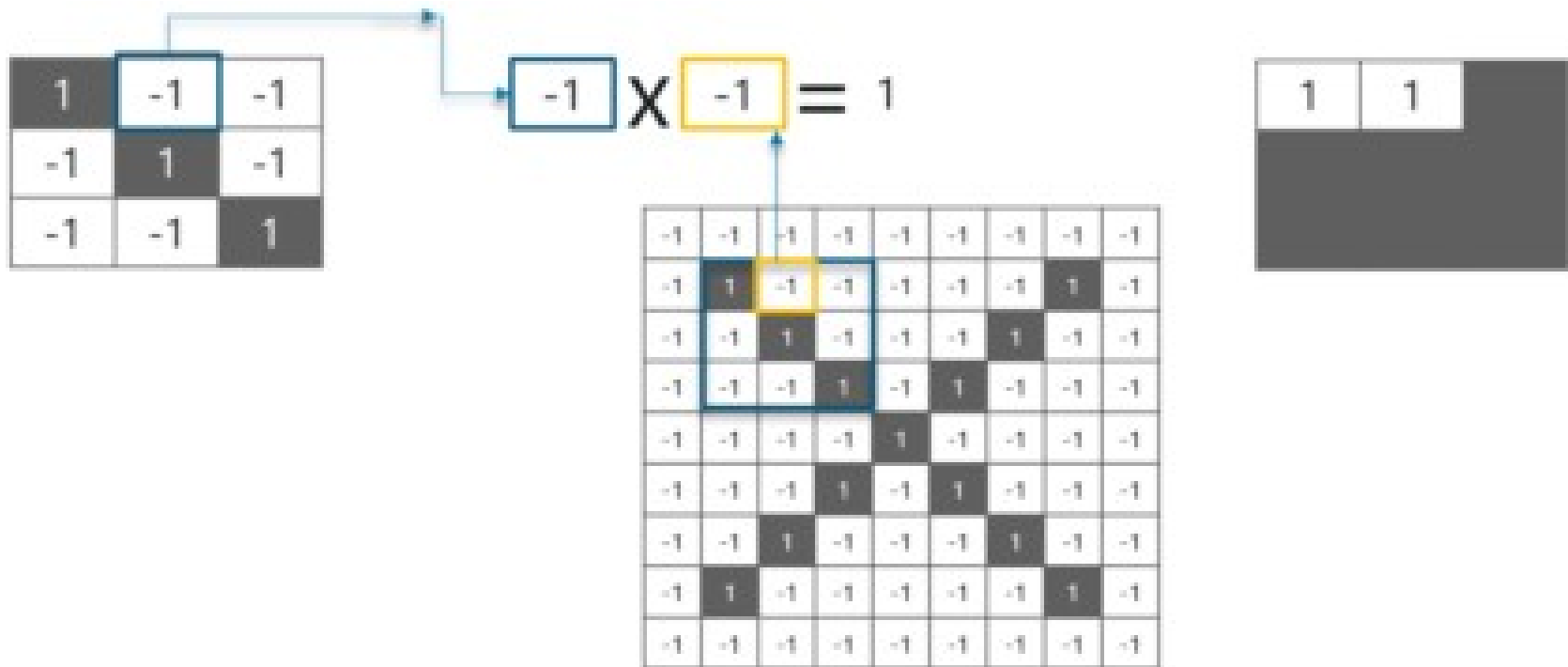
Solução: comparar pedaços da imagem, ou seja, fazer convoluções

