Disciplina: EMC410077 - Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional I
Prof. Rafael F. L. de Cerqueira (rafael.cerqueira@ufsc.br)

Lista de exercícios 2

Data de entrega: 11 de Novembro de 2024

Exercício 1

Resolva os problemas **3.3, 3.4, 3.6, 3.8, 3.9, 3.10, 3.16 e 3.18** de Maliska (2004).

Exercício 2

A utilização de volumes fictícios, apesar da maior exigência no armazenamento das variáveis, permite uma generalização na aplicação dos condições de contorno.

Para um exemplo unidimensional a partir da seguinte equação:

$$A\phi_f + A\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_f = C$$

em que A, B e C são constantes e o subscrito f representa o valor na face.

a) Mostre que para um volume localizado na fronteira direita com, é possível encontrar a seguinte expressão,

$$\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{\Delta x}\right)\phi_P = \left(-\frac{A}{2} + \frac{B}{\Delta x}\right)\phi_W + C$$

Admita que o espaçamento entre o volume localizado em P e seu vizinho, o volume W, é igual a Δx.

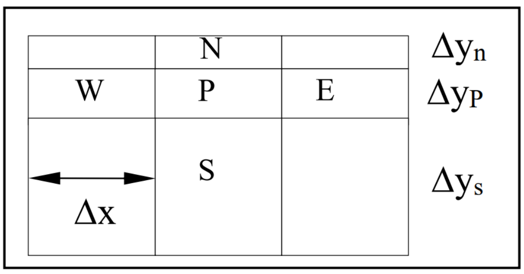
b) Determine as constantes A, B e C, para as condições de contorno de:
   i. Valor prescrito;
   ii. Fluxo prescrito;
   iii. Convecção forçada.

Exercício 3

Resolva o problema de condução 1D em regime permanente ($d^2T/dx2 = 0$) considerado uma distribuição inicial de temperatura $T(x) = sin(\pi x) + 0,1sin(N\pi x)$, onde N é o número de volumes da malha. Considere malhas de 5, 31 e 101 volumes, resolvendo pelo método de Gauss-Seidel. Plote em todos os casos, a distribuição inicial de $T(x)$ juntamente com a solução obtida para cada malha após 5 iterações. Note que os erros de alta frequência são difíceis de diminuem mais lentamente, o que dificulta o uso de métodos iterativos ponto a ponto em malhas finas.

Exercício 4

Considerando o estêncil de malha ilustrado na figura, utilize diferenças centradas e um esquema totalmente implícito para discretizar a equação transiente de difusão pura em duas dimensões. Em seguida, calcule os coeficientes da matriz para as condições especificadas abaixo, mantendo $\Delta x = 1$ constante em todos os casos e assumindo difusividade e densidade unitárias:



a. $\Delta y_P = \Delta x$; $\Delta y_s = 10\Delta x$; $\Delta y_n = 0,5\Delta x$; $\Delta t = 0,5$ s

b. $\Delta y_P = \Delta x$; $\Delta y_s = 10\Delta x$; $\Delta y_n = 10\Delta x$; $\Delta t = 0,5$ s

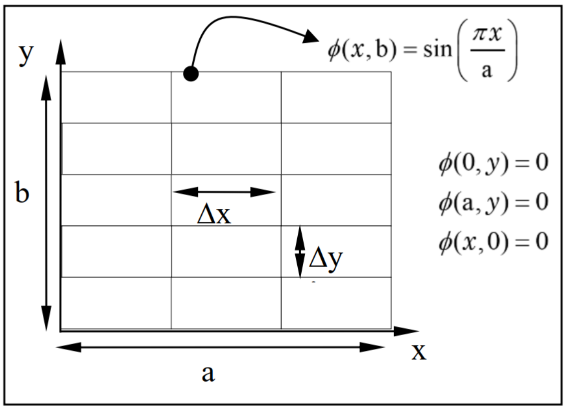
c. $\Delta y_P = \Delta x$; $\Delta y_s = 10\Delta x$; $\Delta y_n = 10\Delta x$; $\Delta t = 0,005$ s

d. $\Delta y_P = \Delta x$; $\Delta y_s = 0,1\Delta x$; $\Delta y_n = 0,1\Delta x$; $\Delta t = 0,5$ s

Escreva os coeficientes obtidos em uma tabela comparativa. Comente sobre a anisotropia e dominância da matriz.

Exercício 5

Discretize a equação da difusão em duas dimensões, em regime permanente, em uma malha de 20×20 volumes, com espaçamentos distintos nas direções vertical e horizontal, para o problema mostrado na figura. Considere uma difusividade unitária ($\Gamma = 1$).



a) Método de Gauss-Seidel

Resolva o problema utilizando o método de Gauss-Seidel para os casos:

- $\Delta x/\Delta y = 1$
- $\Delta x/\Delta y = 10$

Mantenha o mesmo número de volumes em cada direção (ou seja, o tamanho do domínio deverá mudar). Considere uma estimativa inicial uniforme para o campo. Apresente o número de iterações necessárias para atingir um determinado nível de erro (definido da mesma forma para todos os casos).

b) Algoritmo TDMA

Resolva o problema utilizando o algoritmo TDMA, realizando varreduras nas direções vertical e horizontal, para cada valor de $\Delta x/\Delta y$ considerado. Observe que serão 4 casos no total. Apresente o número de iterações necessárias para atingir o mesmo nível de convergência.

Observação

Neste exercício, implemente um código organizado que sirva de base para exercícios futuros. Nos próximos exercícios, introduziremos a discretização dos termos convectivos e, posteriormente, a solução das equações de conservação de massa e quantidade de movimento (QM), incorporando um método de acoplamento pressão-velocidade.