

Computer Animation and Special Effect HW3 Report

102062209 邱政凱

這次的作業要求我們實作的是 Inverse Kinematics。相較於上一次作業的 Forward Kinematics 是由給定的 pose 和 motion 檔來把角色的動作從檔案中的 Local Joint Space 映射到 Global 的 Cartecian Space，Inverse Kinematics 是藉由指定在場景中角色的某個點的新的 Cartecian Space 的位置，要我們算出相關的所有關節和骨頭在各自的 Joint Space 的變化。

Inverse Kinematics 實作的方式很多，一般可以分為 analytic method、Inverse-Jacobian、Optimization-based method、Example-based method。Analytic method 通常只適用於關節的結構非常簡單的時候，而 Optimization-based method 設計 Objective Function 可能會很有難度、Example-based method 需要大量的樣本資料，因此實際上我們要實作最好的選擇還是 Inverse-Jacobian 了。

Jacobian 的功用就是可以把所有關節的角速度映射到空間中的線性速度，然而如果用 analytical 的方式來算 Jacobian，關節一複雜就會很難計算，因此我們通常都採用 Geometric Approach 來計算 Jacobian。

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta t J^{-1}(\theta_k) V$$

算出 Jacobian 之後就可以用以上的式子算出每個 bone 在 Joint-space 的全新位置。Jacobian 裡面放的就是每個相關關節在 Joint-space 旋轉時映射到 End-Effector 的 Cartecian space 變量。而 Inverse Jacobian 就可以把 End-Effector 的 Cartecian space 變量映射到每個關節中的 Joint-space 變量。其中 V 就是你希望 End-Effector 在 Cartecian space 中變化的方向。(不過因為通常 Jacobian 不會是正方形矩陣，而且有可能有無法找到對應的映射關係，所以我們通常是用 Psuedo Inverse Jacobian 來做)。

我的實作方式就是先算出 motion 的 FK-Solution。一開始先從 End-Bone 開始，找出這個 Bone 上面 dof==1 的所有旋轉軸，用對應的 rotation matrix 把單位旋轉軸((1,0,0)、(0,1,0)、(0,0,1))從 local space 轉換到 global space，接著算出這個 Axis 和這個 bone 的 start_position 的位置和 end-effector 之間距離的 Cross-Product，並且將它放入 Jacobian 之中。對這個 Bone，把每個 dof==1 的旋轉軸都做一次之後，把當前的 Bone 設成原本 Bone 的 Parent Bone，然後重複以上過程直到做到 Start_bone 為止。

算出 Jcobian 之後，照助教提供的 Appendix 的方法使用 Eigen 就可以算出 pseudo Inverse- jacobian。接著我們把 destination(球球)的位置和 end-effector 的位置相減，可以算出我們希望 Cartecian space 的變量(V)，把這個差丟進 jacobiansvd.solve()就可以算出每個對應關節的所有旋轉軸的新的 Joint space 的

值。接著再次遍歷所有相關關節，然後把對應旋轉軸的新的 Joint space 位置帶入。最後就用 `SetJointSpatialPos()` 把 motion 檔用新算出來的值更新就完成了。

