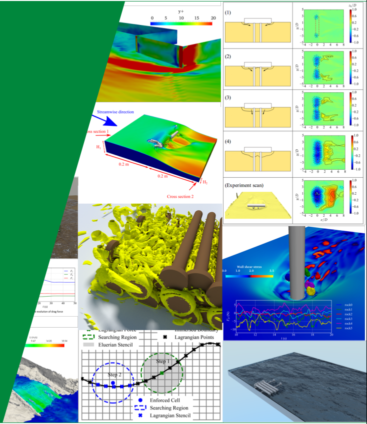
中国农业大学 流体机械与流体工程系

2024年春季《计算流体动力学编程实践》

第四章 NS方程求解



徐云成

🖂ycxu@cau.edu.cn

2024 年 2 月 27 日

速度、压力

非稳态三维不可压NS方程：

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \tag{2}$$

其中p与可压流体有所不同，已除密度ρ

- 4个未知量：$\mathbf{u}$（3个方向）和p
- 4个方程

- 压力与速度是耦合的
- 没有针对压力的控制方程
- 但要求压力解必须满足连续性方程
- NS方程的非线性来自于动量的对流 $\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u})$
- 直接求解困难，一般用迭代求解或者上一时刻值进行估计，例如

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) \approx \nabla \cdot (\mathbf{u}^{\mathbf{n}-1}\mathbf{u}^{\mathbf{n}})$$

速度、压力

非稳态三维不可压NS方程：

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{uu}) = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

其中p与可压流体有所不同，已除密度ρ

- 4个未知量：$\mathbf{u}$（3个方向）和p
- 4个方程

- 压力与速度是耦合的
- 没有针对压力的控制方程
- 但要求压力解必须满足连续性方程
- NS方程的非线性来自于动量的对流$\nabla \cdot (\mathbf{uu})$
- 直接求解困难，一般用迭代求解或者上一时刻值进行估计，例如

$$\nabla \cdot (\mathbf{uu}) \approx \nabla \cdot (\mathbf{u^{n-1}u^{n}})$$

压力方程的推导

NS方程的一种估计方法：

$$\frac{\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}}{\Delta t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^{n-1}\mathbf{u}^n) = -\nabla p^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n \tag{3}$$

- 但是我们不知道n时刻的压力p^n，也就是新的压力
- 针对这个问题，我们可以用连续性方程$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$来确定压力
- 换言之，压力的确定需要满足无散度条件(divergence free condition)的速度场
- 动量方程实际上是非稳态的带有源项的对流扩散方程，可离散成

$$a_P \mathbf{u}_P + \sum_N a_N \mathbf{u}_N = \mathbf{r} - \nabla p \tag{4}$$

可重写成

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{r} - \sum_N a_N \mathbf{u}_N - \nabla p \tag{5}$$

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p \tag{6}$$

- $\mathbf{H}(\mathbf{u})$在OpenFOAM® 中已定义
- $\mathbf{H}(\mathbf{u})$是指系数矩阵中非对角线部分和源项
- a_P是指系数矩阵中对角线部分

公式(6)两侧除以a_P可以得到

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla}{a_P} p \tag{7}$$

我们要让速度场$\mathbf{u}$满足无散度条件$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$，带入得到

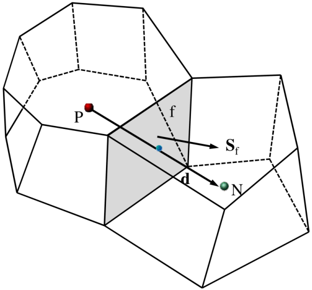
$$\nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \nabla p \right] = \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u}) \right] \tag{8}$$

这就是著名的压力泊松方程 Pressure Poisson Equation (PPE)

