

文章编号: 1002-0446(2001) 06-0486-07

具有遍历特性的移动机器人规划方法的研究^{*}

李开生¹ 张慧慧¹ 费仁元¹ 宗光华²

(1. 北京工业大学机电学院 100022; 2. 北京航空航天大学机器人研究所 100083)

摘要: 本文提出了遍历规划的概念和数学描述, 以及完全遍历规划的设计方法, 给出了常用的几种性能评价函数. 在此基础上, 设计了基于带有综合性能评价指标的基本遍历运动序列的完全遍历规划器.

关键词: 机器人; 遍历规划; 性能指标

中图分类号: TP24 **文献标识码:** B

RESEARCH ON PATH PLANNING OF MOBILE ROBOT WITH COVERING-PATH FEATURE

LI Kai-sheng¹ ZHANG Hui-hui¹ FEI Ren-yuan¹ ZHONG Guang-hua²

(1. School of Mechanical Engineering & Applied Electronics Technology of Beijing Polytechnic University;

2. Institute of Robotics Research of Beijing University of Aero & Astronautics, 100083)

Abstract: This paper gives concept of covering-path planning, its mathematics description as well as its designing method about full covering-path planning. The paper also describes several kinds of performance functions of covering-path motion. According to this, we design a full covering-path planner based on sequence of elementary motion with synthetical performance function.

Keywords: mobile robot, covering-path, planning performance function

1 引言(Introduction)

随着商用和家用清洁机器人产业化进程的推进, 遍历路径规划的研究越来越受到关注和重视. 遍历是指机器人完全覆盖所有无障碍区域的运动, 如扫地机、吸尘器、草坪修剪机、游泳池清洗机和壁面清洗机器人等的运动都具有遍历的性质^[1~7].

遍历规划方法不同与通常所说的点到点规划方法. 遍历规划是在满足某种性能评价指标最优的前提下寻找一条在设定区域内从始点到终点且经过所有可达点的连续路径; 而点到点规划的目标是寻求一条从始点到终点的无碰撞最优路径.

本文明确提出了遍历路径规划的概念、分类以及数学描述, 并且给出了一种采用具有未覆盖率性能评价函数的基本动作序列的完全遍历规划的设计方法. 通过计算机仿真找出在矩形和三角形区域内的最优遍历路径. 该方法已经应用于擦窗机器人和清扫移动机器人的遍历路径规划设计.

2 遍历规划的数学描述(Mathematic description of covering-path planning)

设 $S = \{x, y | x, y \text{ 为某闭合曲线所包围的点, 也即机器人运动的整个范围}\}$.

定义 2-1: 可达区域 $S_{\Omega} = \{x, y | occup(x, y) = 0\} \subseteq S$, 其中 $occup(x, y)$ 为占有函数, $occup(x, y) = \begin{cases} 0; \text{无障碍} \\ 1; \text{有障碍} \end{cases}$.

定义 2-2: 不可达区域 $S_{\Delta} = \{x, y | occup(x, y) = 1\} \subseteq S$. 显然, $S_{\Omega} \cap S_{\Delta} = \Phi$, 且 $S = S_{\Omega} \cup S_{\Delta}$.

如果将平面移动机器人等效为质点, 那么遍历就是该质点能够连续移动而经过 S_{Ω} 中的所有点的一条连续路径, 称该路径为可行遍历轨线. 显然, 可行遍历轨线不止一条. 所有可行遍历轨线称为可行遍历轨迹丛, 由下式表示.

$$L\Sigma = \{l_i(x, y, x_f, y_f, x_0, y_0) | i = 1, 2, \dots, n\}$$

其中: $(x_f, y_f), (x_0, y_0)$ 表示机器人终点和起点坐标值, $(x, y), (x_f, y_f), (x_0, y_0) \in S_\Omega$.

描述机器人遍历运动性能好坏的性能指标称为性能评价函数, 我们用泛函数 $J[x(t), y(t), \theta(t)]$ 表示, 简称为 $J(\cdot)$. 它是一个仅依赖于机器人位置 $[x(t), y(t)]$ 和姿态 $\theta(t)$ 的非负函数. 考虑一般情况可以表示为

$$J_i(\cdot) = G(x_f, y_f, \theta) + \int_{l_i} W(x, y, \theta) dl$$

其中, J_i 是在第 i 条可行遍历轨线 l_i 上的性能评价函数值. x_f, y_f, θ_f 是机器人运动的终点位置和姿态.

