

# Maude's Prover. System G3c (Classical Logic)

April 23, 2020

## 1 Cut-Elimination

Cases  $\rightarrow_R - \rightarrow_R$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F18 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \rightarrow F16), F18} \rightarrow_R}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9, \Delta17, F15 \rightarrow F16} \text{Cut} \\
 \rightarrow \\
 \frac{\frac{h13 : \Delta11, F18, F8 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \text{ax}}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \rightarrow F16, F8 \rightarrow F9} \text{hCut} \\
 \rightarrow_R \\
 - : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \rightarrow F16, F8 \rightarrow F9
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{c}
 \frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \rightarrow_R}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta17, \Delta10, F8 \rightarrow F9} \text{Cut} \\
 \rightarrow \\
 \frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F8, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \text{ax}}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta17, F9} \text{hCut} \\
 \rightarrow_R \\
 - : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \rightarrow F9
 \end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \wedge_R$

$$\begin{array}{c}
 \frac{h13 : \Delta11, F8, F18 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \wedge F16), F18} \wedge_R}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9, \Delta17, F15 \wedge F16} \text{Cut} \\
 \rightarrow \\
 \frac{\frac{h13 : \Delta11, F18, F8 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta17, F9, F15 \wedge F16} \text{hCut} \\
 \rightarrow_R \\
 - : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \rightarrow F9, F15 \wedge F16
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{c}
 \frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_R}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta17, \Delta10, F8 \rightarrow F9} \text{Cut} \\
 \rightarrow \\
 \frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F8, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta17, F9} \text{hCut} \\
 \rightarrow_R \\
 - : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \rightarrow F9
 \end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
 \frac{h13 : \Delta11, F8, F18 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \vee F16), F18} \vee_R}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9, \Delta17, F15 \vee F16} \text{Cut} \\
 \rightarrow \\
 \frac{\frac{h13 : \Delta11, F18, F8 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \text{ax}}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta17, F9, F15 \vee F16} \text{hCut} \\
 \rightarrow_R \\
 - : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \rightarrow F9, F15 \vee F16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \vee_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta17, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F9}{\rightarrow_R} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \vee_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta17, F9}{\rightarrow_R} \text{hCut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R}
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, \perp \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, \perp \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta15, \perp} \perp_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta15, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R} \text{ax} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\perp, \Delta15), F16} \perp_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9, \perp, \Delta15}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F16, F8 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \perp, \Delta15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \perp, \Delta15, F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \perp, \Delta10, \Delta15, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R} \text{hCut}}
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, \top \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, \top \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta15, \top}{\rightarrow} \top_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta15, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \top, \Delta11, F8 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \top, \Delta11 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \top, \Delta15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \top, \Delta15} \top_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta15, F9}{\rightarrow_R} \text{hCut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\top, \Delta15), F16}{\rightarrow} \top_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9, \top, \Delta15}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \top, \Delta10, \Delta15, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F17 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \rightarrow_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17, F8 \vdash \Delta10, F9}{\rightarrow_R} \quad \frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F8, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F9}{\rightarrow_R} \text{hCut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R}
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F17 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \wedge_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17, F8 \vdash \Delta10, F9}{\rightarrow_R} \quad \frac{h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \wedge_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F8, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F9}{\rightarrow_R} \text{hCut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R}
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F17 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta18, F14 \vdash \Delta16, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, F17} \vee_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17, F8 \vdash \Delta10, F9}{\rightarrow_R} \quad \frac{h13 : \Delta18, F14 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F8, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F9}{\rightarrow_R} \text{hCut}} \\
\rightarrow \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow_R}
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_R - \bot_L$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13\bullet : \bot, \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{\bot_L}}{\frac{- : \Delta11, \bot, \Delta16 \vdash \Delta14, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \frac{}{\bot_L}$$

Cases  $\rightarrow_R - I$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta14, p16), F15}{\rightarrow} I}{\frac{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9, \Delta14, p16}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \frac{}{iI}$$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, p15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, p15 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13\bullet : \Delta16, p15 \vdash \Delta14, p15}{\rightarrow} I}{\frac{- : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta14, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \frac{}{ax}$$

$$\frac{}{\rightarrow_R}$$

Cases  $\rightarrow_R - \top_L$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \rightarrow F9} \rightarrow_R \quad \frac{h13 : \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \top_L}{\frac{- : \Delta11, \top, \Delta16 \vdash \Delta14, \Delta10, F8 \rightarrow F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \frac{}{ax}$$

$$\frac{}{\rightarrow_R}$$

Cases  $\wedge_R - \rightarrow_R$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \rightarrow F16), F18} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9, \Delta17, F15 \rightarrow F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F9}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \wedge_R} \frac{\frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{ax}}{hCut} \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16}{\rightarrow} \wedge_R} \frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F9}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16}{\rightarrow} \wedge_R} \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{}{\rightarrow_R}$$

Cases  $\wedge_R - \wedge_R$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \wedge F16), F18} \wedge_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9, \Delta17, F15 \wedge F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \wedge_R \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F9}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \wedge_R} \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18}{ax}}{hCut} \rightarrow_R \frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F9}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \wedge_R} \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \wedge_R \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16}{\rightarrow} \wedge_R} \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{ax}}{hCut} \rightarrow_R \frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F9}{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{ax}}{\frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16}{\rightarrow} \wedge_R} \rightarrow_R \frac{}{\rightarrow_R}$$

$$\frac{}{\rightarrow_R}$$



Cases  $\wedge_R - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{h13 : \Delta18, F14 \vdash \Delta16, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, F17} \vee_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8}{\text{ax}} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta18, F14 \vdash \Delta16, F17}{\text{ax}} \quad \frac{h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{\text{ax}}}{h13\bullet : \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, F17} \vee_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8}{\text{hCut}} \wedge_R} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8 \quad - : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F9}{- : \Delta11, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8 \wedge F9} \wedge_R
\end{array}$$

Cases  $\wedge_R - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{}{h13\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \perp_L}{\frac{- : \Delta11, \perp, \Delta16 \vdash \Delta14, \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14, F8 \wedge F9} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\wedge_R - I$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta14, p16), F15} I}{\frac{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9, \Delta14, p16}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta14, p16, F8 \wedge F9} iI \\
\frac{h13 : \Delta11, p15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, p15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, p15 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta16, p15 \vdash \Delta14, p15} I}{\frac{- : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta14, \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14, F8}{\text{ax}} \quad \frac{- : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14, F9}{\text{ax}}}{- : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14, F8 \wedge F9} \wedge_R
\end{array}$$

Cases  $\wedge_R - \top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{h13 : \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \top_L}{\frac{- : \Delta11, \top, \Delta16 \vdash \Delta14, \Delta10, F8 \wedge F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8}{\text{ax}} \quad \frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F9}{\text{ax}}}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \wedge F9} \wedge_R \quad \frac{h13 : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{\text{ax}}}{- : \top, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14, F8 \wedge F9} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \rightarrow_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \rightarrow F16), F18} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \vee F9, \Delta17, F15 \rightarrow F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8, F9}{\text{ax}} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{\text{ax}}}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{\text{hCut}} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14, F15 \vdash \Delta10, \Delta17, F16, F8 \vee F9}{\rightarrow_R} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \rightarrow F16, F8 \vee F9}{\rightarrow_R} \\
\frac{h13 : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta17, \Delta10, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{h13 : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{\text{ax}} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{\text{ax}}}{h13\bullet : \Delta11, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{\text{hCut}} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8, F9}{\rightarrow_R} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \vee F9}{\rightarrow_R}
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \wedge_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \wedge F16), F18} \wedge_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \vee F9, \Delta17, F15 \wedge F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8, F9}{\text{ax}} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18}{\text{ax}}}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{\text{ax}}}{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8, F9, F15 \wedge F16} \wedge_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16}{\rightarrow_R} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16, F8 \vee F9}{\rightarrow_R}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta17, \Delta10, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13 : \Delta11, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, F8, F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8, F9}{\rightarrow} \text{hCut}} \vee_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \vee F9}{\rightarrow} \vee_R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \vee F16), F18} \vee_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \vee F9, \Delta17, F15 \vee F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F18 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15, F16, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{hCut}} \vee_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \vee F16, F8 \vee F9}{\rightarrow} \vee_R \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \vee_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta17, \Delta10, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13 : \Delta11, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, F8, F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8, F9}{\rightarrow} \text{hCut}} \vee_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta17, F8 \vee F9}{\rightarrow} \vee_R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, \perp \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, \perp \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta15, \perp} \perp_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta15, \Delta10, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{ax} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{ax} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\perp, \Delta15), F16} \perp_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \vee F9, \perp, \Delta15}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \perp, \Delta15, F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \perp, \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{hCut}} \vee_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \perp, \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \vee_R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, \top \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, \top \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15, \top}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta15, \top} \top_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta15, \Delta10, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \top, \Delta11 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \top, \Delta11 \vdash \Delta10, F8, F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \top, \Delta15} \top_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8, F9}{\rightarrow} \text{hCut}} \vee_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \vee_R \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F16 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash (\top, \Delta15), F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\top, \Delta15), F16} \top_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, F8 \vee F9, \top, \Delta15}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \top_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14 \vdash \top, \Delta10, \Delta15, F8 \vee F9}{\rightarrow} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \vee F9} \vee_R \quad \frac{\frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \rightarrow_L}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, \Delta10, F8 \vee F9}{\rightarrow} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8, F9}{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8, F9} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8, F9}{\rightarrow} \text{hCut}} \vee_R \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16, F8 \vee F9}{\rightarrow} \vee_R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \vee R \quad \frac{h13 : \Delta 18, F14, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13\bullet : \Delta 18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta 16, F17} \wedge L \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta 16, \Delta 10, F8 \vee F9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{h13 : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 18, F14, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13\bullet : \Delta 18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax} \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16, F8, F9} \wedge L \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16, F8 \vee F9} \text{hCut} \\
\vee R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \vee R \quad \frac{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17 \quad h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13\bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \vee L \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, \Delta 10, F8 \vee F9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{h13 : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17}{h13\bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13\bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax} \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16, F8, F9} \wedge L \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16, F8 \vee F9} \text{hCut} \\
\vee R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \vee R \quad \frac{}{h13\bullet : \perp, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15} \perp L \\
\frac{}{- : \Delta 11, \perp, \Delta 16 \vdash \Delta 14, \Delta 10, F8 \vee F9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 11, \Delta 16 \vdash \Delta 10, \Delta 14, F8 \vee F9} \perp L
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - I$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \vee R \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta 17, p16 \vdash (\Delta 14, p16), F15} I \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 17, p16 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9, \Delta 14, p16} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 17, p16 \vdash \Delta 10, \Delta 14, p16, F8 \vee F9} iI \\
\\
\frac{h13 : \Delta 11, p15 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, p15 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \vee R \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta 16, p15 \vdash \Delta 14, p15} I \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 16, p15 \vdash \Delta 14, \Delta 10, F8 \vee F9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 16, p15 \vdash \Delta 10, \Delta 14, F8, F9} \text{ax} \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 16, p15 \vdash \Delta 10, \Delta 14, F8 \vee F9} \vee R
\end{array}$$