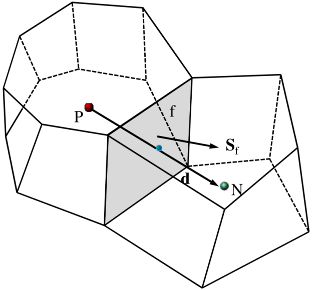
通量守恒-无散度速度场

- 泊松方程的解能保证速度场的无散度
- 那么在有限体积法中无散度(divergence free)到底有什么实际意义？
- 连续性方程可以离散为，其中$F = \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{u}_f$是面通量 face flux

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{u} dV = \int_{\mathbf{S}} \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = \sum_f \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{u}_f = \sum_f F = 0 \tag{9}$$



面通量



- 通量$F = \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{u}_f$的需要面上速度$\mathbf{u}_f$
- $\mathbf{u}_f$ 不能直接由相邻网格插值得到，因为这可能不满足divergence free
- 为确保质量守恒，通量F需要从泊松方程得到

通过泊松方程求面通量

- 首先对离散后泊松方程进行体积分

$$\int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \nabla p \right] dV = \int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u}) \right] dV$$

- 高斯定理得到面积分

$$\int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1} (\nabla p)_f \right] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = \int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})_f \right] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S}$$

- 整理得到

$$\int_{\mathbf{S}} \underbrace{\left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} (\nabla p)_f \right]}_{\mathbf{u}_f} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = 0$$

- 所以面通量 face flux

$$F = \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{u}_f = (a_P)^{-1} \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{S}_f \cdot (\nabla p)_f$$

通过泊松方程求面通量

- 首先对离散后泊松方程进行体积分

$$\int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \nabla p \right] dV = \int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u}) \right] dV$$

- 高斯定理得到面积分

$$\int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1} (\nabla p)_f \right] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = \int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})_f \right] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S}$$

- 整理得到

$$\int_{\mathbf{S}} \underbrace{\left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} (\nabla p)_f \right]}_{\mathbf{u}_f} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = 0$$

- 所以面通量 face flux

$$F = \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{u}_f = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

通过泊松方程求面通量

- 首先对离散后泊松方程进行体积分

$$\int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1}\nabla p\right] dV = \int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{u})\right] dV$$

- 高斯定理得到面积分

$$\int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1}(\nabla p)_f\right] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = \int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{u})_f\right] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S}$$

- 整理得到

$$\int_{\mathbf{S}} \underbrace{\left[(a_P)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1}(\nabla p)_f\right]}_{\mathbf{u}_f} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = 0$$

- 所以面通量 face flux

$$F = \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{u}_f = (a_P)^{-1}\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1}\mathbf{S}_f \cdot (\nabla p)_f$$

通过泊松方程求面通量

- 首先对离散后泊松方程进行体积分

$$\int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1}\nabla p\right] dV = \int_V \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{u})\right] dV$$

- 高斯定理得到面积分

$$\int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1}(\nabla p)_f\right] \cdot \mathbf{n}d\mathbf{S} = \int_{\mathbf{S}} \left[(a_P)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{u})_f\right] \cdot \mathbf{n}d\mathbf{S}$$

- 整理得到

$$\int_{\mathbf{S}} \underbrace{\left[(a_P)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1}(\nabla p)_f\right]}_{\mathbf{u}_f} \cdot \mathbf{n}d\mathbf{S} = 0$$

- 所以面通量 face flux

$$F = \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{u}_f = (a_P)^{-1}\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1}\mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

常用迭代求解算法

由压力泊松方程，我们可以引入2个NS方程中常用的迭代求解算法：

- SIMPLE
- PISO

SIMPLE 算法

- 这是求解稳态问题最早的压力-速度耦合算法
- Semi-Implicit Algorithm for Pressure-Linked Equations （英国帝国理工大学，Patankar and Spalding, 1972）

SIMPLE 算法

1. 估计压力场p^*（或者用上一迭代步的值）
2. 预测动量 Momentum predictor: 利用估计的压力求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

3. 压力修正 Pressure correction: 根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot [(a_P)^{-1} \nabla p] = \nabla \cdot [(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})]$$

