Convecção

Lista de exercicios 5

Cristian Herledy Lopez Lara

Problema 7.12 livro texto

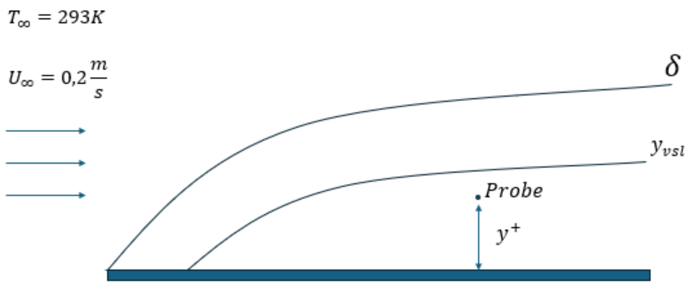

Figura 1: Escoamento da camada limite com sensor de medição em y^+

Desenvolvimento

A análise começa com a transformação das equações de conservação em equações médias temporais. Começamos com a transformação:

$$u = \overline{u} + u', \quad v = \overline{v} + v' \tag{1}$$

$$P = \overline{P} + P', \quad T = \overline{T} + T' \tag{2}$$

Onde com essas variáveis temos para massa, momento e energia

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

$$\overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \nu\nabla^2\overline{u} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{u'v'}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{u'w'}\right) \tag{4}$$

$$\overline{u}\frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial y} + \nu\nabla^2\overline{v} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{u'v'}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{v'v'}\right) \tag{5}$$

$$\overline{u}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{T}}{\partial y} = \alpha\nabla^2\overline{T} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{u'T'}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{v'T'}\right) \tag{6}$$

A partir dessas equações, por meio de várias simplificações do Capítulo 2 e suposições adicionais, serão fornecidas as equações que regem a camada limite. As equações de momento e energia em x para esta região são dadas por

$$\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{P}}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}-\rho u'v'\right) \tag{7}$$

$$\overline{u}\frac{\partial\overline{T}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}=\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}-\rho c_p v'T'\right) \tag{8}$$

Onde as novas expressões junto os termos difusivos estão relacionadas à tensão de cisalhamento turbulento e ao fluxo de calor, respectivamente.

$$-\rho u'v'=\rho\epsilon_M\frac{\partial\overline{u}}{\partial y} \tag{9}$$

$$-\rho c_p v'T'=\rho c_p\epsilon_H\frac{\partial\overline{T}}{\partial y} \tag{10}$$

Esses termos adicionais estão associados à tensão de cisalhamento e ao fluxo de calor aparentes. Com essas expressões, as equações de momento em x e energia serão

$$\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{P}}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[(\nu+\epsilon_M)\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}\right] \tag{11}$$

$$\overline{u}\frac{\partial\overline{T}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[(\alpha+\epsilon_H)\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}\right] \tag{12}$$

a) Partindo do termo adimensional da coordenada espacial vertical

$$y^+=\frac{yu_*}{\nu} \tag{13}$$

$$u_*=\left(\frac{\tau_0}{\rho}\right)^{1/2} \tag{14}$$

Onde $u*$ faz referencia a velocidade de atrito. A tensão de cisalhamento na parede é calculada com a expressão

$$\frac{\tau_0}{\rho U_\infty^2}=0.0296\left(\frac{U_\infty x}{\nu}\right)^{-1/5} \tag{15}$$

$$\tau_0=0.0296\left(\frac{0,2\frac{m}{s}\cdot 6m}{1,003x10^{-6}\frac{m^2}{s}}\right)^{-1/5}998\frac{Kg}{m^3}\cdot(0.2\frac{m}{s})^2=0,071Pa \tag{16}$$

$$u_*=\left(\frac{19,40\frac{Kg}{m^2s}}{998\frac{Kg}{m^3}}\right)^{1/2}=8,48x10^{-3}\frac{m}{s} \tag{17}$$

$$y=\frac{y^+\nu}{u_*}=\frac{(2.7)(1,003x10^{-6}\frac{m^2}{s})}{0.13\frac{m}{s}}=3,18x10^{-4}m=0,31mm \tag{18}$$