# CNN - convolução





# CNN - convolução



# CNN - convolução

1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	1

$$\frac{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}{9} = 1$$

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

1	1	1
1	1	1
1	1	1

# CNN - convolução

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1



			1					

# CNN - convolução

1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	1

$$\frac{1+1-1+1+1+1-1+1+1}{9} = .55$$

1	1	-1
1	1	1
-1	1	1

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1



		1						

# CNN - convolução

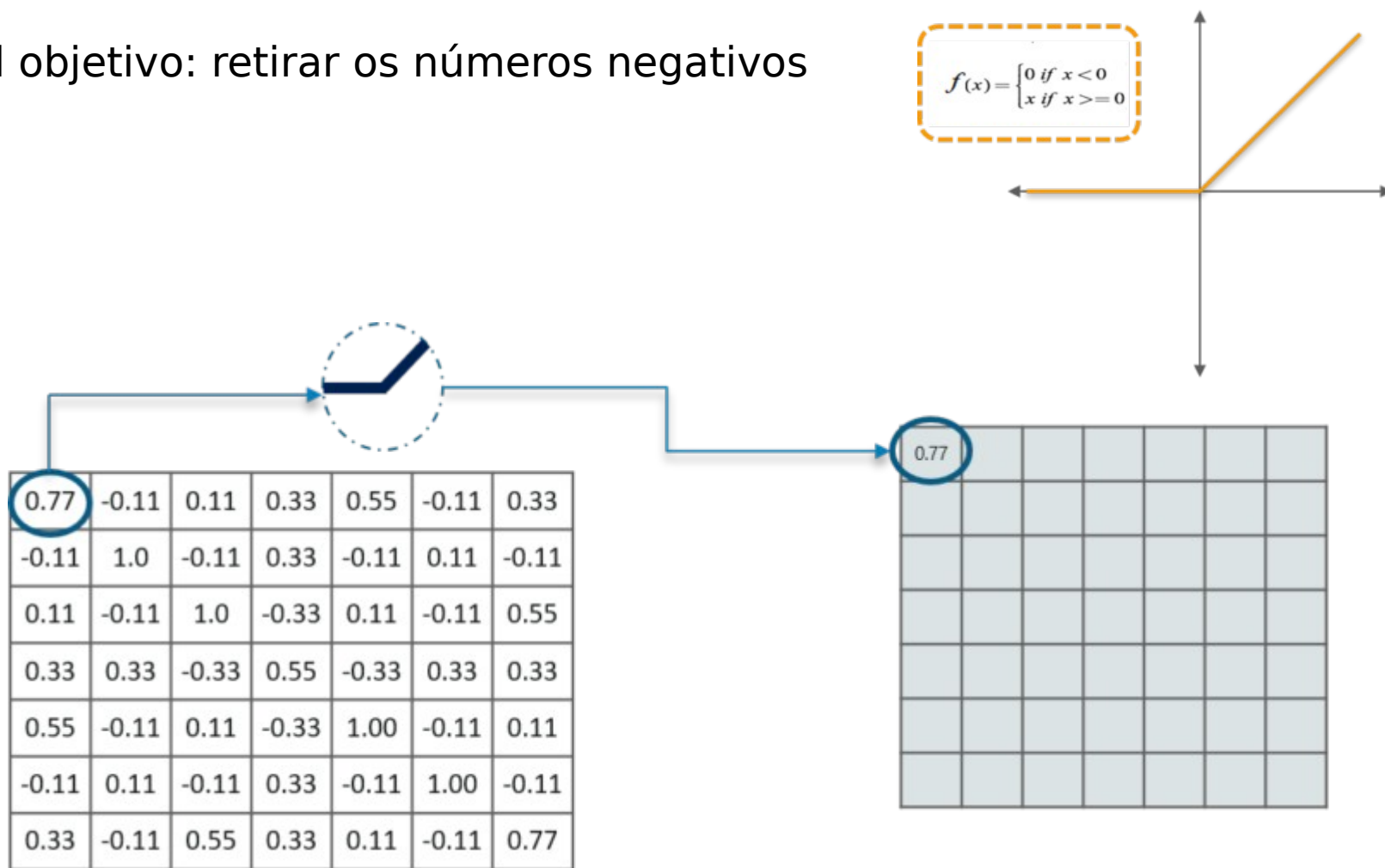
Ao final da convolução teremos uma matriz/imagem como esta:

0.77	-0.11	0.11	0.33	0.55	-0.11	0.33
-0.11	1.0	-0.11	0.33	-0.11	0.11	-0.11
0.11	-0.11	1.0	-0.33	0.11	-0.11	0.55
0.33	0.33	-0.33	0.55	-0.33	0.33	0.33
0.55	-0.11	0.11	-0.33	1.00	-0.11	0.11
-0.11	0.11	-0.11	0.33	-0.11	1.00	-0.11
0.33	-0.11	0.55	0.33	0.11	-0.11	0.77

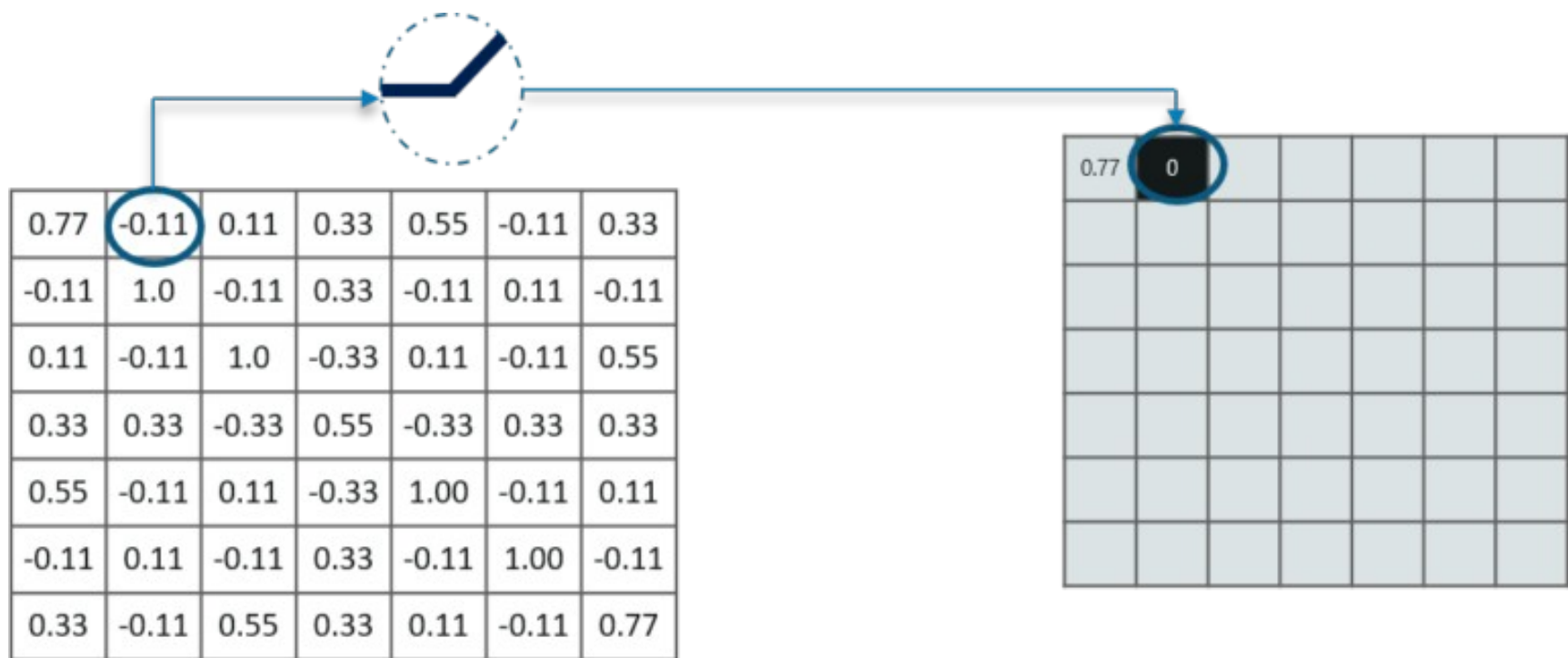
A intensidade do sinal de saída não depende de onde os recursos estão localizados, mas simplesmente se os recursos estão presentes. Portanto, um alfabeto poderia estar em posições diferentes e o algoritmo da Rede Neural Convolutacional ainda seria capaz de reconhecê-lo.