Cases  $\vee_R - \top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \vee R \quad \frac{h13 : \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15} \top L \\
\frac{}{- : \Delta 11, \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, \Delta 10, F8 \vee F9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{h13 : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8, F9}{h13\bullet : \Delta 11, F15 \vdash \Delta 10, F8 \vee F9} \text{ax} \quad \frac{h13 : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15} \text{ax} \\
\frac{}{- : \top, \Delta 11, \Delta 16 \vdash \Delta 10, \Delta 14, F8 \vee F9} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\perp_R - \rightarrow_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F16 \vdash \perp, \Delta 8} \perp R \quad \frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \rightarrow F14), F16} \rightarrow R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 8, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \perp, \Delta 15, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F16, F13 \rightarrow F14} \text{ax} \quad \frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8, F13 \rightarrow F14} \rightarrow R \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8, F13 \rightarrow F14} \text{hCut} \\
\\
\frac{h11 : \Delta 9, F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F13 \rightarrow F14 \vdash \perp, \Delta 8} \perp R \quad \frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \rightarrow R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \perp, \Delta 8} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \perp, \Delta 15, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \text{ax} \quad \frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8} \rightarrow R \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\perp_R - \wedge_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F16 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F16 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \wedge F14), F16} \wedge_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 8, \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F16, F13 \wedge F14} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F16, F13 \wedge F14} \text{ax}}{\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8, F13 \wedge F14} \text{hCut} \wedge_R \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \wedge F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F13 \wedge F14 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \wedge F14} \wedge_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \perp, \Delta 8} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{ax}}{\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8} \text{hCut} \wedge_R
\end{array}$$

Cases  $\perp_R - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F16 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \vee F14), F16} \vee_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 8, \Delta 15, F13 \vee F14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F16, F13 \vee F14} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F16, F13 \vee F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8, F13 \vee F14} \vee_R}{\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8, F13 \vee F14} \text{hCut} \vee_R \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vee F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F13 \vee F14 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \vee F14} \vee_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \perp, \Delta 8} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13 \vee F14} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, F13 \vee F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8, F13 \vee F14} \vee_R}{\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 15, \Delta 8} \text{hCut} \vee_R
\end{array}$$

Cases  $\perp_R - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \perp} \perp_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 13, \perp, \Delta 8} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8 \text{ ax} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F14 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\perp, \Delta 13), F14} \perp_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 8, \perp, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \perp, \Delta 13, F14} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \perp, \Delta 13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \perp, \Delta 13, \Delta 8} \perp_R}{\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \perp, \Delta 13, \Delta 8} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\perp_R - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, \top \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top} \top_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 13, \perp, \Delta 8} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \top, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \perp, \top, \Delta 13}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \top, \Delta 13} \top_R}{\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8} \text{hCut} \top_R \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F14 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash (\top, \Delta 13), F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 8, \top, \Delta 13} \top_R}{\neg : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 8, \top, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\neg : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \top, \Delta 13, \Delta 8 \top_R
\end{array}$$

Cases  $\perp_R - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : \Delta 9, F15 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16 \vdash \Delta 14, F12, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, F15} \rightarrow_L}{\neg : \Delta 9, \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, \perp, \Delta 8} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 16 \vdash \perp, \Delta 14, F12, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15} \text{ax} \quad \frac{h11 : \Delta 16, F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15} \text{ax}}{\neg : \Delta 16, \Delta 9, F12 \rightarrow F13 \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8} \text{hCut} \rightarrow_L
\end{array}$$



Cases  $\perp_R - \wedge_L$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : \Delta 9, F15 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, F15} \wedge_L}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, \perp, \Delta 8} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12, F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15} \wedge_L}{\rightarrow : \Delta 16, \Delta 9, F12 \wedge F13 \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8} \text{hCut}$$

Cases  $\perp_R - \vee_L$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : \Delta 9, F15 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, F15} \vee_L}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, \perp, \Delta 8} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12 \vdash \perp, \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F13 \vdash \perp, \Delta 14, F15} \text{ax}}{\rightarrow : \Delta 16, \Delta 9, F12 \vee F13 \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8} \text{hCut}$$

Cases  $\perp_R - \perp_L$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : \Delta 9, F13 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 \bullet : \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}{\rightarrow : \Delta 9, \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 12, \perp, \Delta 8} \perp_L}{\rightarrow : \perp, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 12, \Delta 8} \text{Cut}$$

Cases  $\perp_R - I$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : \Delta 9, F13 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 \bullet : \Delta 15, p14 \vdash (\Delta 12, p14), F13}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 15, p14 \vdash \perp, \Delta 8, \Delta 12, p14} I}{\rightarrow : \Delta 15, \Delta 9, p14 \vdash \perp, \Delta 12, \Delta 8, p14} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, p13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : \Delta 9, p13 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 \bullet : \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, p13}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, \perp, \Delta 8} I}{\rightarrow : \Delta 14, \Delta 9, p13 \vdash \perp, \Delta 12, \Delta 8} \text{Cut}$$

Cases  $\perp_R - \top_L$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : \Delta 9, F13 \vdash \perp, \Delta 8} \perp_R \quad \frac{h11 : \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}{h11 \bullet : \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13} \top_L}{\rightarrow : \Delta 9, \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, \perp, \Delta 8} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}{h11 \bullet : \top, \Delta 14 \vdash \perp, \Delta 12, F13} \perp_R}{\rightarrow : \top, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 12, \Delta 8} \text{hCut}$$

Cases  $\top_R - \rightarrow_R$

$$\frac{\frac{\frac{h11 \bullet : \Delta 9, F16 \vdash \top, \Delta 8}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 8, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \top_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \rightarrow F14), F16} \rightarrow_R}{\rightarrow : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 15, \Delta 8, F13 \rightarrow F14} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\frac{h11 \bullet : \Delta 9, F13 \rightarrow F14 \vdash \top, \Delta 8}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \rightarrow_R}{\rightarrow : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 15, \Delta 8} \text{Cut}$$