4. 计算面通量

$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

5. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

6. 重复迭代直至收敛

SIMPLE 算法

1. 估计压力场p^*（或者用上一迭代步的值）
2. 预测动量 Momentum predictor: 利用估计的压力求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

3. 压力修正 Pressure correction: 根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot [(a_P)^{-1} \nabla p] = \nabla \cdot [(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})]$$

4. 计算面通量

$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

5. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

6. 重复迭代直至收敛

SIMPLE 算法

1. 估计压力场p^*（或者用上一迭代步的值）
2. 预测动量 Momentum predictor: 利用估计的压力求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

3. 压力修正 Pressure correction: 根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot [(a_P)^{-1} \nabla p] = \nabla \cdot [(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})]$$

4. 计算面通量

$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

5. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

6. 重复迭代直至收敛

SIMPLE 算法

1. 估计压力场p^*（或者用上一迭代步的值）
2. 预测动量 Momentum predictor: 利用估计的压力求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

3. 压力修正 Pressure correction: 根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \nabla p\right] = \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})\right]$$

4. 计算面通量

$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

5. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

6. 重复迭代直至收敛

SIMPLE 算法

1. 估计压力场p^*（或者用上一迭代步的值）
2. 预测动量 Momentum predictor: 利用估计的压力求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

3. 压力修正 Pressure correction: 根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \nabla p \right] = \nabla \cdot \left[(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u}) \right]$$

4. 计算面通量

$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

5. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

6. 重复迭代直至收敛

SIMPLE 算法

1. 估计压力场p^*（或者用上一迭代步的值）
2. 预测动量 Momentum predictor: 利用估计的压力求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

3. 压力修正 Pressure correction: 根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot [(a_P)^{-1} \nabla p] = \nabla \cdot [(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})]$$

4. 计算面通量

$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

5. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

6. 重复迭代直至收敛

亚松弛 under-relaxation

SIMPLE 算法的稳定性问题：

- 迭代算法总是期望得到收敛的速度和压力
- 但是，如果网格质量不好或者初始条件不好，计算有可能发散(diverge)
- 为提高收敛性，通常会使用亚松弛 under-relaxation

$$p^n = p^{n-1} + \alpha_P(p^{\text{predicted}} - p^{n-1})$$
$$\mathbf{u}^n = \mathbf{u}^{n-1} + \alpha_U(\mathbf{u}^{\text{predicted}} - \mathbf{u}^{n-1})$$

其中α_P 和α_U是松弛因子，通常小于1

亚松弛 under-relaxation

SIMPLE 算法的稳定性问题：

- 迭代算法总是期望得到收敛的速度和压力
- 但是，如果网格质量不好或者初始条件不好，计算有可能发散(diverge)
- 为提高收敛性，通常会使用亚松弛 under-relaxation

$$p^n = p^{n-1} + \alpha_P(p^{\text{predicted}} - p^{n-1})$$
$$\mathbf{u}^n = \mathbf{u}^{n-1} + \alpha_U(\mathbf{u}^{\text{predicted}} - \mathbf{u}^{n-1})$$

其中α_P 和α_U是松弛因子，通常小于1

亚松弛 under-relaxation

SIMPLE 算法的稳定性问题：

- 迭代算法总是期望得到收敛的速度和压力
- 但是，如果网格质量不好或者初始条件不好，计算有可能发散(diverge)
- 为提高收敛性，通常会使用亚松弛 under-relaxation

$$p^n = p^{n-1} + \alpha_P(p^{\text{predicted}} - p^{n-1})$$
$$\mathbf{u}^n = \mathbf{u}^{n-1} + \alpha_U(\mathbf{u}^{\text{predicted}} - \mathbf{u}^{n-1})$$

其中α_P 和α_U是松弛因子，通常小于1

亚松弛 under-relaxation

SIMPLE 算法的稳定性问题：

- 实际操作中，动量的亚松弛计算是隐性的，压力的亚松弛计算是显性的
- 在OpenFOAM® 中的`simpleFoam`:

  `UEqn.relax();`

  这一步隐性亚松弛计算实际上是：

$$\frac{a_P}{\alpha_U}\mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^* + \frac{1-\alpha_U}{\alpha_U} a_P \mathbf{u}_P^* \tag{10}$$

- 压力是进行显性亚松弛计算 `p.relax();`

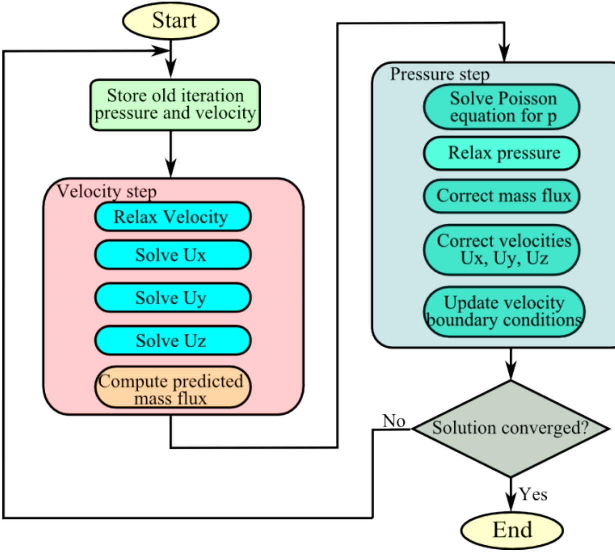
松弛因子–推荐值

- 一般选取原则

$$
\begin{aligned}
&0 < \alpha_P \leq 1 \\
&0 < \alpha_U \leq 1 \\
&\alpha_P + \alpha_U \approx 1 or 1.1
\end{aligned}
$$

- Patankar(1980)推荐：$\alpha_P = 0.5,\ \alpha_U = 0.8$
- OpenFOAM® 默认:$\alpha_P = 0.3,\ \alpha_U = 0.7$
- 最优松弛因子取决于具体网格质量，因问题而异
- 如果计算容易发散，其中一种选择是多试几组松弛因子

OpenFOAM® 中的SIMPLE算法



- 在调用函数`simple.loop(runTime)`时，同时运行了
  `storePrevIterFields();`
  这是用于存储上一迭代步的压力速度，用于求解亚松弛计算
- 定义速度方程

```
tmp<fvVectorMatrix> tUEqn
(
    fvm::div(phi, U)
  + MRF.DDt(U)
  + turbulence->divDevSigma(U)
 ==
    fvOptions(U)
);
```

tmp用于减小内存使用峰值

- 速度方程的亚松弛计算

```
UEqn.relax();
```

- 求解动量方程

```
    solve(UEqn == -fvc::grad(p));
```

- 计算系数a_P和U

```
volScalarField rAU(1.0/UEqn.A());
volVectorField HbyA(constrainHbyA(rAU*UEqn.H(), U, p));
```

- 计算由于$(a_P)^{-1}\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f$造成的部分面通量

```
surfaceScalarField phiHbyA("phiHbyA", fvc::flux(HbyA));
...
adjustPhi(phiHbyA, U, p);
```

- 定义并求解压力方程

```
fvScalarMatrix pEqn
(
    fvm::laplacian(rAtU(), p) == fvc::div(phiHbyA)
);

pEqn.setReference(pRefCell, pRefValue);

pEqn.solve();
```

- 通过增加压力梯度部分$(a_P)^{-1}\mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$来修正面通量

```
    phi = phiHbyA - pEqn.flux();
```

- 计算质量守恒误差/连续性误差

```
#include "continuityErrs.H"
```

- 对压力进行亚松弛计算，并进行速度修正 Momentum corrector

```
// Explicitly relax pressure for momentum corrector
p.relax();

// Momentum corrector
U = HbyA - rAtU()*fvc::grad(p);
U.correctBoundaryConditions();
```