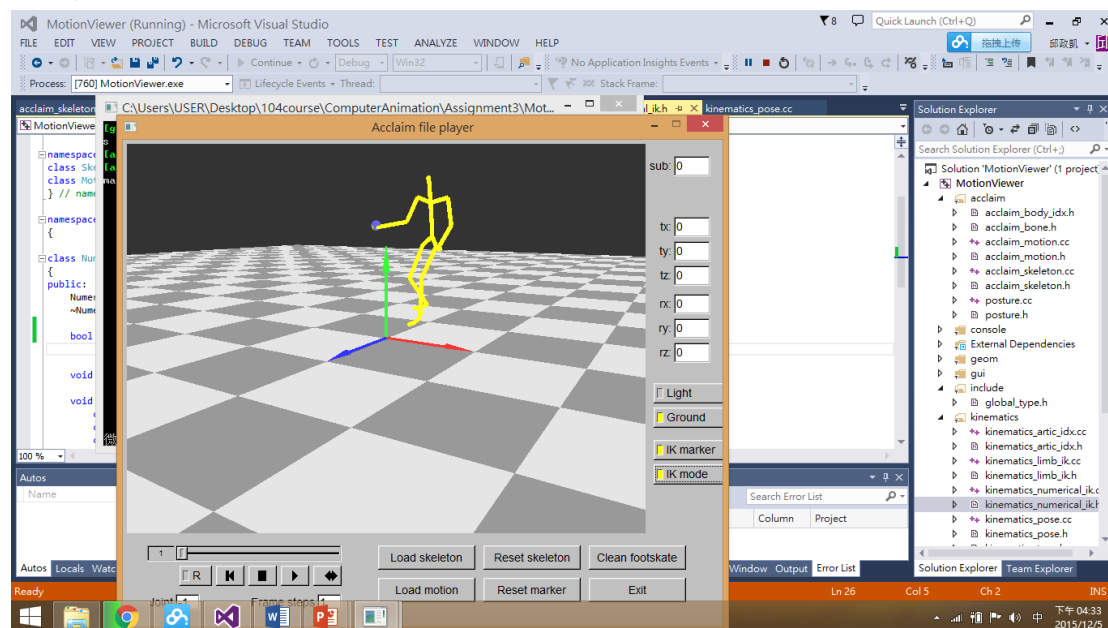
接著還有一些 RealTime 的 issue。因為如果只做到上面這樣的話執行速度其實不太理想，每次改變球的位置會有一點延遲。所以我用了一些 Trick 希望可以改善這樣的狀況。