定义 2-3: 设机器人遍历区域为 S .

(1) $S_\Omega = \{x, y | \text{occup}(x, y) = 0 \quad (x, y) \in S\}$;

(2) $S_\Delta = \{x, y | \text{occup}(x, y) = 1 \quad (x, y) \in S\}$;

(3) 且 $S = S_\Omega \cup S_\Delta$;

(4) 可行遍历轨迹丛 $L\Sigma = \{l_i(x, y, x_f, y_f, x_0, y_0), i = 1, 2, \dots, n\}, (x, y), (x_f, y_f), (x_0, y_0) \in S_\Omega$

(5) $J_i(\cdot) = G(x_f, y_f, \theta_f) + \int_{l_i} W(x, y, \theta) dl, l_i \in L\Sigma$;

遍历运动规划就是在 $L\Sigma$ 上, 寻找性能评价函数

$J_i(\cdot)$ 最优的路径 l_μ . 最优通常表现为极大或极小, 即

$$l_\mu = l_k | J_k = \min\{J_1, J_2, \dots, J_n\} \text{ 或}$$

$$l_\mu = l_k | J_k = \max\{J_1, J_2, \dots, J_n\}$$

遍历规划归纳起来大致分为两种: 随机遍历规划和完全遍历规划. 随机遍历规划即机器人无法直行时就随机转一角度继续直行. 该方法无需定位传感器, 算法简单, 甚至用数字电路就可实现, 但效率比较低. 随机遍历规划可以理解为机器人制造成本最优的遍历运动. 文[1]给出了采用随机遍历规划的清扫机器人清洁效率, 不惜时间的话清洁面积可以趋向 100%. 目前, 家用清扫类机器人都采用此种方法^[1]. 完全遍历规划采用某种性能评价函数来控制机器人的遍历运动, 以使性能评价函数达到最优. 性能评价函数通常为清洁效率、清洁面积百分率、清洁重叠率、未清洁面积百分率或能量消耗等. 文[4]采用序列运动模板的方法, 对遍历运动的基本类型进行了分类, 提出了基于运动模板的规划器, 给出了在 LABMATE 机器人上的实验结果. 所列实验数据包括实际清扫面积、重叠面积, 但没有将它们应用于机器人的规划控制. 文[5]采用简单栅格地图法, 提出了机器人移动的全局规划法则和局部规划法则, 法则中隐含了清扫面积百分比最大原则. 文[6]采用边

移动边感知环境的方法, 提出一种“清扫区设定方式”的实用算法, 将遍历运动分为直线前进和回折两个基本运动, 最小移动单元为“邻边”; 预先设定前后左右移动的优先级. 设计中考虑了高效原则.

3 性能评价函数 (Performance-evaluating function)

性能评价函数的确定依赖于机器人工作目标. 这里, 我们假定机器人本身的性能已经确定, 如机器人的结构、定位精度和清洁装置的效能等. 那么, 对于清洁机器人来说, 通常有如下几种常用性能指标:

(1) 清洁效率 J^{eff}

通常用单位时间清洁的面积来衡量, 性能评价函数为

$$J_i^{eff}(\cdot) = \frac{\int_{l_i} w_b \mathcal{Y}(x, y, \theta) v(x, y, \theta, t) dt}{T_i}$$

其中, w_b : 清洁装置沿规定移动方向上的有效长度;

$\mathcal{Y}(x, y, \theta)$: 清洁效果折算因子, 表示在非规定方向上有效长度的折算因子;

$v(x, y, \theta, t)$: 机器人沿可行轨线 l_i 移动时的瞬时速度;

T_i : 机器人沿可行轨线 l_i 从起点移动到终点所花费的总时间.

(2) 清洁面积百分率 J^{clr}

机器人沿可行轨线清洁完成后, 已清洁面积与可达区域 S_Ω 面积之比的百分数.

$$J_i^{clr}(\cdot) = \frac{\int_{l_i} w_b \mathcal{Y}(x, y, \theta) v(x, y, \theta, t) dt}{\int_{x, y \in S_\Omega} dx dy}$$

(3) 清洁重叠率 J^{ol}

为了保证相邻清洁区域之间不留清洁盲区, 相邻清洁区域必须有一定程度的重叠. 显然, 重叠区越小越好, 但因受机器人本身的系统误差、定位误差、控制精度以及环境状态的影响, 重叠区不可能太小. 采用所有清洁重叠面积之和与可达区域 S_Ω 面积之比的百分数表示清洁重叠率. 清洁重叠率是一种能够综合反映机器人性能的指标, 如果机器人性能越高, 其清洁重叠率就能够控制在很小的范围内.

