

## Exercícios de Álgebra Computacional (M342)

### 8. Algoritmo de divisão

1. Calcule o resto da divisão de  $f$  por  $F$  com a ordem monomial indicado:

- (a)  $f = x^7y^2 + x^3y^2 - y + 1$ ,  $F = (xy^2 - x, x - y^3)$ ,  $>_{\text{lex}}$  com  $x > y$
- (b)  $f = x^7y^2 + x^3y^2 - y + 1$ ,  $F = (x - y^3, xy^2 - x)$ ,  $>_{\text{lex}}$  com  $x > y$
- (c)  $f = x^7y^2 + x^3y^2 - y + 1$ ,  $F = (xy^2 - x, x - y^3)$ ,  $>_{\text{grlex}}$  com  $x > y$
- (d)  $f = x^7y^2 + x^3y^2 - y + 1$ ,  $F = (x - y^3, xy^2 - x)$ ,  $>_{\text{grlex}}$  com  $x > y$
- (e)  $f = xy^2z^2 + xy - yz$ ,  $F = (x - y^2, y - z^3, z^2 - 1)$ ,  $>_{\text{lex}}$  com  $x > y > z$
- (f)  $f = xy^2z^2 + xy - yz$ ,  $F = (y - z^3, z^2 - 1, x - y^2)$ ,  $>_{\text{lex}}$  com  $x > y > z$
- (g)  $f = xy^2z^2 + xy - yz$ ,  $F = (z^2 - 1, x - y^2, y - z^3)$ ,  $>_{\text{lex}}$  com  $x > y > z$

2. Sejam  $f_1 = x^2y - z$ ,  $f_2 = xy - 1$  e  $f = x^3 - x^2y - x^2z + x$ .

- (a) Calcule  $r_1$ , o resto da divisão de  $f$  por  $F = (f_1, f_2)$  utilizando a ordem  $lex$ .
- (b) Calcule  $r_2$ , o resto da divisão de  $f$  por  $F = (f_2, f_1)$  utilizando a ordem  $lex$ .
- (c) Seja  $r = r_1 - r_2$ . Determine se  $r \in I = \langle f_1, f_2 \rangle$ .
- (d) Sem calculo determine o resto da divisão de  $r$  por  $F = (f_1, f_2)$ .

3. Sejam  $V = V(y - x^2, z - x^3)$  e  $h = z^2 - x^4y$ .

- (a) Mostre que  $h(a, b, c) = 0$  para todo ponto  $(a, b, c) \in V$ .
- (b) Utilizando uma ordem monomial adequada e divisão de  $h$  por  $F = (y - x^2, z - x^3)$  para mostrar que  $h \in \langle y - x^2, z - x^3 \rangle$ .