# CNN - ReLU

Principal objetivo: retirar os números negativos



# CNN - ReLU



# CNN - ReLU

Ao final teremos:

0.77	-0.11	0.11	0.33	0.55	-0.11	0.33
-0.11	1.0	-0.11	0.33	-0.11	0.11	-0.11
0.11	-0.11	1.0	-0.33	0.11	-0.11	0.55
0.33	0.33	-0.33	0.55	-0.33	0.33	0.33
0.55	-0.11	0.11	-0.33	1.00	-0.11	0.11
-0.11	0.11	-0.11	0.33	-0.11	1.00	-0.11
0.33	-0.11	0.55	0.33	0.11	-0.11	0.77



0.77	0	0.11	0.33	0.55	0	0.33
0	1.00	0	0.33	0	0.11	0
0.11	0	1.00	0	0.11	0	0.55
0.33	0.33	0	0.55	0	0.33	0.33
0.55	0	0.11	0	1.00	0	0.11
0	0.11	0	0.33	0	1.00	0
0.33	0	0.55	0.33	0.11	0	1.77

Isso é feito para todos os filtros

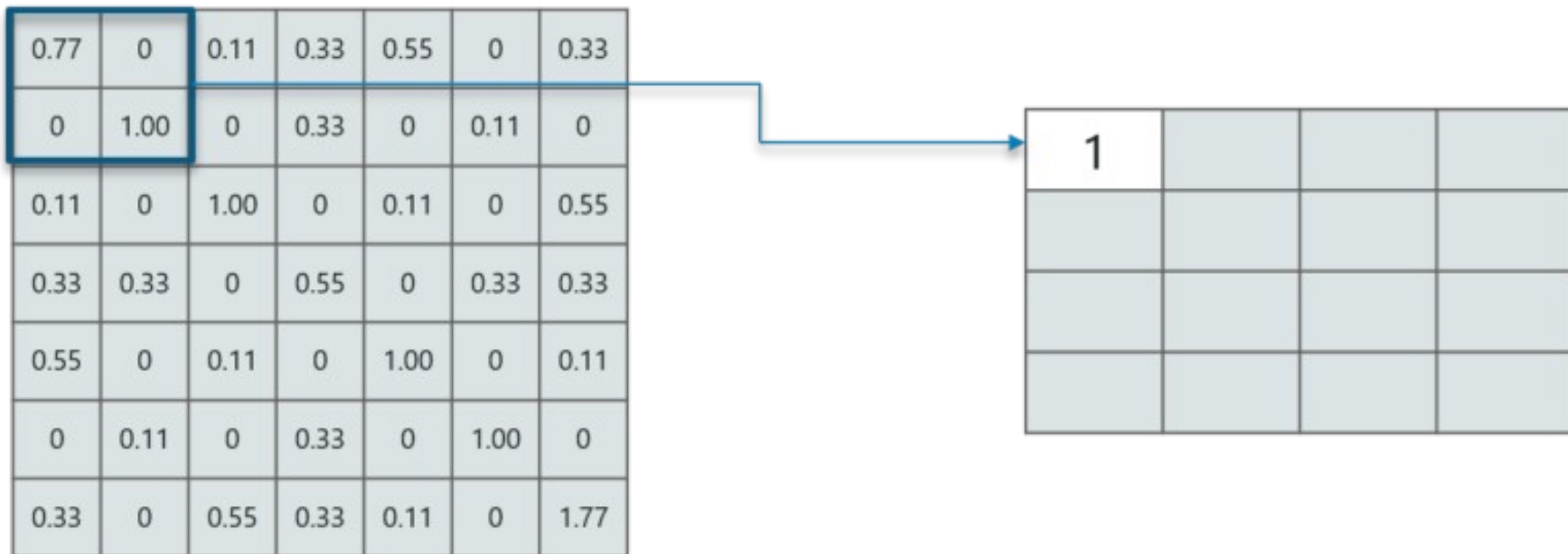


# CNN - Pooling

As entradas vindas da camada de convolução podem ser "suavizadas" para reduzir a sensibilidade dos filtros a ruídos e variações.