Cases  $\top_R - \wedge_R$

$$\frac{\frac{\frac{h11 \bullet : \Delta 9, F16 \vdash \top, \Delta 8}{\rightarrow : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 8, \Delta 15, F13 \wedge F14} \top_R \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F16 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \wedge F14), F16} \wedge_R}{\rightarrow : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 15, \Delta 8, F13 \wedge F14} \text{Cut}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F13 \wedge F14 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \wedge F14} \wedge_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 15, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F16 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14, F16}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \vee F14), F16} \vee_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 8, \Delta 15, F13 \vee F14} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 15, \Delta 8, F13 \vee F14} \top_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F13 \vee F14 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \vee F14} \vee_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 15, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, \perp \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \perp} \perp_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F14 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13, F14}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\perp, \Delta 13), F14} \perp_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 8, \perp, \Delta 13} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \top, \Delta 13, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top} \top_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F14 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\top, \Delta 13), F14} \top_R \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 8, \top, \Delta 13} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \top, \Delta 13, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F15 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 16 \vdash \Delta 14, F12, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, F15} \rightarrow_L \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 16, \Delta 9, F12 \rightarrow F13 \vdash \top, \Delta 14, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F15 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, F15} \wedge_L \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 16, \Delta 9, F12 \wedge F13 \vdash \top, \Delta 14, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11 \bullet : \Delta 9, F15 \vdash \top, \Delta 8} \top_R \quad \frac{h11 : \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, F15} \vee_L \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, \top, \Delta 8} \text{Cut} \\
\frac{}{\rightarrow} \\
\frac{}{- : \Delta 16, \Delta 9, F12 \vee F13 \vdash \top, \Delta 14, \Delta 8} \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_R - \perp_L$

### Cases $\top_R - I$

### Cases $\top_R - \top_L$

Cases  $\rightarrow_L$  -  $\rightarrow_R$

Cases  $\rightarrow_L - \wedge_R$

11



[illegible]
$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F9, F17 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : (\Delta11, F8 \rightarrow F9), F17 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13 \bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16}{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8}{h13 \bullet : \Delta11, F17, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F17, F9 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta11, F17, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17}{h13 \bullet : \Delta11, F17, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8}{h13 \bullet : \Delta11, F17, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F17, F9 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta11, F17, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta16, F14 \quad - : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta16}{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta16} \rightarrow_L} \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14 \bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{h14 : \Delta18 \vdash \Delta17, F15, F12 \rightarrow F13 \quad h14 : \Delta18, F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13}{h14 \bullet : \Delta18, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{Cut}} \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12}{h14 \bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14 \bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta18 \vdash \Delta17, F15, F12 \rightarrow F13}{h14 \bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12}{h14 \bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14 \bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta18 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \quad - : \Delta11, \Delta18, F16 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \rightarrow_L}
\end{array}$$
$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F9, F17 \vdash \Delta10 \quad \rightarrow_L \quad h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \rightarrow F9), F17 \vdash \Delta10 \quad \rightarrow_L \quad h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \wedge_L \\
\frac{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10, \Delta16}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17 \vdash \Delta10, F8 \quad \text{ax} \quad h13 : \Delta11, F17, F9 \vdash \Delta10 \quad \rightarrow_L \quad h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \quad \text{ax} \quad h13\bullet : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14, F15, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta16}{- : \Delta11, \Delta18, F8 \rightarrow F9, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10, \Delta16} \wedge_L} \text{hCut} \\
\\
\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10 \quad \rightarrow_L \quad h14 : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10 \quad \rightarrow_L \quad h14\bullet : \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13} \wedge_L \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\\
\frac{\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad \text{ax} \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10 \quad \rightarrow_L \quad h14 : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \quad \text{ax} \quad h14\bullet : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13}{\frac{- : \Delta11, \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L} \text{hCut}
\end{array}$$
$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta 11, F17 \vdash \Delta 10, F8 \quad h13 : \Delta 11, F9, F17 \vdash \Delta 10}{h13 \bullet : (\Delta 11, F8 \rightarrow F9), F17 \vdash \Delta 10} \rightarrow_L \quad \frac{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17 \quad h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13 \bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \vee_L}{\frac{- : \Delta 11, F8 \rightarrow F9, \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16}{- : \Delta 11, F8 \rightarrow F9, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16} \text{Cut}} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17}{h13 : \Delta 11, F17, F9 \vdash \Delta 10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13 \bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax}}{\frac{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16, F8}{- : \Delta 11, \Delta 18, F8 \rightarrow F9, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16} \vee_L} \frac{\frac{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17}{h13 : \Delta 11, F17, F9 \vdash \Delta 10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13 \bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax}}{\frac{- : \Delta 11, \Delta 18, F9, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16}{- : \Delta 11, \Delta 18, F8 \rightarrow F9, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16} \text{hCut}} \rightarrow_L
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{h14 : \Delta18, F15 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13 \quad h14 : \Delta18, F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13} \vee_L \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \rightarrow \\
\hline
\frac{\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vdash \Delta10, \Delta17} \rightarrow_L} \rightarrow_L \quad \frac{\frac{h14 : \Delta18, F15 \vdash \Delta17, F12 \rightarrow F13}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{hCut}} \text{hCut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \vee_L
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_L$  -  $\perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \rightarrow F9), F15 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h13\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \perp_L \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow \\
\hline
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \perp_L \\
\hline
\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h14\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \rightarrow F13} \perp_L \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \rightarrow \\
\hline
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_L$  -  $I$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \rightarrow F9), F15 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta14, p16), F15} I \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} \rightarrow \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} iI \\
\hline
\frac{h13 : \Delta11, p15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F9, p15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \rightarrow F9), p15 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta16, p15 \vdash \Delta14, p15} I \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14, F8} \rightarrow \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta16, p15, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{ax} \quad \frac{}{- : \Delta11, \Delta16, F9, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{ax} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta16, p15, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow_L \\
\hline
\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h14\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta15, p16), F12 \rightarrow F13} I \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} \rightarrow \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} iI
\end{array}$$

Cases  $\rightarrow_L$  -  $\top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \rightarrow F9), F15 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h13\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \top_L \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \top, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, F8 \rightarrow F9, \top, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow \\
\hline
\frac{h13 : \Delta11, F15 \vdash \Delta10, F8}{h13\bullet : \Delta11, F15, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F15, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F15, F9 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\frac{}{- : \top, \Delta11, \Delta16, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow_L} \rightarrow_L \quad \frac{}{h13\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \text{ax} \\
\hline
\frac{}{- : \top, \Delta11, \Delta16, F8 \rightarrow F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{hCut} \\
\hline
\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \rightarrow_L \quad \frac{}{h14\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \rightarrow F13} \top_L \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \top, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \top, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \rightarrow \\
\hline
\frac{h14 : \Delta11 \vdash \Delta10, F12}{h14\bullet : \Delta11, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\frac{}{- : \top, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \rightarrow_L} \rightarrow_L \quad \frac{}{h14\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \rightarrow F13} \text{ax} \\
\hline
\frac{}{- : \top, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\wedge_L$  -  $\rightarrow_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F18 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F18 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \rightarrow F16), F18} \rightarrow_R \\
\hline
\frac{}{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \rightarrow F16} \text{Cut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \rightarrow F16} \rightarrow \\
\hline
\frac{h13 : \Delta11, F18, F8, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F18, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18} \text{ax}}{\frac{}{- : \Delta11, \Delta14, F15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F16} \wedge_L} \wedge_L \quad \frac{}{h13\bullet : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16, F18} \text{ax} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta14, F15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F16} \text{hCut} \\
\hline
\frac{}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \rightarrow F16} \rightarrow_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10}{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \rightarrow F16 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14, F15 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \rightarrow F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8, F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L} \text{hCut} \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h14 : \Delta15, F16 \vdash \Delta18, F17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta15 \vdash (\Delta18, F16 \rightarrow F17), F12 \wedge F13} \rightarrow_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \Delta18, F16 \rightarrow F17}{\rightarrow} \text{Cut}} \rightarrow_R \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta15, F16 \vdash \Delta18, F17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta15 \vdash (\Delta18, F16 \rightarrow F17), F12 \wedge F13} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta15, F16 \vdash \Delta10, \Delta18, F17}{- : \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \Delta18, F16 \rightarrow F17} \rightarrow_R} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\wedge_L - \wedge_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F18 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F18 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \wedge F16), F18} \wedge_R}{\frac{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \wedge_R \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18, F8, F9 \vdash \Delta10}{h13 : \Delta11, F18, F8, F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8, F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_L} \text{hCut} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F15 \wedge F16 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_R}{\frac{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{\rightarrow} \text{Cut}} \wedge_R \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10}{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8, F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L} \text{hCut} \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h14 : \Delta15 \vdash \Delta18, F16, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta15 \vdash (\Delta18, F16 \wedge F17), F12 \wedge F13} \wedge_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \Delta18, F16 \wedge F17}{\rightarrow} \text{Cut}} \wedge_R \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{\frac{h14 : \Delta15 \vdash \Delta18, F16, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta15 \vdash (\Delta18, F16 \wedge F17), F12 \wedge F13} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta15 \vdash \Delta18, F17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta15 \vdash \Delta18, F16 \wedge F17} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \Delta18, F16}{- : \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \Delta18, F16 \wedge F17} \wedge_L} \text{hCut} \\
\frac{\frac{h12 : \Delta11, F14, F15 \vdash \Delta10}{h12\bullet : \Delta11, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h12 : \Delta13 \vdash \Delta16, F14}{h12\bullet : \Delta13 \vdash \Delta16, F14 \wedge F15} \wedge_R}{\frac{- : \Delta11, \Delta13 \vdash \Delta10, \Delta16}{\rightarrow} \text{Cut}} \wedge_R \\
\frac{\frac{- : \Delta11, \Delta13, F14, F15 \vdash \Delta10, \Delta16}{\rightarrow} \text{ax} \quad \frac{- : \Delta11, \Delta13, F14 \vdash \Delta10, \Delta16, F15}{\rightarrow} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta13, F14 \vdash \Delta10, \Delta16}{\rightarrow} \text{sCut}} \text{ax} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta13 \vdash \Delta10, \Delta16, F14}{\rightarrow} \text{sCut}
\end{array}$$