(4) 未清洁面积百分率 J^{udr}

$$J_i^{udr}(\cdot) = \frac{\int_{x, y \in S_\Omega} dx dy - \int_{l_i} w_b \mathcal{Y}(x, y, \theta) v(x, y, \theta, t) dt}{\int_{x, y \in S_\Omega} dx dy}$$

(5) 能量损耗 J^{pur}

能量损耗是依靠蓄电池提供能源的清洁类移动机器人非常重要的指标之一. 同样安时数容量的蓄电池, 能量损耗越少, 有效工作时间越长. 另一方面, 在相同工作时间要求的前提下, 能量损耗越小所需蓄电池容量也越小, 机器人重量就会减少许多, 易于实现高的控制性能. 能量损耗性能指标定义如下:

$$J_i^{pur}(\cdot) = \int_{t_i} p(x, y, \theta) dldt$$

其中, $p(x, y, \theta)$ 为功率密度函数.

(6) 清洁剂量消耗率 J^{dose}

对于地板清洗和打腊类清洁机器人, 机器人必须自身携带清洁剂和水, 因此在清洁干净的前提下, 剂量消耗越小越好, 这样有效清洁面积和工作时间都能够增加. 如果机器人本身能够对剂量进行有效

控制, 那么, 清洁剂量消耗率仅仅与清洁重叠率成正比:

$$J_i^{dose} = \eta J_i^{ol}$$

以上各指标有的是相互排斥的, 有的是相关的, 可以根据具体情况来定夺. 当然, 也可将几种指标进行加权来获得综合性的指标.

4 完全路径规划器设计 (Design of completed covering-path planner)

从上面的讨论可以看出, 完全遍历运动规划主要依赖于三个方面: 1、清洁区域和形状; 2、机器人本体结构和运动性能; 3、性能评价函数, 依赖于人为设定的目标.

我们采用栅格地图形式来描述清洁区域, 如图 1 所示.

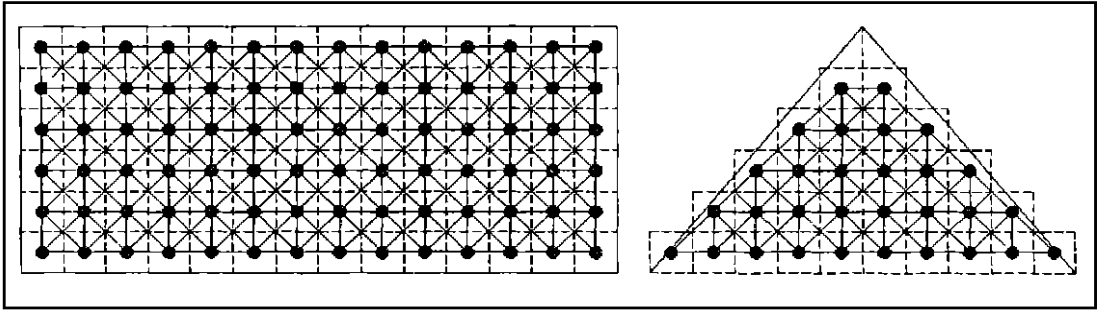


图 1 栅格表示的矩形和三角形清洁区域

Fig. 1 Rectangle and triangle cleaning area figured by grid

栅格的大小与机器人本体结构尺寸有关. 虚线方框为栅格, 黑点表示栅格的中心, 实线表示栅格之间的可行路径. 可达区域可表示为无障碍栅格的集合, 即

$$S_{\Omega} = \{m, k | occup(m, k) = 0 \quad (m, k) \in S\}$$

其中, (m, k) 表示第 m 行第 k 列位置处的栅格, S 为清洁区域栅格的集合.

可行遍历轨线也可表示为有序栅格序列

$$L = \{l_i(m, k, m_f, k_f, m_0, k_0) \\ i = 1, 2, \dots, n\}$$

其中, (m_f, k_f) , (m_0, k_0) 分别为可行遍历轨线 l_i 上的终止栅格和起始栅格.