Esse processo de suavização é chamado de subamostragem e pode ser alcançado através da média ou do máximo de uma amostra do sinal.

# CNN - Pooling



# CNN - Max Pooling

0.77	0	0.11	0.33	0.55	0	0.33
0	1.00	0	0.33	0	0.11	0
0.11	0	1.00	0	0.11	0	0.55
0.33	0.33	0	0.55	0	0.33	0.33
0.55	0	0.11	0	1.00	0	0.11
0	0.11	0	0.33	0	1.00	0
0.33	0	0.55	0.33	0.11	0	1.77

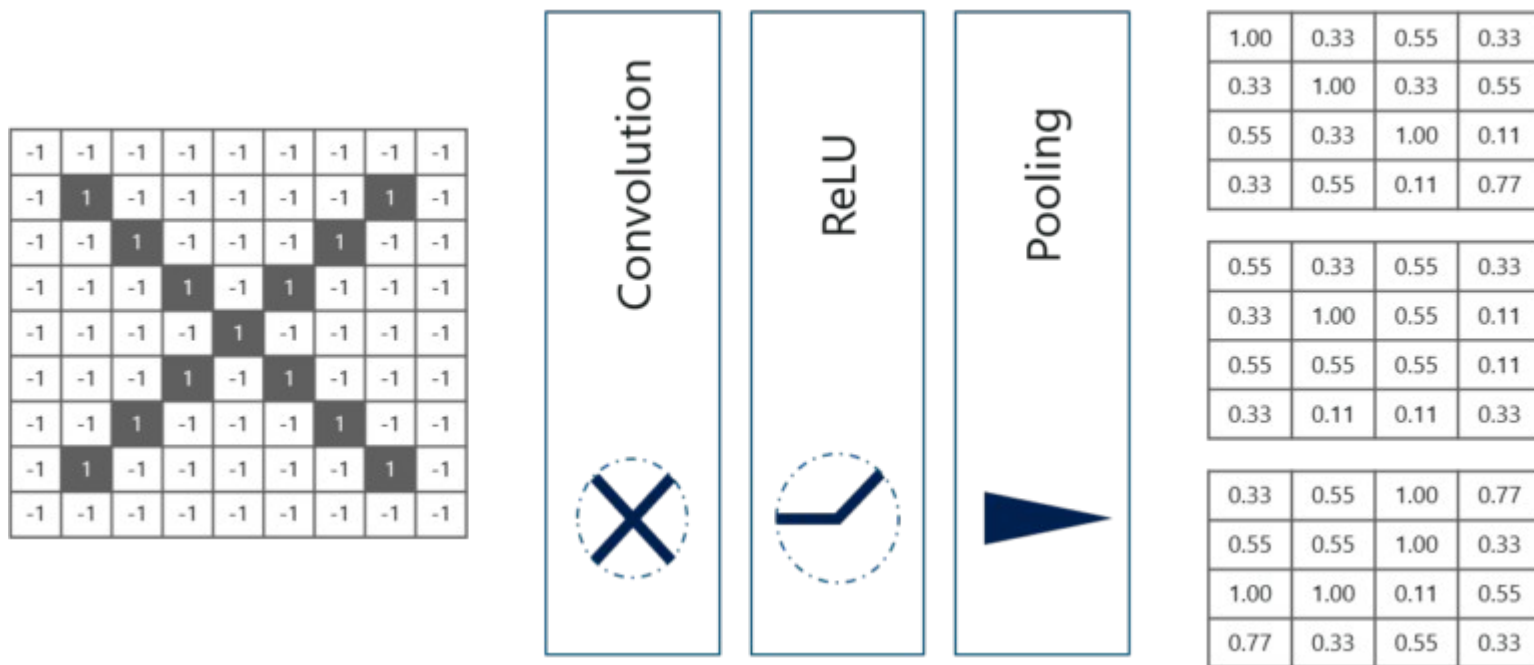


1.00	0.33	0.55	0.33
0.33	1.00	0.33	0.55
0.55	0.33	1.00	0.11
0.33	0.55	0.11	0.77

Também é feito para todos os filtros

# CNN - múltiplas camadas

As primeiras três camadas podem então ser representadas assim:



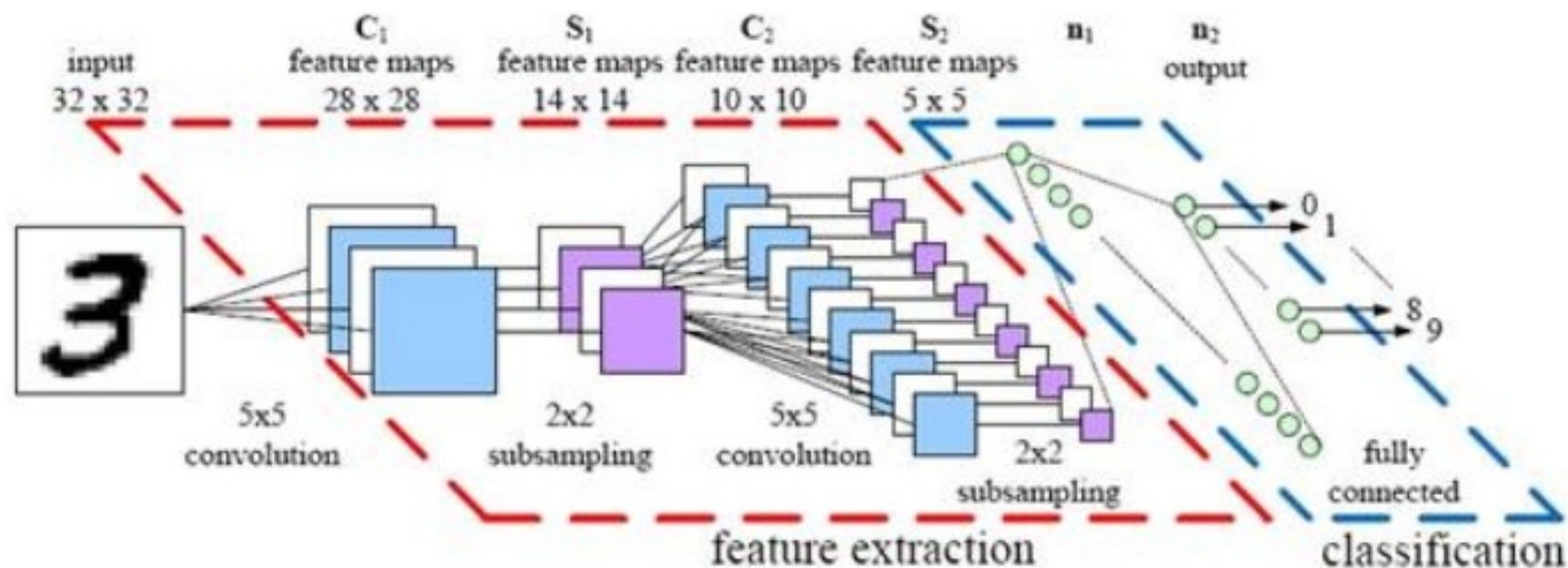
Mas podemos reduzir ainda mais a saída da rede?

# CNN - multiplas camadas



A maneira como compomos e conectamos as diferentes camadas produzem diferentes arquiteturas.