Cases  $\wedge_L - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F18 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F18 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \vee F16), F18} \vee_R}{\frac{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \vee F16}{\rightarrow} \text{Cut}} \vee_R \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18, F8, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F18, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16, F18}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \vee F16}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \vee F16} \vee_R} \text{hCut} \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \vee F16 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F15 \vee F16 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \vee_R}{\frac{- : \Delta14, \Delta11, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{\rightarrow} \text{Cut}} \vee_R \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \vee F16 \vdash \Delta10}{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \vee F16 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F16}{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \vee F16} \text{ax}}{\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8, F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L} \text{hCut}
\end{array}$$

### Cases $\wedge_L$ - $\perp_R$

### Cases $\wedge_L$ - $\top_R$

### Cases $\wedge_L - \rightarrow_I$

16



Cases  $\wedge_L - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F17 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F17 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \wedge_L}{\neg : \Delta11, F8 \wedge F9, \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10, \Delta16} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17, F8, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax}}{\neg : \Delta11, \Delta18, F14, F15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta16} \wedge_L}{\neg : \Delta11, \Delta18, F14 \wedge F15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta16} \text{hCut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h14 : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13} \wedge_L}{\neg : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13} \text{ax}}{\neg : \Delta11, \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L}{\neg : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\wedge_L - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F17 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F17 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13 : \Delta18, F14 \vdash \Delta16, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, F17} \vee_L}{\neg : \Delta11, F8 \wedge F9, \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{\frac{h13 : \Delta11, F17, F8, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta18, F14 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \vee F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax}}{\neg : \Delta11, \Delta18, F8, F9, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16} \wedge_L}{\neg : \Delta11, \Delta18, F8 \wedge F9, F14 \vee F15 \vdash \Delta10, \Delta16} \text{hCut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h14 : \Delta18, F15 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13 \quad h14 : \Delta18, F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13} \vee_L}{\neg : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta18, F15 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta17, F12 \wedge F13} \text{ax}}{\neg : \Delta11, \Delta18, F15 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L}{\neg : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\wedge_L - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F15 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{h13\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \perp_L}{\neg : \Delta11, F8 \wedge F9, \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\neg : \perp, \Delta11, \Delta16, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta14}{\neg : \perp, \Delta11, \Delta16, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \perp_L \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h14\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \perp_L}{\neg : \Delta11, \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\neg : \perp, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15}{\neg : \perp, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\wedge_L - I$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), F15 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta14, p16), F15}{h13\bullet : \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} I}{\neg : \Delta11, F8 \wedge F9, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\neg : \Delta11, \Delta17, p16, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta14, p16}{\neg : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} iI \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F9, p15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \wedge F9), p15 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h13\bullet : \Delta16, p15 \vdash \Delta14, p15}{h13\bullet : \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} I}{\neg : \Delta11, F8 \wedge F9, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\neg : \Delta11, \Delta16, F8, F9, p15 \vdash \Delta10, \Delta14}{\neg : \Delta11, \Delta16, p15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{ax} \\
\rightarrow \\
\frac{\neg : \Delta11, \Delta16, p15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta10, \Delta14}{\neg : \Delta11, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \wedge_L \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta10} \wedge_L \quad \frac{h14\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta15, p16), F12 \wedge F13}{h14\bullet : \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} I}{\neg : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\neg : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16}{\neg : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} iI
\end{array}$$

### Cases $\wedge_L$ - $\top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F8, F9, F15 \vdash \Delta 10}{h13\bullet : (\Delta 11, F8 \wedge F9), F15 \vdash \Delta 10} \wedge L \quad \frac{h13 : \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15} \top L \\
\frac{- : \Delta 11, F8 \wedge F9, \top, \Delta 16 \vdash \Delta 10, \Delta 14}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{h13 : \Delta 11, F15, F8, F9 \vdash \Delta 10}{h13\bullet : \Delta 11, F15, F8 \wedge F9 \vdash \Delta 10} \text{ax} \wedge L \quad \frac{h13 : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta 11, \Delta 16, F8 \wedge F9 \vdash \Delta 10, \Delta 14} \text{ax} \\
\text{hCut} \\
\frac{h14 : \Delta 11, F12, F13 \vdash \Delta 10}{h14\bullet : \Delta 11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 10} \wedge L \quad \frac{h14 : \Delta 16 \vdash \Delta 15, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 15, F12 \wedge F13} \top L \\
\frac{- : \Delta 11, \top, \Delta 16 \vdash \Delta 10, \Delta 15}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{h14 : \Delta 11, F12, F13 \vdash \Delta 10}{h14\bullet : \Delta 11, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 10} \text{ax} \wedge L \quad \frac{h14 : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 15, F12 \wedge F13}{h14\bullet : \top, \Delta 11, \Delta 16 \vdash \Delta 10, \Delta 15} \text{ax} \\
\text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\vee_L - \rightarrow_R$

[illegible]

### Cases $\vee_L$ - $\wedge_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F8, F18 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F18 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F18 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash (\Delta17, F15 \wedge F16), F18} \wedge_R}{- : \Delta14, \Delta11, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta11, F18, F8 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta11, F18, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F18, F9 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta11, F18, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15, F18} \text{ax}}{\text{hCut}} \quad \frac{h13 : \Delta11, F18, F8 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta11, F18, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F18, F9 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta11, F18, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F16, F18} \text{ax}}{\wedge_R} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \quad - : \Delta11, \Delta14, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F16}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_R
\end{array}$$
  

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F15 \wedge F16 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \quad h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \wedge_R}{- : \Delta14, \Delta11, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta17} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F15}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta14 \vdash \Delta17, F16}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{\wedge_R} \quad \frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F9, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10}{h13 \bullet : \Delta14 \vdash \Delta17, F15 \wedge F16} \text{ax}}{\wedge_R} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta17 \quad - : \Delta11, \Delta14, F9 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta14, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta17} \vee_L
\end{array}$$

### Cases $V_L - V_R$

### Cases $\vee_L$ - $\perp_R$

19

### Cases $\vee_L$ - $\top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash \Delta15, \top}{\vdash \Delta14, \Delta11, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta15} \top_R \\
\text{Cut} \\
\frac{}{\vdash \Delta14, \Delta11, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta15} \rightarrow \\
\frac{h13 : \vdash, \Delta11, F8 \vdash \Delta10 \quad \text{ax} \quad h13\bullet : \Delta14 \vdash \top, \Delta15}{\vdash \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta15} \top_R \quad \frac{h13 : \vdash, \Delta11, F9 \vdash \Delta10 \quad \text{ax} \quad h13\bullet : \Delta14 \vdash \top, \Delta15}{\vdash \Delta11, \Delta14, F9 \vdash \Delta10, \Delta15} \top_R \\
\text{hCut} \\
\frac{\vdash \Delta11, \Delta14, F8 \vdash \Delta10, \Delta15 \quad \vdash \Delta11, \Delta14, F9 \vdash \Delta10, \Delta15}{\vdash \Delta11, \Delta14, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta15} \vee_L \\
\frac{h13 : \Delta11, F8, F16 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F16 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F16 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13\bullet : \Delta14 \vdash (\top, \Delta15), F16}{\vdash \Delta14, \Delta11, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \top, \Delta15} \top_R \\
\text{Cut} \\
\frac{}{\vdash \Delta14, \Delta11, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \top, \Delta15} \rightarrow \\
\frac{}{\vdash \Delta11, \Delta14, F8 \vee F9 \vdash \top, \Delta10, \Delta15} \top_R \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h14\bullet : \Delta15 \vdash (\top, \Delta16), F12 \vee F13}{\vdash \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \top, \Delta16} \top_R \\
\text{Cut} \\
\frac{}{\vdash \Delta11, \Delta15 \vdash \Delta10, \top, \Delta16} \rightarrow \\
\frac{}{\vdash \Delta11, \Delta15 \vdash \top, \Delta10, \Delta16} \top_R
\end{array}$$