假定机器人为单矩形体、双履带驱动方式, 并且采用双轮差动方式转向. 如图 2 所示.

直行时, $v_l = v_r$.

转向时, $v_l \neq v_r$, 且 $v_l > v_r$ 时向右转, $v_l < v_r$ 时向左转. 形心的转弯半径为

$$r = \frac{v_r + v_l}{2(v_l - v_r)} a \text{ 或} \\ r = \frac{v_l + v_r}{2(v_r - v_l)} a$$

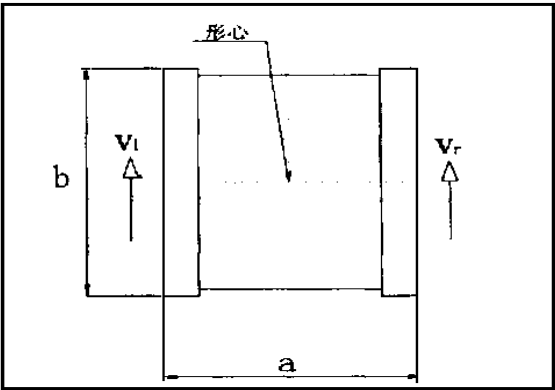


图 2 机器人结构示意图

Fig.2 Robot's structure diagrammatic drawing

我们采用工作效率与未清洁面积百分率相加权的综合指标来寻求最优规划路径. 加权后的综合指标可叙述为: 在机器人形心运动无重叠条件下, 未清洁面积百分率最小.

设机器人的形心在可行轨线 l_i 上移动的轨迹集合为 $O_r = \{x_r^{(m,k)}, y_r^{(m,k)}\}$, 其中 $x_r^{(m,k)}, y_r^{(m,k)}$ 为机器人形心在第 m, k 栅格内的运动路径. 可以假定直线移

$$J_i^{eff-udr}(\bullet) = \frac{w_a(m,k) s_{grid} - \sum_{(m,k) \in S_\Omega} w_b \chi(m,k, \theta) v(m,k, \theta)}{\sum_{(m,k) \in S_\Omega} w_a(m,k) s_{grid}} \Big| \text{numb}(O_r) = 1$$

这里, $w_a(m,k)$ 为栅格面积有效系数. 通常处于障碍或边界边缘的栅格面积有效系数小于 1, 而其他栅格的面积有效系数等于 1. s_{grid} 为栅格的面积.

定义 4- 2: 基本运动集合 $AC_e = \{ac^1, ac^2, \dots, ac^h\}$, $h < \infty$ 且 $AC_e \cap \Phi$

设 $u_{l_i} = u_1 u_2 u_3 \dots u_q$, $u_k \in AC_e$, $k = 1, 2, \dots, q$ 为可行轨线 l_i 上的可行基本动作序列. 用集合 $U_{l_i} = \{u_1, u_2, \dots, u_q\}$ 表示, 显然 U_{l_i} 是 AC_e 的幂集合.

记正实数集合为 R^+ .

定义: 函数 $unc(u): U_{l_i} \rightarrow R^+$ 为基本动作的覆盖面积函数.

为了分析方便, 假定重叠面积为零, 那么, 在轨线 l_i 上的可行基本动作序列未清洁面积的总和为

$$S_{l_i}^{udr} =$$

动时, 可行轨线通过栅格的中心, 而转弯时并不要求其通过栅格的中心.

记非负整数集合 $N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$.

定义 4- 1: 设 O_r 为非空集合, N_0 是非负整数集合, 则从 O_r 到 N_0 的函数 $\text{numb}()$ 为 O_r 在轨线 l_i 上出现的次数, 且 $O_r(x_r^{(m,k)}, y_r^{(m,k)}) \subset O_r$.

那么, 加权后的综合指标可以表示为

$$unc(U_{l_i}) = unc(u_1) + unc(u_2) + \dots + unc(u_q)$$
$$= k_1 unc(ac^1) + k_2 unc(ac^2) + \dots + k_h unc(ac^h)$$
其中, $k_h \in N_0$. 综合性能评价指标转化为

$$J_i^{eff-udr}(\bullet) = \frac{S_{l_i}^{udr}}{\sum_{(m,k) \in S_\Omega} w(m,k) s_{grid}}$$

因此, 在该综合性能评价指标下, 完全遍历规划问题转化为如何在设定区域内寻找基本动作序列使综合性能指标最优. 文[4]将遍历运动分为五类, 考虑到更加一般的情况, 我们将遍历运动为三类, 分别叙述如下.