O número de Reynolds é da ordem de $1,2x10^6$, portanto é um escoamento turbulento. **b)** Para o cálculo da espessura da camada limite

$$\frac{\delta}{x} = 0.37\left(\frac{U_\infty x}{\nu}\right)^{-1/5} \tag{19}$$

$$\delta = 0.37\left(\frac{0,2\frac{m}{s}\cdot 6m}{1,003x10^{-6}\frac{m^2}{s}}\right)^{-1/5} \cdot 6m = 0,13m \tag{20}$$

c) Tomando o valor médio do número de Nusselt (eq. 7.78")

$$\overline{Nu_L} = 0.037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} \quad (Pr \geq 0.5) \tag{21}$$

$$\overline{Nu_L} = 0.037\left(\frac{0,2\frac{m}{s}\cdot 6m}{1,003x10^{-6}\frac{m^2}{s}}\right)^{4/5} 7,02^{1/3} \quad = 6320 \tag{22}$$

$$\overline{Nu_L} = \frac{\overline{h}L}{k} \tag{23}$$

$$\overline{h} = \frac{\overline{k}Nu_L}{L} = \frac{0,588\frac{W}{mK}6320}{6m} = 630\frac{W}{m^2K} \tag{24}$$

Problema 7.20 livro texto

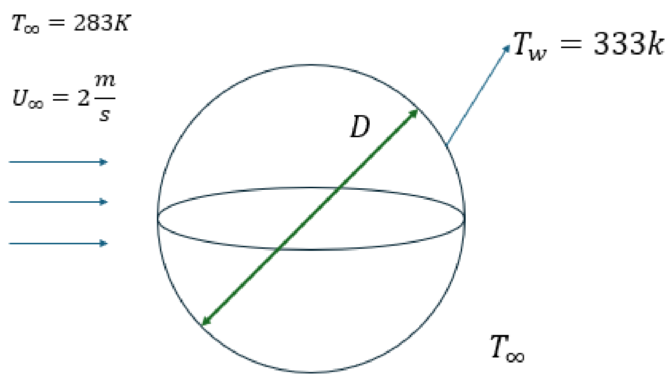

Figura 2: Esfera resfriada por escoamento de ar

Para este problema, serão consideradas as equações constitutivas do problema 7.12 (em coordenadas esféricas). Dadas as premissas das equações de conservação para o problema da camada limite, iniciaremos os cálculos a partir da definição do número de Reynolds.

$$Re_D = \frac{U_\infty D}{\nu} = \left(\frac{2\frac{m}{s}\cdot 0.06m}{1,426x10^{-5}\frac{m^2}{s}}\right) = 8415 \tag{25}$$

A correlação para o valor do número médio de Nusselt é dada pela correlação da equação 7.104, para a superfície do bulbo isotérmico e escoamento livre isotérmico

$$\overline{Nu_D} = 2 + \left(0.4Re_D^{1/2} + 0.06Re_D^{2/3}\right) Pr^{0.4} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)^{1/4} \tag{26}$$

$$\overline{Nu_D} = 2 + \left(0.4\left(\frac{2\frac{m}{s}\cdot 0.06m}{1,426x10^{-5}\frac{m^2}{s}}\right)^{1/2} + 0.06\left(\frac{2\frac{m}{s}\cdot 0.06m}{1,426x10^{-5}\frac{m^2}{s}}\right)^{2/3}\right) 0,73^{0.4}\left(\frac{1,778x10^{-5}\frac{m^2}{s}}{2,008x10^{-5}\frac{m^2}{s}}\right)^{1/4} \tag{27}$$

$$\overline{Nu_D} = \frac{\overline{h}D}{k} \tag{28}$$

$$\overline{h} = \frac{54,50(0,024\frac{W}{mK})}{0,06m} = 21.8\frac{W}{m^2}K \tag{29}$$

Calculando a taxa de transferência de calor por convecção

$$q = \overline{h}\Delta TA \tag{30}$$

$$q = 21.8\frac{W}{m^2}K\cdot 50K\cdot 0,011m^2 = 12,3W \tag{31}$$

Referências

[1] Adrian Bejan, Convection Heat Transfer. Durham, North Carolina, 3rd Edition, 2004.