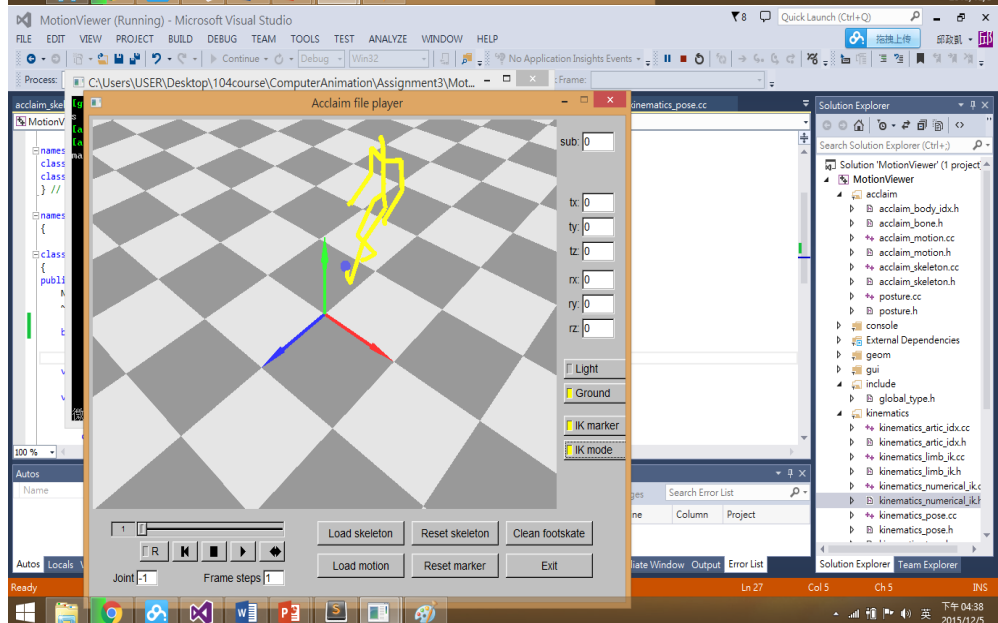
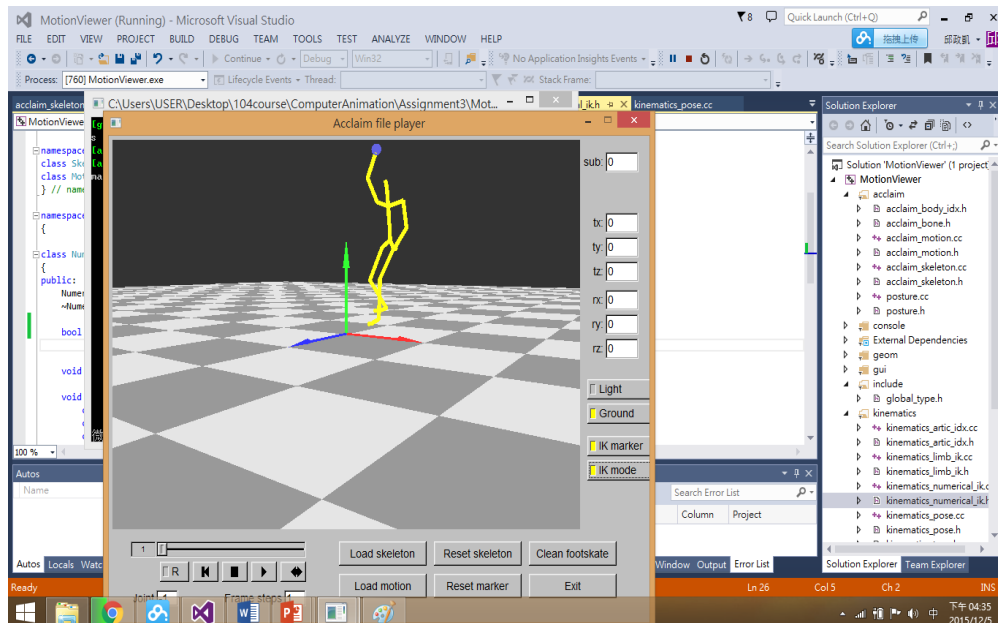
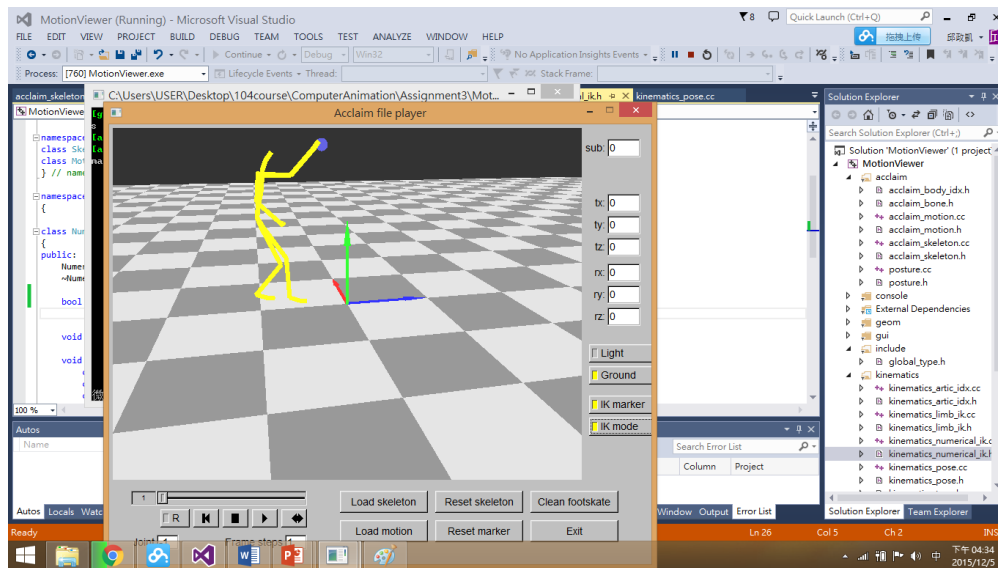
我的 RealTime IK 是可以開啟跟關閉的，助教只需要進到 `kinematics_numerical_ik.h` 裡面把 `isRealTime` 設成 `TRUE` 就可以看作加速的結果。一開始我是把 RealTime IK 關掉的。