直线运动 ac^{lu} : 机器人以某一速度由起点直线移动到终点. 如图 3 所示. 显然, $unc(ac^{lu}) = 0$.

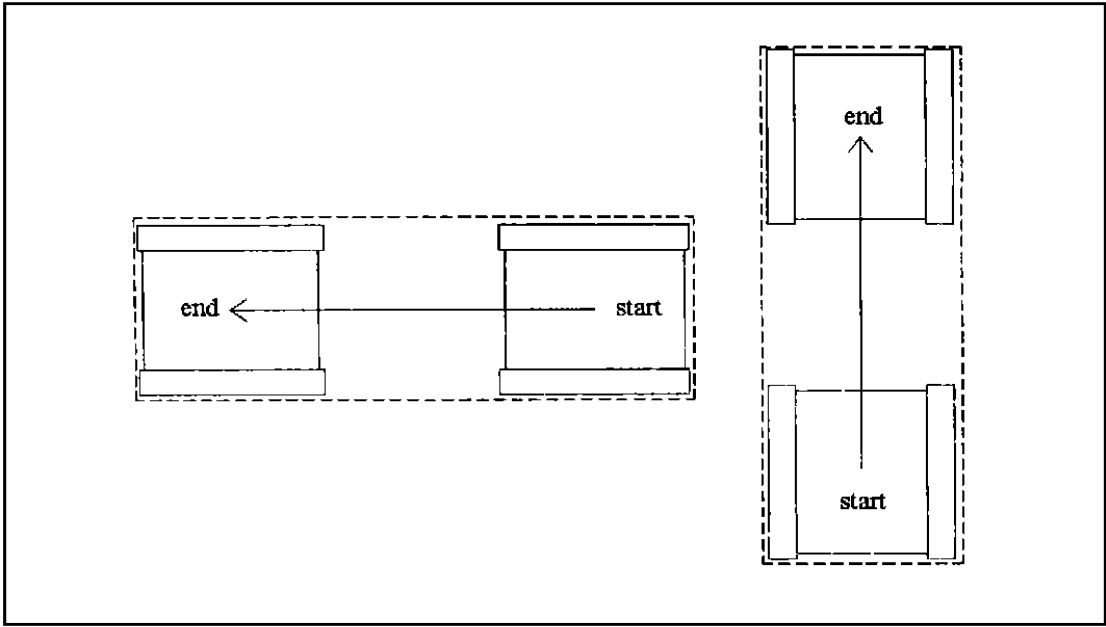


图 3 机器人直线基本运动

Fig. 3 Robot's line basic mobile

转弯运动 $acturn$: 图 4a、b、c 表示机器人在可达区域拐角分别为锐角、直角和钝角时转弯的运动过程. 曲线 1 为机器人形心运行的轨线; 曲线 2 为机器人车体转弯的包络线——半径 $\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4a^2}$ 的圆弧. 设可达区

域拐角为 α , 那么, 机器人转弯的角度为 $(\pi - \alpha)$. 可以计算出机器人转弯时的未覆盖面积为

$$unc(acturn) = \frac{1}{4}(b^2 + 4a^2)(ctg \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi - \alpha}{2})$$