### Cases $\vee_L - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F17 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F17 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F17 \vdash \Delta10} \vee L \quad \frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17 \quad h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta16, F17} \rightarrow L \\
\frac{- : \Delta11, F8 \vee F9, \Delta18, F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta10, \Delta16}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{h13 : \Delta11, F17, F8 \vdash \Delta10 \quad ax \quad h13 : \Delta11, F17, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \vee L \quad \frac{h13 : \Delta18 \vdash \Delta16, F14, F17 \quad ax}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \vee L \quad \frac{h13 : \Delta11, F17, F8 \vdash \Delta10 \quad ax \quad h13 : \Delta11, F17, F9 \vdash \Delta10 \quad ax}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \vee L \quad \frac{h13 : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F15 \vdash \Delta16, F17} \vee L \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta16, F14}{- : \Delta11, \Delta18, F14 \rightarrow F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta16} \rightarrow L
\end{array}$$

### Cases $\vee_L$ - $\wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F17 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F17 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F17 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \wedge_L \\
\frac{- : \Delta11, F8 \vee F9, \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta10, \Delta16}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{h13 : \Delta11, F17, F8 \vdash \Delta10 \quad \text{ax} \quad h13 : \Delta11, F17, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F17, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta18, F14, F15 \vdash \Delta16, F17}{h13\bullet : \Delta18, F14 \wedge F15 \vdash \Delta16, F17} \text{ax} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F14, F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta16}{- : \Delta11, \Delta18, F14 \wedge F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta16} \wedge_L \quad \text{hCut} \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h14 : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13} \wedge_L \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad \text{ax} \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta18, F15, F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13} \text{ax} \\
\frac{- : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \wedge F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \wedge_L \quad \text{hCut}
\end{array}$$

### Cases $V_L - V_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta 11, F8, F17 \vdash \Delta 10 \quad h13 : \Delta 11, F9, F17 \vdash \Delta 10}{h13 \bullet : (\Delta 11, F8 \vee F9), F17 \vdash \Delta 10} \vee_L \quad \frac{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17 \quad h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17}{h13 \bullet : \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 16, F17} \vee_L \\
\frac{- : \Delta 11, F8 \vee F9, \Delta 18, F14 \vee F15 \vdash \Delta 10, \Delta 16}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{h13 : \Delta 11, F17, F8 \vdash \Delta 10}{h13 \bullet : \Delta 11, F17, F8 \vee F9 \vdash \Delta 10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 11, F17, F9 \vdash \Delta 10}{h13 : \Delta 18, F14 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 11, F17, F8 \vdash \Delta 10}{h13 \bullet : \Delta 11, F17, F8 \vee F9 \vdash \Delta 10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta 11, F17, F9 \vdash \Delta 10}{h13 : \Delta 18, F15 \vdash \Delta 16, F17} \text{ax} \\
\frac{- : \Delta 11, \Delta 18, F14, F8 \vee F9 \vdash \Delta 10, \Delta 16}{- : \Delta 11, \Delta 18, F14 \vee F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta 10, \Delta 16} \text{hCut} \quad \frac{- : \Delta 11, \Delta 18, F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta 10, \Delta 16}{- : \Delta 11, \Delta 18, F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta 10, \Delta 16} \vee_L
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h14 : \Delta18, F15 \vdash \Delta17, F12 \vee F13 \quad h14 : \Delta18, F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13}{h14\bullet : \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13} \vee_L}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \\
\frac{\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \quad \frac{h14 : \Delta18, F15 \vdash \Delta17, F12 \vee F13}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \quad \frac{h14 : \Delta18, F16 \vdash \Delta17, F12 \vee F13}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vdash \Delta10, \Delta17} \quad \frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \quad \frac{}{- : \Delta11, \Delta18, F15 \vee F16 \vdash \Delta10, \Delta17} \vee_L
\end{array}$$

Cases  $\vee_L - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F15 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{\text{Cut}} \perp_L \\
\frac{}{- : \Delta11, F8 \vee F9, \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \perp_L \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h14\bullet : \perp, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \vee F13}{\text{Cut}} \perp_L \\
\frac{}{- : \Delta11, \perp, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\vee_L - I$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F15 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta14, p16), F15}{\text{Cut}} I \\
\frac{}{- : \Delta11, F8 \vee F9, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} \rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta14, p16} iI \\
\frac{h13 : \Delta11, F8, p15 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, p15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), p15 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13\bullet : \Delta16, p15 \vdash \Delta14, p15}{\text{Cut}} I \\
\frac{}{- : \Delta11, F8 \vee F9, \Delta16, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta16, F8, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{ax} \quad \frac{}{- : \Delta11, \Delta16, F9, p15 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{ax}}{\vee_L} \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta16, p15, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h14\bullet : \Delta17, p16 \vdash (\Delta15, p16), F12 \vee F13}{\text{Cut}} I \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} \rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta17, p16 \vdash \Delta10, \Delta15, p16} iI
\end{array}$$

Cases  $\vee_L - \top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h13 : \Delta11, F8, F15 \vdash \Delta10 \quad h13 : \Delta11, F9, F15 \vdash \Delta10}{h13\bullet : (\Delta11, F8 \vee F9), F15 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h13 : \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15} \top_L \\
\frac{}{- : \Delta11, F8 \vee F9, \top, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta14} \rightarrow \\
\frac{h13 : \Delta11, F15, F8 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h13 : \Delta11, F15, F9 \vdash \Delta10}{h13\bullet : \Delta11, F15, F8 \vee F9 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \quad \frac{h13 : \top, \Delta16 \vdash \Delta14, F15}{h13\bullet : \top, \Delta11, \Delta16, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{ax} \\
\frac{}{- : \top, \Delta11, \Delta16, F8 \vee F9 \vdash \Delta10, \Delta14} \text{hCut} \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10 \quad h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \vee_L \quad \frac{h14 : \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \vee F13}{h14\bullet : \top, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \vee F13} \top_L \\
\frac{}{- : \Delta11, \top, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \rightarrow \\
\frac{h14 : \Delta11, F12 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax} \quad \frac{h14 : \Delta11, F13 \vdash \Delta10}{h14\bullet : \Delta11, F12 \vee F13 \vdash \Delta10} \text{ax}}{\vee_L} \quad \frac{h14 : \top, \Delta16 \vdash \Delta15, F12 \vee F13}{h14\bullet : \top, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \text{ax} \\
\frac{}{- : \top, \Delta11, \Delta16 \vdash \Delta10, \Delta15} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \rightarrow_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h10\bullet : \Delta9, \perp \vdash \Delta8}{\text{Cut}} \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta11, F12 \vdash \perp, \Delta14, F13}{h10\bullet : \Delta11 \vdash (\Delta14, F12 \rightarrow F13), \perp} \rightarrow_R \\
\frac{}{- : \Delta9, \Delta11 \vdash \Delta8, \Delta14, F12 \rightarrow F13} \rightarrow \\
\frac{h10\bullet : \perp \vdash \ast}{\text{Cut}} \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta11, \Delta9, F12 \vdash \perp, \Delta14, \Delta8, F13}{h10\bullet : \Delta11, \Delta9, F12 \vdash \Delta14, \Delta8, F13} \text{ax} \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta9, F12 \vdash \Delta14, \Delta8, F13} \text{hCut} \\
\frac{}{- : \Delta11, \Delta9 \vdash \Delta14, \Delta8, F12 \rightarrow F13} \rightarrow_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F16 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \rightarrow F14), F16} \rightarrow_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8, F13 \rightarrow F14} \perp_L \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \rightarrow_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \wedge_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta 11 \vdash \perp, \Delta 14, F12 \quad h10 : \Delta 11 \vdash \perp, \Delta 14, F13}{h10\bullet : \Delta 11 \vdash (\Delta 14, F12 \wedge F13), \perp} \wedge_R}{\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 14, F12 \wedge F13} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{\frac{}{h10\bullet : \perp \vdash *} \quad \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8, F12}{\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F12} \text{hCut}} \quad \frac{h10\bullet : \perp \vdash *} \quad \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8, F13}{\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F13} \text{hCut}} \quad \frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F12 \wedge F13} \wedge_R}{\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F12 \wedge F13} \wedge_R} \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F16 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F16 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \wedge F14), F16} \wedge_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8, F13 \wedge F14} \perp_L \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F13 \wedge F14 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \wedge F14} \wedge_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta 11 \vdash \perp, \Delta 14, F12, F13}{h10\bullet : \Delta 11 \vdash (\Delta 14, F12 \vee F13), \perp} \vee_R}{\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 14, F12 \vee F13} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{\frac{}{h10\bullet : \perp \vdash *} \quad \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8, F12, F13}{\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F12, F13} \text{hCut}} \quad \frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F12 \vee F13} \vee_R}{\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 14, \Delta 8, F12 \vee F13} \vee_R} \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F16 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14, F16}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \vee F14), F16} \vee_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15, F13 \vee F14} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8, F13 \vee F14} \perp_L \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F13 \vee F14 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \vee F14} \vee_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h10 : \Delta 11 \vdash \Delta 12}{h10\bullet : \Delta 11 \vdash \Delta 12, \perp} \perp_R}{\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \text{ax} \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), \perp \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \perp} \perp_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 13, \Delta 8} \perp_L \\
\\
\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F14 \vdash \Delta 8} \quad \perp_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\perp, \Delta 13), F14} \perp_R}{\frac{}{- : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \perp, \Delta 13} \text{Cut}} \rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8} \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \top, \Delta 12} \perp_L \quad \frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 11 \vdash (\top, \Delta 12), \perp}}{\vdash : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 12, \Delta 8} \top_R}{\vdash : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \top, \Delta 12} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 12, \Delta 8 \quad \top_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), \top \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \perp_L \quad \frac{\frac{}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top}}{\vdash : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 13, \Delta 8} \top_R}{\vdash : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \perp_L
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F14 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \top, \Delta 13} \perp_L \quad \frac{\frac{}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\top, \Delta 13), F14}}{\vdash : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8} \top_R}{\vdash : \Delta 12, \perp, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \top, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8 \quad \top_R
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \Delta 14, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \perp_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14 \vdash \perp, \Delta 13, F11 \quad h10 : \Delta 14, F12 \vdash \perp, \Delta 13}{h10\bullet : \Delta 14, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 13, \perp} \rightarrow_L}{\vdash : \Delta 9, \Delta 14, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \perp \vdash *}}{\vdash : \Delta 14, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8, F11} \perp_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8, F11}{h10\bullet : \perp \vdash *} \text{ax} \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, \Delta 9, F12 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8}{h10\bullet : \perp \vdash *} \perp_L \quad \frac{\frac{}{h10 : \Delta 14, \Delta 9, F12 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8}}{\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8} \text{ax}}{\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8} \text{hCut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F15 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \perp_L \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16 \vdash \Delta 14, F12, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, F15} \rightarrow_L}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \perp, \Delta 16, \Delta 9, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8 \quad \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \Delta 14, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \perp_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, F11, F12 \vdash \perp, \Delta 13}{h10\bullet : \Delta 14, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 13, \perp} \wedge_L}{\vdash : \Delta 9, \Delta 14, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11, F12 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \text{hCut} \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \wedge_L
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F15 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \perp_L \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, F15} \wedge_L}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \perp, \Delta 16, \Delta 9, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8 \quad \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \Delta 14, F11 \vee F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \perp_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, F11 \vdash \perp, \Delta 13 \quad h10 : \Delta 14, F12 \vdash \perp, \Delta 13}{h10\bullet : \Delta 14, F11 \vee F12 \vdash \Delta 13, \perp} \vee_L}{\vdash : \Delta 9, \Delta 14, F11 \vee F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \vee F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \perp \vdash *}}{\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8} \perp_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, \Delta 9, F11 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8}{h10\bullet : \perp \vdash *} \text{ax} \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, \Delta 9, F12 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8}{h10\bullet : \perp \vdash *} \perp_L \quad \frac{\frac{}{h10 : \Delta 14, \Delta 9, F12 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8}}{\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8} \text{ax}}{\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \vee F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8} \text{hCut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 14, \Delta 9, F11 \vee F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F15 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \perp_L \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, F15} \vee_L}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \perp, \Delta 16, \Delta 9, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8 \quad \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\perp_L - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\frac{}{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \perp, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \Delta 11} \perp_L \quad \frac{\frac{}{h10\bullet : \perp, \Delta 12 \vdash \Delta 11, \perp}}{\vdash : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 11, \Delta 8} \perp_L}{\vdash : \Delta 9, \perp, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \Delta 11} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 11, \Delta 8 \quad \perp_L
\end{array}$$