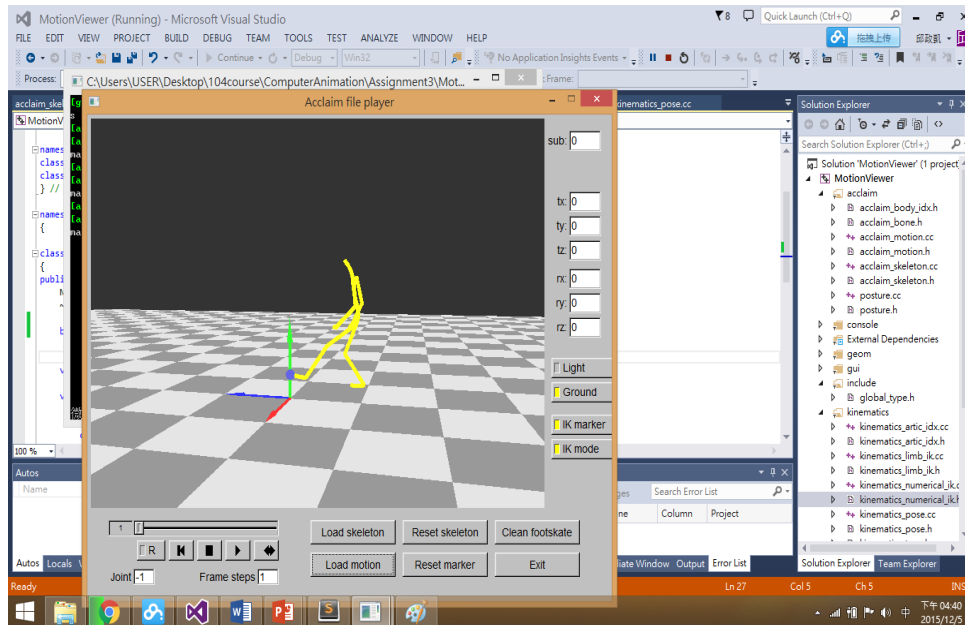
我的加速方法是每次計算出新的角度變化時，去算新的 end-effector 位置和 destination 的位置間的距離 A，以及新的 end-effector 的位置和舊的 end-effector 的位置間的距離 B。直接取用 A/B 當作一個 ratio，然後把一開始算出來的每個關節的 Joint Space 變化量乘上這個 ratio 後重新帶入，再次算出新的 motion。這樣子的加速方法有些利弊。利的地方在於速度會獲得很大的提升，弊的地方在於，這畢竟只是一種近似的方式，這樣算出來的結果通常不會是一次就讓 end effector 直接跑到 destination 的位置而有時候會跑超過，原因是因為都是用同樣的角速度去幫關節做旋轉，無法在 end-effector 靠近 destination 的過程中藉由不斷重複計算 psuedo inverse jacobian 來微調旋轉的過程，所以有時這個加速的 real time ik 的過程關節會在 destination 附近飛來飛去好幾次才穩定。(如果把 Real Time IK 關掉就不會有這種問題，旋轉的過程都會很滑順自然)

最後就是一些保護措施。每次計算 IK 時我都會先算 start_bone 的 start_position 的距離跟球的距離，如果此距離大於 start_bone 到 end_bone 之間全部 bone 加起來的長度的話就直接不去計算 ik 以免系統爛掉。

以下是一些結果的圖片：







結論而言，雖然整個 IK 過程中最麻煩的 Pseudo Inverse Jacobian 的計算可以直接用 Eigen 來完成，但是在這次的作業中還是體會到了處理 IK 會面臨到的許多問題。而畢竟 Psudo_Inverse_Jacobian 的解法算出來的只是可以達到指定 endEffector 線性速度的對應關節最小的角速度，而非“自然”的關節運動，所以如果在沒有加入 Constraint Term 的狀況下只能期望 User Input 不要太過奇怪，要不然 Inverse-Jacobian 不保證能夠算出自然的動作啊。