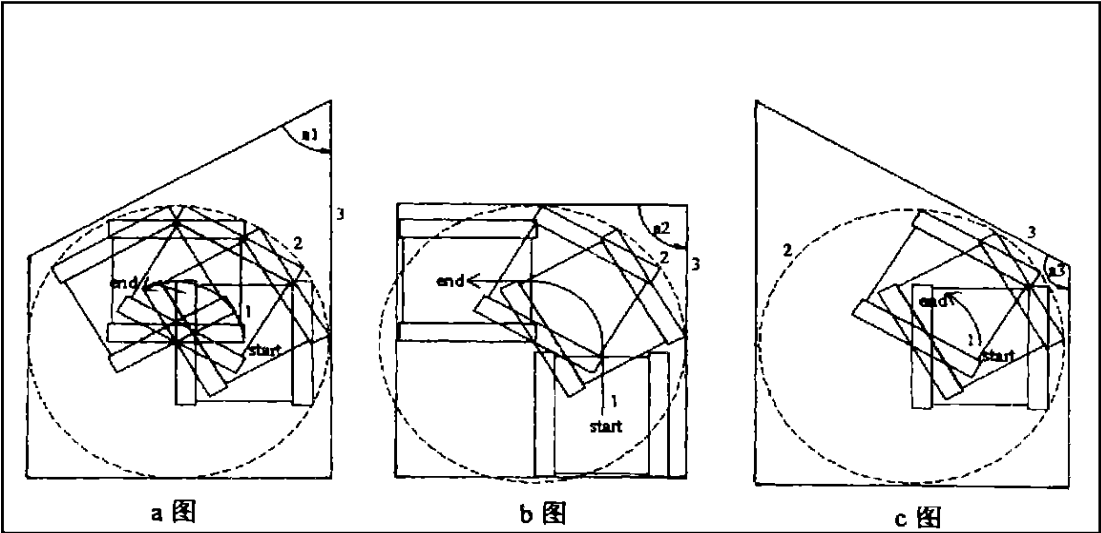


图 4 机器人转弯基本运动
Fig. 4 Robot's turning basic mobile

U 曲线运动 acu : 该运动实际上由两个相同方向的直角转弯运动和一个直线运动组成. 根据重叠面积最小的原则, 直线运动的距离应等于车体宽度的整数倍. 通常取倍数为零, 此时的 U 曲线运动就是 180 的转弯运动, 如图 5 所示.

$$unc(acu) = \frac{1}{2}(b^2 + 4a^2)(1 - \frac{\pi}{4})$$

实际上, U 曲线运动的未覆盖面积比上式略小, 如上图的阴影部分可能被相邻的 U 运动或直线运动重叠覆盖了.

完全遍历规划器的设计思想是: 机器人的遍历运动可由其基本运动序列表示, 因此机器人的可行遍历轨线也就由基本运动轨迹序列完全确定, 称为可行基本运动轨迹序列. 这样, 寻找最优路径问题转化为寻找最优基本运动轨迹序列问题, 也即最优基本运动序列问题. 如果能够计算每一基本运动的性能评价函数值, 那么, 机器人完全遍历运动的评价函数值就可得到. 计算机器人可行遍历轨迹丛中每一条轨迹的评价函数值, 即可寻找出最优完全遍历运动路径, 并由此构造完全遍历规划器.

玻璃幕墙通常是由许多形状相同的玻璃块, 按一定规则有序排列组成. 擦窗机器人对玻璃幕墙的清洁是逐块进行的, 因此全局规划的关键在于对每一块玻璃的运动规划. 考虑到常见的玻璃块形状为矩形或三角形, 我们仅对这两种形状的区域进行最优完全遍历规划设计.

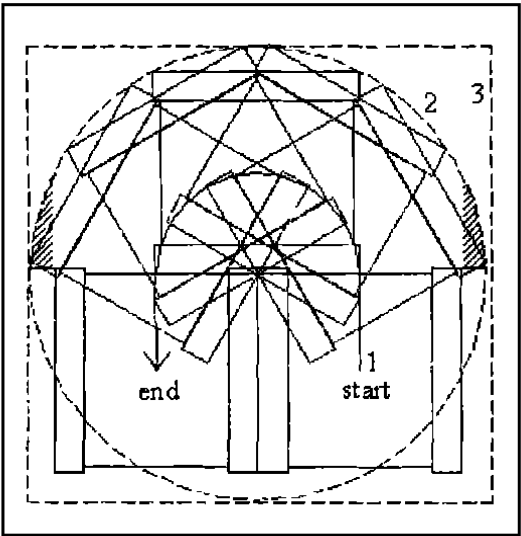


图 5 机器人 U 曲线基本运动

假定直行重叠面积为零, 转弯时可以部分重叠但机器人形心轨迹不能重叠. 采用图论中最优(最短) 路径问题进行最优完全遍历规划设计^[8].

定义 4- 3: 一个无向图 D , 若存在一条通过所有结点一次且仅一次的路径, 称为哈密尔顿路径.