$$\frac{\frac{\overline{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F13 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \perp_L \quad \frac{\overline{h11\bullet : \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}}{\vdash : \perp, \perp, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \perp_L}{\vdash : \perp, \perp, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \text{Cut}$$

Cases  $\perp_L - I$

$$\frac{\frac{\overline{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \Delta 13, p12 \vdash \Delta 8, \Delta 11, p12} \perp_L \quad \frac{\overline{h10\bullet : \Delta 13, p12 \vdash (\Delta 11, p12), \perp}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 9, p12 \vdash \Delta 11, \Delta 8, p12} I}{\vdash : \Delta 13, \Delta 9, p12 \vdash \Delta 11, \Delta 8, p12} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\overline{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F13 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 15, p14 \vdash \Delta 8, \Delta 12, p14} \perp_L \quad \frac{\overline{h11\bullet : \Delta 15, p14 \vdash (\Delta 12, p14), F13}}{\vdash : \perp, \Delta 15, \Delta 9, p14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p14} I}{\vdash : \perp, \Delta 15, \Delta 9, p14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p14} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\overline{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), p13 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \Delta 14, p13 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \perp_L \quad \frac{\overline{h11\bullet : \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, p13}}{\vdash : \perp, \Delta 14, \Delta 9, p13 \vdash \Delta 12, \Delta 8} I}{\vdash : \perp, \Delta 14, \Delta 9, p13 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \text{Cut}$$

Cases  $\perp_L - \top_L$

$$\frac{\frac{\overline{h10\bullet : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}}{\vdash : \Delta 9, \top, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \Delta 11} \perp_L \quad \frac{\frac{\overline{h10 : \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 11}}{\vdash : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 11, \Delta 8} \top_L}{\vdash : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 11, \Delta 8} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\overline{h11\bullet : (\perp, \Delta 9), F13 \vdash \Delta 8}}{\vdash : \perp, \Delta 9, \top, \Delta 14 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \perp_L \quad \frac{\overline{h11 : \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}}{\vdash : \perp, \top, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \top_L}{\vdash : \perp, \top, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \text{Cut}$$

Cases  $I - \rightarrow_R$

$$\frac{\frac{\overline{h11\bullet : \Delta 10, p16 \vdash \Delta 8, p16}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, p16, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} I \quad \frac{\overline{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14, p16}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, p16, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \rightarrow_R}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, p16, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\overline{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F17 \vdash \Delta 8, p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 16, F14 \rightarrow F15} I \quad \frac{\overline{h12 : \Delta 13, F14 \vdash \Delta 16, F15, F17}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 16, F14 \rightarrow F15} \rightarrow_R}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 16, F14 \rightarrow F15} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\overline{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F14 \rightarrow F15 \vdash \Delta 8, p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 16, \Delta 8, p9} I \quad \frac{\overline{h12 : \Delta 13, F14 \vdash \Delta 16, F15}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 16, \Delta 8, p9} \rightarrow_R}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 16, \Delta 8, p9} \text{Cut}$$

Cases  $I - \wedge_R$

$$\frac{\frac{\overline{h11\bullet : \Delta 10, p16 \vdash \Delta 8, p16}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, p16, \Delta 15, F13 \wedge F14} I \quad \frac{\overline{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, p16} \quad \overline{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14, p16}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, p16, \Delta 15, F13 \wedge F14} \wedge_R}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, p16, \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{Cut}$$

$$\frac{\frac{\overline{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F17 \vdash \Delta 8, p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 16, F14 \wedge F15} I \quad \frac{\overline{h12 : \Delta 13 \vdash \Delta 16, F14, F17} \quad \overline{h12 : \Delta 13 \vdash \Delta 16, F15, F17}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 16, F14 \wedge F15} \wedge_R}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, p9 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 16, F14 \wedge F15} \text{Cut}$$



$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \text{F14} \wedge \text{F15} \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 16, \Delta 8, \text{p9}} I \quad \frac{\text{h12} : \Delta 13 \vdash \Delta 16, \text{F14} \quad \text{h12} : \Delta 13 \vdash \Delta 16, \text{F15}}{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash \Delta 16, \text{F14} \wedge \text{F15}} \wedge R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \Delta 16, \Delta 8, \text{p9} \quad iI
\end{array}$$

Cases  $I - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h11}\bullet : \Delta 10, \text{p16} \vdash \Delta 8, \text{p16}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \text{p16}, \Delta 15, \text{F13} \vee \text{F14}} I \quad \frac{\text{h11} : \Delta 12 \vdash \Delta 15, \text{F13}, \text{F14}, \text{p16}}{\text{h11}\bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, \text{F13} \vee \text{F14}), \text{p16}} \vee R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \Delta 8, \text{F13}, \text{F14}, \text{p16} \quad \text{ax} \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 15, \Delta 8, \text{p16}, \text{F13} \vee \text{F14} \quad \vee R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \text{F17} \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 8, \text{p9}, \Delta 16, \text{F14} \vee \text{F15}} I \quad \frac{\text{h12} : \Delta 13 \vdash \Delta 16, \text{F14}, \text{F15}, \text{F17}}{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash (\Delta 16, \text{F14} \vee \text{F15}), \text{F17}} \vee R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \Delta 16, \Delta 8, \text{p9}, \text{F14} \vee \text{F15} \quad iI
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \text{F14} \vee \text{F15} \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 16, \Delta 8, \text{p9}} I \quad \frac{\text{h12} : \Delta 13 \vdash \Delta 16, \text{F14}, \text{F15}}{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash \Delta 16, \text{F14} \vee \text{F15}} \vee R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \Delta 16, \Delta 8, \text{p9} \quad iI
\end{array}$$

