Lista de Exercícios Nº 4

Exercício Nº 1

O deslocamento $d = x - x_o$ de uma partícula em um escoamento unidimensional é dado por $d = x_o \sin(t)$.

Encontre,

a) As coordenadas espaciais x em termos de x_o e t

b) As coordenadas materiais x_o em termos de x e t

c) A velocidade das partículas de fluido expressa em termos das coordenadas materiais

d) A velocidade das partículas expressa em termos das coordenadas espaciais

e) A aceleração em coordenadas materiais

f) A aceleração em coordenadas espaciais a partir da derivada da velocidade

g) Transforme o resultado de "f"para coordenadas materiais e compare com "e":

Exercício Nº 2

Considere que você está aguando plantas com uma mangueira de jardim. A vazão na mangueira é constante e para cobrir uma dada porção de plantas você oscila a extremidade da mangueira de um lado para outro em uma direção perpendicular ao eixo da mesma. Em virtude do movimento oscilatório, a água que sai da mangueira possui uma velocidade dada por, $\vec{u} = 2sen(t - y/4)\hat{i} + 4\hat{j}$

a) Determine a linha de corrente que passa pela origem em $t = 0$ e também a linha de corrente que passa pela origem em $t = \frac{\pi}{2}$.

b) Determine a trajetória da partícula que estava na origem em $t = 0$ e também da partícula que estava na origem em $t = \frac{\pi}{2}$.

c) Determine a linha de emissão que passa pela origem para um dado tempo t.

d) Esquematize as linhas de corrente, trajetórias e linhas de emissão dos itens anteriores.

Exercício Nº 3

Considere um escoamento cisalhante plano descrito pelo seguinte campo de velocidade,

$$\mathbf{u}(x, y) = y\hat{i} + x\hat{j}$$

a) Obtenha as trajetórias das partículas de fluido para este escoamento.

b) Considere quatro pontos materiais definidos pelos vértices de um quadrado cujas posições em $t = 0$ são: $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ e $(2, 2)$. Encontre a posição ocupada por estas mesmas quatro partículas em $t = 2$.

c) Mostre em um diagrama no plano x-y a posição ocupada pelas partículas nos dois tempos, $t = 0$ e $t = 2$. Observe o diagrama e veja porque este é um escoamento cisalhante.

d) Calcule e mostre que este é um escoamento rotacional.

e) Calcule o tensor taxa de deformação e o tensor vorticidade.

Exercício Nº 4

Determine a variação da temperatura no tempo observada por uma partícula que se desloca em um campo $T(x,y) = \text{a}y$, onde a é um parâmetro constante expresso em [K/m], ao longo de uma trajetória circular, centrada na origem, com velocidade tangencial igual a b [m/s]. Expresse o resultado em função dos parâmetros a e b, x e y e **também**, como função de R e θ, onde R é o raio da trajetória e θ é a coordenada azimutal de um sistema polar centrado na origem.

*Dica:*Esta questão busca, também uma familiarização com a tranformação de coordenadas. No caso de expressar em coordenadas cartesianas, procure, inicialmente, expressar as componentes velocidade como função do angulo do vetor posição com o eixo x, θ, e este angulo como função do raio, R=$\sqrt{x^2+y^2}$

Exercício Nº 5

a) Utilizando o teorema de Leibnitz, mostre que, se o escoamento for **isocórico**,

$$\frac{D\psi}{Dt} = \lim_{\delta V \to 0} \frac{1}{\delta V} \left[\int_{\delta V} \frac{\partial \psi}{\partial t} dV + \oint_{S_{\delta V}} \psi \vec{V} \cdot \hat{n} dA \right]$$

onde ψ é uma propriedade qualquer e $\vec{V}$ é o campo de velocidades do escoamento.

b) Mostre ainda, considerando que a massa de um ponto material é constante (independentemente do escoamento ser ou não isocórico) que,

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \lim_{\delta V \to 0} \frac{1}{\delta V} \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{\delta V} \rho \phi dV + \oint_{S_{\delta V}} \rho \phi \vec{V} \cdot \hat{n} dA \right]$$

onde ψ é uma propriedade extensiva qualquer por unidade de massa e $\vec{V}$ é o campo de velocidades do escoamento.