定义 4- 4: 机器人的遍历运动可以用一个三元组无向图 $D=(V,E,\rho)$ 表示, 其中 V 是一个非空集合, 它的元素称为无向图 D 的结点, E 是一个集合, 它的元素称为无向图 D 的弧, ρ 是从 E 到 $V \times V$ 上的一个映射称为权, 表示运动性能评价函数, 既 $\rho=$

$f(\cdot)$. 采用上述综合性能指标, 有 $\rho=unc(ac^{(m_i,k_i)}_{x(m_j,k_j)})$. 其中, $ac^{(m_i,k_i)}_{x(m_j,k_j)}$ 表示从 (m_i,k_i) 结点到 (m_j,k_j) 结点的基本运动为 ac_x , 并假定这两个结点为相邻结点.

定义 4- 5: 在图 $D=(V,E,\rho)$ 中, 经过每个结点一次且仅一次的权最小的路径, 称为最优完全遍历轨线, 所得到的基本动作序列即为完全遍历规划.

选定栅格的中心点为结点, 由此构造的无向图如图 1 所示. 采用文[9]介绍的方法对其进行计算机仿真, 最优完全遍历规划如图 6、7 所示.

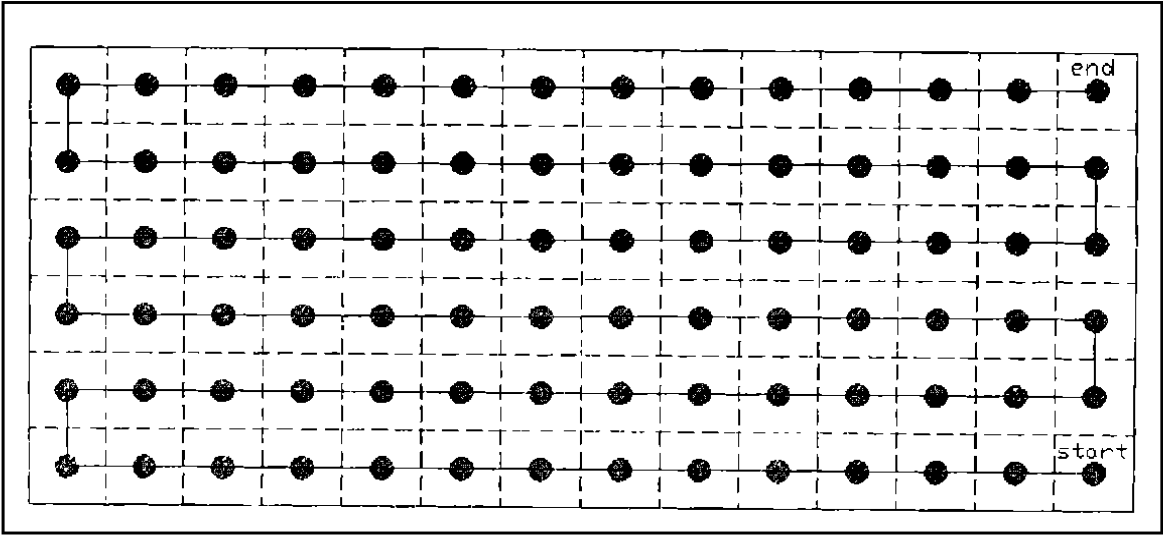


图 6 矩形区域内的最优遍历规划
Fig.6 Optimal covering-path on rectangle cleaning area

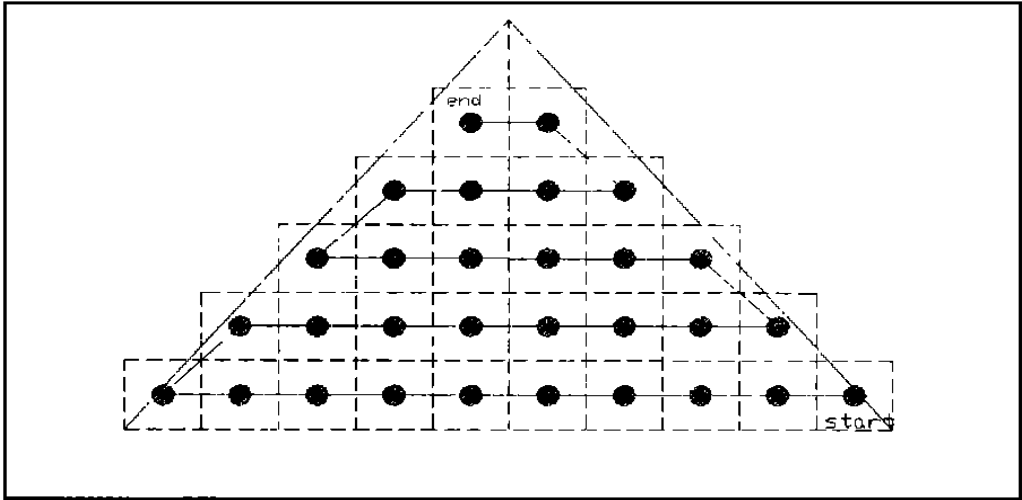


图 7 三角区域内的最优遍历规划

结论: (1) 在效率和未清洁面积综合性能指标最优条件下, 矩形区域内的遍历运动是应沿长边方向直线运动, 而在短边方向折转; 三角形区域内的遍历运动应沿最长边方向直线运动, 而在两条短边之间折转。

(2) 综合性能评价指标为

$$\text{矩形区域} \quad J_{\Pi}^{eff-ucr} = 3.48\%$$

$$\text{三角形区域} \quad J_{\Delta}^{eff-ucr} = 26.9\%$$

(3) 最优路径不止一条, 但预先确定起始点和终点, 通常可以得到唯一解。

5 实际应用中的问题 (Some problems in practical application)

擦窗机器人所面对的环境通常是结构化环境, 其全局环境和局部环境都是规则的和已知的, 但是有时也会出现非结构化的因素, 如某扇玻璃窗的打开时间和位置都是随机的, 或者考虑到定位误差、机器人控制能力和打滑等实际问题, 因此, 也要求机器人具有局部感知能力和自主局部再规划能力, 这时很可能违背最优性能评价指标。其次, 机器人进行障碍和边界边缘跟随时, 因为假定清洁装置的清洁宽度与机器人本体结构的前移方向宽度一致, 故距边界 $\left[\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4a^2} - a \right]$ 之内的区域不能被清洁, 但是修改性能评价函数或清洁装置能够减少由于机器人转弯而预留并不能被清洁的区域。

6 结论 (Conclusion)

本文试图对目前清洁类服务机器人普遍采用的遍历运动规划给出一般性的设计方法, 因此提出了