Cases  $I - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h11}\bullet : \Delta 10, \text{p14} \vdash \Delta 8, \text{p14}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \text{p14}, \perp, \Delta 13} I \quad \frac{\text{h11} : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \text{p14}}{\text{h11}\bullet : \Delta 12 \vdash (\perp, \Delta 13), \text{p14}} \perp_R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8, \text{p14} \quad \text{ax}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \perp \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p9}} I \quad \frac{\text{h12} : \Delta 13 \vdash \Delta 14}{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash \Delta 14, \perp} \perp_R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p9} \quad iI
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \text{F15} \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 8, \text{p9}, \perp, \Delta 14} I \quad \frac{\text{h12} : \Delta 13 \vdash \Delta 14, \text{F15}}{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash (\perp, \Delta 14), \text{F15}} \perp_R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \perp, \Delta 14, \Delta 8, \text{p9} \quad iI
\end{array}$$

Cases  $I - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h11}\bullet : \Delta 10, \text{p14} \vdash \Delta 8, \text{p14}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \text{p14}, \top, \Delta 13} I \quad \frac{\text{h11}\bullet : \Delta 12 \vdash (\top, \Delta 13), \text{p14}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8, \text{p14}} \top_R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 12 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8, \text{p14} \quad \top_R
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \top \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p9}} I \quad \frac{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash \Delta 14, \top}{\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p9}} \top_R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p9} \quad iI
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h12}\bullet : (\Delta 10, \text{p9}), \text{F15} \vdash \Delta 8, \text{p9}}{\vdash : \Delta 13, \Delta 10, \text{p9} \vdash \Delta 8, \text{p9}, \top, \Delta 14} I \quad \frac{\text{h12}\bullet : \Delta 13 \vdash (\top, \Delta 14), \text{F15}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \top, \Delta 14, \Delta 8, \text{p9}} \top_R \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 13, \text{p9} \vdash \top, \Delta 14, \Delta 8, \text{p9} \quad \top_R
\end{array}$$

Cases  $I - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{h11}\bullet : \Delta 10, \text{p15} \vdash \Delta 8, \text{p15}}{\vdash : \Delta 10, \Delta 16, \text{F12} \rightarrow \text{F13} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p15}} I \quad \frac{\text{h11} : \Delta 16 \vdash \Delta 14, \text{F12}, \text{p15} \quad \text{h11} : \Delta 16, \text{F13} \vdash \Delta 14, \text{p15}}{\text{h11}\bullet : \Delta 16, \text{F12} \rightarrow \text{F13} \vdash \Delta 14, \text{p15}} \rightarrow_L \\
\text{Cut} \\
\rightarrow \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 16, \text{F12} \rightarrow \text{F13} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p15} \quad \text{ax} \\
\vdash : \Delta 10, \Delta 16, \text{F12} \rightarrow \text{F13} \vdash \Delta 14, \Delta 8, \text{p15} \quad \rightarrow_L
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F16 \vdash \Delta 8, p9} I \quad \frac{h12 : \Delta 17 \vdash \Delta 15, F13, F16 \quad h12 : \Delta 17, F14 \vdash \Delta 15, F16}{h12\bullet : \Delta 17, F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 15, F16} \rightarrow L \\
\frac{}{- : \Delta 10, p9, \Delta 17, F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 15, \Delta 8, p9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 17, p9, F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 15, \Delta 8, p9} iI
\end{array}$$

Cases  $I - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11\bullet : \Delta 10, p15 \vdash \Delta 8, p15} I \quad \frac{h11 : \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, p15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, p15} \wedge L \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} ax \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} \wedge L \\
\\
\frac{}{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F16 \vdash \Delta 8, p9} I \quad \frac{h12 : \Delta 17, F13, F14 \vdash \Delta 15, F16}{h12\bullet : \Delta 17, F13 \wedge F14 \vdash \Delta 15, F16} \wedge L \\
\frac{}{- : \Delta 10, p9, \Delta 17, F13 \wedge F14 \vdash \Delta 15, \Delta 8, p9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 17, p9, F13 \wedge F14 \vdash \Delta 15, \Delta 8, p9} iI
\end{array}$$

Cases  $I - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11\bullet : \Delta 10, p15 \vdash \Delta 8, p15} I \quad \frac{h11 : \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, p15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, p15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, p15} \vee L \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} ax \quad \frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} ax \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8, p15} \vee L \\
\\
\frac{}{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F16 \vdash \Delta 8, p9} I \quad \frac{h12 : \Delta 17, F13 \vdash \Delta 15, F16 \quad h12 : \Delta 17, F14 \vdash \Delta 15, F16}{h12\bullet : \Delta 17, F13 \vee F14 \vdash \Delta 15, F16} \vee L \\
\frac{}{- : \Delta 10, p9, \Delta 17, F13 \vee F14 \vdash \Delta 15, \Delta 8, p9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 17, p9, F13 \vee F14 \vdash \Delta 15, \Delta 8, p9} iI
\end{array}$$

Cases  $I - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11\bullet : \Delta 10, p13 \vdash \Delta 8, p13} I \quad \frac{}{h11\bullet : \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 12, p13} \perp L \\
\frac{}{- : \Delta 10, \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 10, \Delta 14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13} \perp L \\
\\
\frac{}{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F14 \vdash \Delta 8, p9} I \quad \frac{}{h12\bullet : \perp, \Delta 15 \vdash \Delta 13, F14} \perp L \\
\frac{}{- : \Delta 10, p9, \perp, \Delta 15 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \perp, \Delta 10, \Delta 15, p9 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p9} \perp L
\end{array}$$

Cases  $I - I$

$$\begin{array}{c}
\frac{}{h11\bullet : \Delta 10, p13 \vdash \Delta 8, p13} I \quad \frac{}{h11\bullet : \Delta 15, p14 \vdash (\Delta 12, p14), p13} I \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 15, p14 \vdash \Delta 8, p13, \Delta 12, p14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 15, p14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13, p14} iI \\
\\
\frac{}{h11\bullet : \Delta 10, p13 \vdash \Delta 8, p13} I \quad \frac{}{h11\bullet : \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, p13} I \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13} iI \\
\\
\frac{}{h12\bullet : (\Delta 10, p9), F14 \vdash \Delta 8, p9} I \quad \frac{}{h12\bullet : \Delta 16, p15 \vdash (\Delta 13, p15), F14} I \\
\frac{}{- : \Delta 10, p9, \Delta 16, p15 \vdash \Delta 8, p9, \Delta 13, p15} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 16, p15, p9 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p15, p9} iI \\
\\
\frac{}{h12\bullet : (\Delta 10, p9), p14 \vdash \Delta 8, p9} I \quad \frac{}{h12\bullet : \Delta 15, p14 \vdash \Delta 13, p14} I \\
\frac{}{- : \Delta 10, p9, \Delta 15, p14 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p9} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{}{- : \Delta 10, \Delta 15, p14, p9 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p9} iI
\end{array}$$