# CNN - Classificação



# CNN - Classificação

Organizamos a saída em um único vetor que contém as features que serão consideradas pelo classificador

1	0.55
0.55	1.00

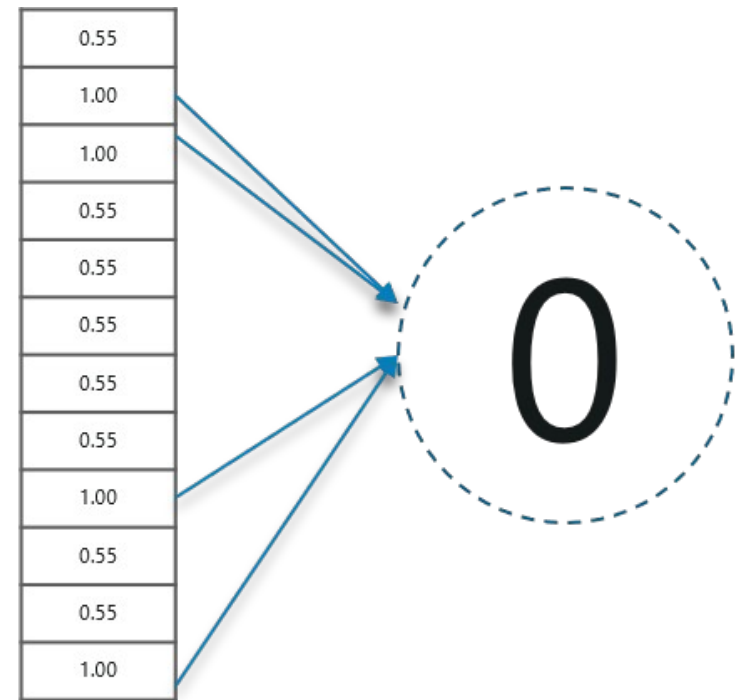
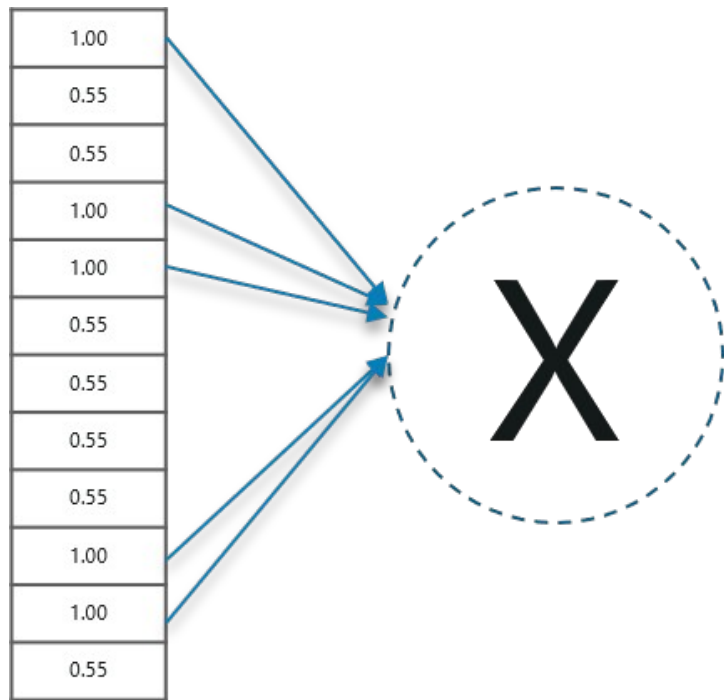
1	0.55
0.55	0.55

0.55	1.00
1.00	0.55

1.00
0.55
0.55
1.00
1.00
0.55
0.55
0.55
0.55
1.00
1.00
0.55

# CNN - Classificação

Organizamos a saída em um único vetor que contém as features que serão consideradas pelo classificador



Daí pode-se aplicar qualquer classificador.



# CNN – Exercício

1) O aluno deverá implementar as seguintes funções como explicado em sala:

- ReLU
- Max Pooling

2) O aluno deverá aplicar uma operação de convolução de um filtro detector de bordas (visto na última aula) e em seguida aplicar as operações ReLU e Max Pooling à qualquer imagem do banco de dados Olivetti (usado na última aula).

Deverá ser entregue um pdf com as imagens resultantes de cada uma das três operações.

# Referências

- Notas de aula Prof. Antônio Braga (UFMG)
- Material de André Gustavo Hochuli (UFPR)
- <https://www.edureka.co/blog/convolutional-neural-network/>
- Material Prof. Eduardo