M342 Álgebra Computacional

Christian Lomp

FCUP

12 de setembro de 2011

2. Tipos de dados

2.1 Representação de número nos computador e limitações

Representação *b*-ária

Seja b um número positivo. Qualquer número positvo $x \in \mathbb{Z}$ tem uma representação única:

$$x = (-1)^s a_0 + a_1 b + a_2 b^2 + a_3 b_3 + \cdots a_n b^n$$

onde $a_i \in \{0, 1, \ldots, b-1\}$ e $s \in \{0, 1\}$.

2.

2.1 Representação de número nos computador e limitações

O tipo *unsigned int* pode representar números entre 0 e $2^{32} - 1$.

Representação 2^{32}-ária

Identificamos um tuple $x = (s, v)$ onde $s \in \{0, 1\}$
$v = \mathrm{vector}(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ onde $0 \leq a_i < 2^{32}$ com o número

$$(-1)^s a_0 + a_1 2^{32} + a_2 2^{64} + a_3 2^{96} + \cdots a_n 2^{32n}$$

2.

2.1 Representação de inteiros no computador

Um exemplo:

```
#include <vector>

class inteiros {

  int s;
  vector<int> v;

  inteiros (int sign, vector<int> coeficents)
  {
    s = sign;
    v = coeficents;
  }
}
```

2.

Adição de inteiros

Input: inteiros $x = (s, (a_0, \dots, a_n))$, $y = (s, (b_0, \dots, b_n))$
Output: inteiro $z = (s, (c_0, \dots, c_{n+1}))$ tal que $z = x + y$.

$\gamma \leftarrow 0$
for $i = 0, \dots, n$ **do**
  $c_i \leftarrow a_i + b_i + \gamma$
  if $c_i \geq 2^{32}$ **then**
    $c_i \leftarrow c_i - 2^{32}$
    $\gamma \leftarrow 1$
  else
    $\gamma \leftarrow 0$
  end if
end for
$c_{n+1} \leftarrow \gamma$

Exemplo

$$x = (0, (2^{32} - 1, 1)) \quad ; \quad 2^{32} - 1 + 2^{32} = 858993458$$
$$y = (0, (2^{32} - 2, 2^{32} - 1)) \quad ; \quad 2^{32} - 2 + (2^{32} - 1) * 2^{32} = 18446744073709551614.$$

i	c_i	γ	
0	$2^{32} - 3$	$\gamma \leftarrow 1$	pois $2^{32} - 1 + 2^{32} - 2 \geq 2^{32}$
1	1	$\gamma \leftarrow 1$	pois $1 + 2^{32} - 1 + 1 \geq 2^{32}$
2	1		

Logo $x + y = (0, (2^{32} - 3, 1, 1))$ e

$$2^{32} - 3 + 2^{32} + 2^{64} = (2^{32} - 1 + 2^{32}) + (2^{64} - 2) = 18446744074568544072.$$

2.

Comparar inteiros

Igualdade

Dois inteiros $x = (s, (a_0, \ldots, a_n))$ e $y = (s, (b_0, \ldots, b_m))$ são iguais se

$$s = t \qquad n = m \qquad a_i = b_i \ \forall 0 \leq i \leq n.$$

2.

Comparar inteiros

Ordem

O inteiro $x = (s, (a_0, \ldots, a_n))$ e menor do que $y = (s, (b_0, \ldots, b_m))$ se e só se

$s < t$ ou

$(s = t) \wedge (n < m)$ ou

$(s = t) \wedge (n = m) \wedge \exists 0 \leq i \leq n : a_i < b_i \wedge \forall i < j \leq n : a_j = b_j$.

Input: inteiros $x = (s, (a_0, \ldots, a_n))$, $y = (s, (b_0, \ldots, b_n))$
Output: **TRUE** se $x = y$ e $\mathbf{FALSE}$ senão.

```
if s == t&&n == m then
    for i = 0, ..., n do
        if a_i != b_i then
            return FALSE
        end if
    end for
else
    return FALSE
end if
return TRUE
```