- 检查是否满足收敛条件，该步骤在`simple.loop(runTime)`中进行

收敛性 convergence

SIMPLE算法中收敛是什么意思？

- 速度（三个方向）和压力在迭代时不再发生变化
- 收敛条件是在system/fvSolutions中定义

```
SIMPLE
{
    ...
    residualControl
    {
        p                1e-2;
        U                1e-3;
        "(k|epsilon|omega|f|v2)" 1e-3;
    }
}
```

- 注意：这里的收敛性和线性方程求解器的收敛性不同

PISO 算法

PISO: Pressure Implicit with Splitting of Operator (Issa, 1986)

- 回顾SIMPLE
  - 使用估计的压力场求解动量方程
  - 求解压力泊松方程以满足连续性要求
  - 但是得到的压力仍然不准确，因为压力泊松方程的右侧仍旧使用估计的速度
  - 这就是为什么需要进行迭代
- SIMPLE算法第一次压力修正后由两部分：
  - 物理部分，我们所需要的
  - 非物理部分，用于当前步满足连续性要求
- SIMPLE迭代的目的就是消除非物理意义部分，最终得到具有物理意义的解的收敛
- SIMPLE迭代中，动量方程和泊松方程是依次轮番求解，U和p需要分开进行亚松弛计算

PISO 算法

PISO的思想是固定动量方程迭代直至收敛，多进行几次压力修正迭代

- NS方程具有两种耦合：
  - 非线性$\mathbf{u}-\mathbf{u}$耦合，例如对流项
  - 线性$\mathbf{u}-p$耦合

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0$$

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+\nabla\cdot(\mathbf{u}\mathbf{u})=-\nabla p+\nu\nabla^2\mathbf{u}$$

- PISO基于以下假设：
  - 当库郎数（时间步长）很小时，$\mathbf{u}-p$耦合比非线性耦合更加强烈
- 因此对于一次动量预测，需要重复多次压力修正
- PISO可以看做是SIMPLE的一种拓展

PISO 算法

- 原始PISO算法是进行2次压力修正
- 实际上可以进行超过2次的压力修正，但无需进行太多次，因为动量方程不变
- 由于进行了多次压力修正，压力不需要进行亚松弛，但是速度仍需要亚松弛

OpenFOAM® 中的PISO算法

1. 预测动量 Momentum predictor：利用估计的压力（上一时间步长）求解动量方程

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p^*$$

2. 压力修正 Pressure correction：根据预测速度场计算新的压力

$$\nabla \cdot [(a_P)^{-1} \nabla p] = \nabla \cdot [(a_P)^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})]$$

3. 计算面通量

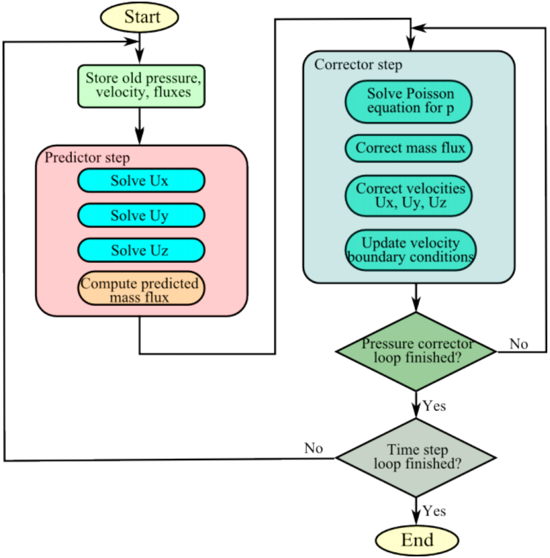
$$F = (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u})_f - (a_P)^{-1} \mathbf{s}_f \cdot (\nabla p)_f$$