Cases  $I - \top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 \bullet : \Delta 10, p13 \vdash \Delta 8, p13}{- : \Delta 10, \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13} I \quad \frac{h11 : \Delta 14 \vdash \Delta 12, p13}{h11 \bullet : \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, p13} \top_L}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \top, \Delta 10, \Delta 14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p13} \text{ax} \\
\\
\frac{\frac{h12 \bullet : (\Delta 10, p9), F14 \vdash \Delta 8, p9}{- : \Delta 10, p9, \top, \Delta 15 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p9} I \quad \frac{h12 : \Delta 15 \vdash \Delta 13, F14}{h12 \bullet : \top, \Delta 15 \vdash \Delta 13, F14} \top_L}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \top, \Delta 10, \Delta 15, p9 \vdash \Delta 13, \Delta 8, p9} \text{if}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \rightarrow_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h10 : \Delta 11, F12 \vdash \top, \Delta 14, F13}{h10 \bullet : \Delta 11 \vdash (\Delta 14, F12 \rightarrow F13), \top} \rightarrow_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 14, F12 \rightarrow F13} \text{ax} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F16 \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \rightarrow F14), F16} \rightarrow_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \text{ax} \\
\frac{\frac{}{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{h11 : \top, \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11 \bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F16, F13 \rightarrow F14} \text{ax}}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8, F13 \rightarrow F14} \text{hCut} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \rightarrow_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15} \text{ax} \\
\frac{\frac{}{h11 : \Delta 9, F13 \rightarrow F14 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{h11 : \top, \Delta 12, F13 \vdash \Delta 15, F14}{h11 \bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \rightarrow F14} \text{ax}}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \wedge_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h10 : \Delta 11 \vdash \top, \Delta 14, F12 \quad h10 : \Delta 11 \vdash \top, \Delta 14, F13}{h10 \bullet : \Delta 11 \vdash (\Delta 14, F12 \wedge F13), \top} \wedge_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 14, F12 \wedge F13} \text{ax} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F16 \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F16 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14, F16}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \wedge F14), F16} \wedge_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{ax} \\
\frac{\frac{}{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{h11 : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F16}{h11 \bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F16, F13 \wedge F14} \text{ax}}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8, F13 \wedge F14} \text{hCut} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \wedge F14 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F13 \wedge F14 \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \quad h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F14}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \wedge F14} \wedge_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15} \text{ax} \\
\frac{\frac{}{h11 : \Delta 9, F13 \wedge F14 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{h11 : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13}{h11 \bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \wedge F14} \text{ax}}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8} \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \vee_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h10 : \Delta 11 \vdash \top, \Delta 14, F12, F13}{h10 \bullet : \Delta 11 \vdash (\Delta 14, F12 \vee F13), \top} \vee_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 14, F12 \vee F13} \text{ax} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F16 \vdash \Delta 8} \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14, F16}{h11 \bullet : \Delta 12 \vdash (\Delta 15, F13 \vee F14), F16} \vee_R}{\rightarrow} \text{Cut} \\
\frac{}{- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15, F13 \vee F14} \text{ax} \\
\frac{\frac{}{h11 : \Delta 9, F16 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{h11 : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14, F16}{h11 \bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F16, F13 \vee F14} \text{ax}}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8, F13 \vee F14} \text{hCut}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vee F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : (\top, \Delta 9), F13 \vee F14 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \vee F14} \quad \vee_R \\
\hline
- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 15 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
\frac{h11 : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13, F14}{h11\bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 15, F13 \vee F14} \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vee F14 \vdash \Delta 8}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 15, \Delta 8} \quad \text{ax} \quad \vee_R \quad \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \perp_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10\bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h10 : \Delta 11 \vdash \top, \Delta 12}{h10\bullet : \Delta 11 \vdash (\perp, \Delta 12), \top} \quad \perp_R \\
\hline
- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \perp, \Delta 12 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 12, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, \perp \vdash \Delta 8}{h11\bullet : (\top, \Delta 9), \perp \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \perp} \quad \perp_R \\
\hline
- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 13 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : (\top, \Delta 9), F14 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 12 \vdash \Delta 13, F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\perp, \Delta 13), F14} \quad \perp_R \\
\hline
- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \perp, \Delta 13 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
\frac{h11 : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 13, F14}{h11\bullet : \top, \Delta 12 \vdash \perp, \Delta 13, F14} \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, F14 \vdash \Delta 8}{- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \perp, \Delta 13, \Delta 8} \quad \text{ax} \quad \perp_R \quad \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \top_R$

$$\begin{array}{c}
\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10\bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h10\bullet : \Delta 11 \vdash \Delta 12, \top}{h10\bullet : \Delta 11 \vdash \Delta 12, \top} \quad \top_R \\
\hline
- : \Delta 9, \Delta 11 \vdash \Delta 8, \Delta 12 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \Delta 11, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8}{h11\bullet : (\top, \Delta 9), \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash \Delta 13, \top} \quad \top_R \\
\hline
- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \Delta 13 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, F14 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : (\top, \Delta 9), F14 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\top, \Delta 13), F14}{h11\bullet : \Delta 12 \vdash (\top, \Delta 13), F14} \quad \top_R \\
\hline
- : \Delta 12, \top, \Delta 9 \vdash \Delta 8, \top, \Delta 13 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \top, \Delta 13, \Delta 8 \quad \top_R
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \rightarrow_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10\bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h10 : \Delta 14 \vdash \top, \Delta 13, F11 \quad h10 : \Delta 14, F12 \vdash \top, \Delta 13}{h10\bullet : \Delta 14, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 13, \top} \quad \rightarrow_L \\
\hline
- : \Delta 9, \Delta 14, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \Delta 14, \Delta 9, F11 \rightarrow F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11\bullet : (\top, \Delta 9), F15 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 : \Delta 16 \vdash \Delta 14, F12, F15 \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11\bullet : \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, F15} \quad \rightarrow_L \\
\hline
- : \top, \Delta 9, \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
\frac{h11 : \top, \Delta 16 \vdash \Delta 14, F12, F15}{h11\bullet : \top, \Delta 16, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, F15} \quad \text{ax} \\
\hline
\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{- : \top, \Delta 16, \Delta 9, F12 \rightarrow F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8} \quad \text{ax} \quad \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \wedge_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10\bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h10 : \Delta 14, F11, F12 \vdash \top, \Delta 13}{h10\bullet : \Delta 14, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 13, \top} \quad \wedge_L \\
\hline
- : \Delta 9, \Delta 14, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13 \quad \text{Cut} \\
\hline
\rightarrow \\
- : \Delta 14, \Delta 9, F11 \wedge F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \quad \text{ax}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F15 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, F15} \quad \wedge_L}{- : \top, \Delta 9, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \top, \Delta 16, F12, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \top, \Delta 16, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, F15} \text{ax}}{- : \top, \Delta 16, \Delta 9, F12 \wedge F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8} \wedge_L \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \vee_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 14, F11 \vdash \top, \Delta 13}{h10 \bullet : \Delta 14, F11 \vee F12 \vdash \Delta 13, \top} \quad h10 : \Delta 14, F12 \vdash \top, \Delta 13}{- : \Delta 9, \Delta 14, F11 \vee F12 \vdash \Delta 8, \Delta 13} \vee_L \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \Delta 14, \Delta 9, F11 \vee F12 \vdash \Delta 13, \Delta 8 \text{ ax} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F15 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, F15} \quad h11 : \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{- : \top, \Delta 9, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 8, \Delta 14} \vee_L \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8}{h11 : \Delta 9, F15 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \top, \Delta 16, F12 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \top, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, F15} \text{ax} \quad \frac{h11 : \top, \Delta 16, F13 \vdash \Delta 14, F15}{h11 \bullet : \top, \Delta 16, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, F15} \text{ax}}{- : \top, \Delta 16, \Delta 9, F12 \vee F13 \vdash \Delta 14, \Delta 8} \vee_L \text{hCut}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \perp_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h10 \bullet : \perp, \Delta 12 \vdash \Delta 11, \top}{- : \Delta 9, \perp, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \Delta 11} \quad \perp_L \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \perp, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 11, \Delta 8 \quad \perp_L \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F13 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 \bullet : \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}{- : \top, \Delta 9, \perp, \Delta 14 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \quad \perp_L \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \perp, \top, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8 \quad \perp_L
\end{array}$$

Cases  $\top_L - I$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h10 \bullet : \Delta 13, p12 \vdash (\Delta 11, p12), \top}{- : \Delta 9, \Delta 13, p12 \vdash \Delta 8, \Delta 11, p12} \quad I \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \Delta 13, \Delta 9, p12 \vdash \Delta 11, \Delta 8, p12 \quad iI \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F13 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 \bullet : \Delta 15, p14 \vdash (\Delta 12, p14), F13}{- : \top, \Delta 9, \Delta 15, p14 \vdash \Delta 8, \Delta 12, p14} \quad I \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \top, \Delta 15, \Delta 9, p14 \vdash \Delta 12, \Delta 8, p14 \quad iI \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, p13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), p13 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{h11 \bullet : \Delta 14, p13 \vdash \Delta 12, p13}{- : \top, \Delta 9, \Delta 14, p13 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \quad I \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \top, \Delta 14, \Delta 9, p13 \vdash \Delta 12, \Delta 8 \quad \text{ax}
\end{array}$$

Cases  $\top_L - \top_L$

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{h10 : \Delta 9 \vdash \Delta 8}{h10 \bullet : \Delta 9, \top \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{\frac{h10 : \Delta 12 \vdash \top, \Delta 11}{h10 \bullet : \top, \Delta 12 \vdash \Delta 11, \top} \quad \top_L}{- : \Delta 9, \top, \Delta 12 \vdash \Delta 8, \Delta 11} \quad \top_L \text{Cut} \\
\rightarrow \\
- : \top, \Delta 12, \Delta 9 \vdash \Delta 11, \Delta 8 \quad \text{ax} \\
\\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 \bullet : (\top, \Delta 9), F13 \vdash \Delta 8} \quad \top_L \quad \frac{\frac{h11 : \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}{h11 \bullet : \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13} \quad \top_L}{- : \top, \Delta 9, \top, \Delta 14 \vdash \Delta 8, \Delta 12} \quad \top_L \text{Cut} \\
\rightarrow \\
\frac{\frac{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8}{h11 : \Delta 9, F13 \vdash \Delta 8} \text{ax} \quad \frac{\frac{h11 : \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13}{h11 \bullet : \top, \top, \Delta 14 \vdash \Delta 12, F13} \quad \top_L}{- : \top, \top, \Delta 14, \Delta 9 \vdash \Delta 12, \Delta 8} \quad \top_L \text{hCut}
\end{array}$$