4. 利用新计算压力修正速度场

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P}$$

5. 重复压力修正步骤，然后再进行新的时间步长

OpenFOAM® 中的PISO算法



pisoFoam

- 定义速度方程(增加了时间项`fvm::ddt(U)`)

```
fvVectorMatrix UEqn
(
    fvm::ddt(U) + fvm::div(phi, U)
  + MRF.DDt(U)
  + turbulence->divDevSigma(U)
 ==
    fvOptions(U)
);
```

pisoFoam


```
Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;

while (runTime.loop())
{
    Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;

    #include "CourantNo.H"

    // Pressure-velocity PISO corrector
    {
        #include "UEqn.H"

        // --- PISO loop
        while (piso.correct())
        {
            #include "pEqn.H"
        }
    }

    laminarTransport.correct();
    turbulence->correct();

    runTime.write();

    Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime() << " s"
        << "  ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime() << " s"
        << nl << endl;
}

Info<< "End\n" << endl;
```

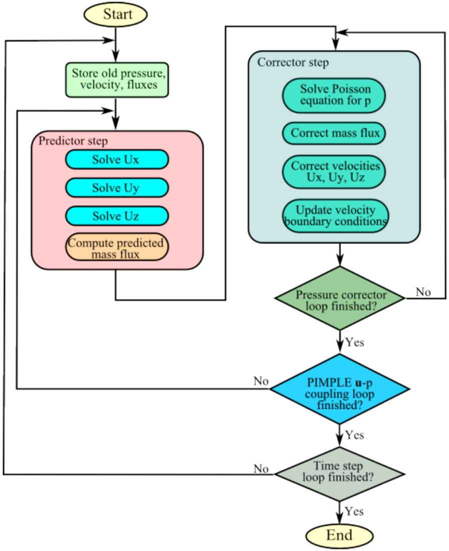
OpenFOAM® 中的PIMPLE算法

- PIMPLE: PISO-SIMPLE，大时间步长不可压流体求解器
- 拥有两个循环：内循环inner(PISO corrector)和外循环 outer corrector，以确保收敛性和更好的耦合
- `system/fvSolutions`

```
PIMPLE
{
    nOuterCorrectors    2;      //for outer corrector
    nCorrectors         1;      //for inner PISO corrector
    nNonOrthogonalCorrectors 0;
}
```

- 如果`nOuterCorrectors=1`，就相当于PISO模式

OpenFOAM® 中的PIMPLE算法



SIMPLE vs PISO vs PIMPLE


```
Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;

while (simple.loop(runTime))
{
    Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;

    // --- Pressure-velocity SIMPLE corrector
    {
        #include "UEqn.H"
        #include "pEqn.H"
    }

    laminarTransport.correct();
    turbulence->correct();

    runTime.write();

    Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime() << " s"
        << "  ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime() << " s"
        << nl << endl;
}

Info<< "End\n" << endl;
```

```
Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;

while (runTime.loop())
{
    Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;

    #include "CourantNo.H"

    // Pressure-velocity PISO corrector
    {
        #include "UEqn.H"

        // --- PISO loop
        while (piso.correct())
        {
            #include "pEqn.H"
        }
    }

    laminarTransport.correct();
    turbulence->correct();

    runTime.write();

    Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime() << " s"
        << "  ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime() << " s"
        << nl << endl;
}

Info<< "End\n" << endl;
```

```
Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;

while (pimple.run(runTime))
{
    #include "readDyMControls.H"

    if (LTS)
    {
        #include "setRDeltaT.H"
    }
    else
    {
        #include "CourantNo.H"
        #include "setDeltaT.H"
    }

    runTime++;

    Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;

    // --- Pressure-velocity PIMPLE corrector loop
    while (pimple.loop())
    {
        #include "UEqn.H"

        // --- Pressure corrector loop
        while (pimple.correct())
        {
            #include "pEqn.H"
        }

        if (pimple.turbCorr())
        {
            laminarTransport.correct();
            turbulence->correct();
        }
    }

    runTime.write();

    Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime() << " s"
        << "  ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime() << " s"
        << nl << endl;
}

Info<< "End\n" << endl;
```

Thank you.

欢迎私下交流，请勿私自上传网络，谢谢!