一种基于性能评价函数的数学描述。该方法已在灵巧型擦窗机器人上采用, 并获得了较好的结果。

参考文献 (References)

- 1 李开生, 张慧慧, 费仁元, 宗光华. 国外服务机器人的发展动态和前景. 制造业自动化, 2000, 22(6)
- 2 The definition of service robot in the questionnaire of the international federation of Robotics(IFR) for their yearly study of world wide robot statistics, 1998
- 3 Schofield M. Cleaning robots: the Need for an Industrial Centred Approach to Autunomy and Extended Systems Thinking. In: Autonomous Robotic Systems, Ed Anibal T de Almeida and Oussama Khatib. Springer Verlag, London, 1998
- 4 Neumann R, de Carvalho, H A Vidal, P Vieira, M I Riberiro. Complete Coverage Path Planning and Guidance for Cleaning Robots. ISIE 97 on Guimaraes, Portugal, 1997
- 5 小林保道, 数内秀隆, 近藤信二, 江口修. 扫除ロボットのインテリシユト化技术, システム/制御/情报, 1991, 35(8): 473-480
- 6 青山 元, 田岛茂树, 横田和隆, 尾崎功一, 山本纯雄. 自律走行式床面清扫ロボットの开发, 日本ロボット(学会志), 1998, 16(1): 57-64
- 7 松原季男. 床面清扫ロボット, Robot No. 38
- 8 肖位枢. 图论及其算法. 航空工业出版社, 1993 年 7 月第一版
- 9 迟忠先, 左彬, 李宪廷等编. 常用组合算法程序汇编. 大连工学院出版社, 1987 年 5 月第一版

作者简介:

李开生 (1962-), 男, 北京工业大学机电学院博士, 副教授。

研究领域: 机器人自动控制技术, 计算机控制。

张慧慧 (1943-), 女, 北京工业大学机电学院教授, 研究领域: 机器人技术。

费仁元 (1943-), 男, 北京工业大学机电学院博士生导师。

研究领域: 制造系统监控及机器人技术。

(上接第 485 页)

- 3 B d Andrea-Novel, G. Bastin and G. Campion. Modelling and control of non-holonomic wheeled mobile robots. Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 1991. 1130- 1135
- 4 Kanayama Y. Two dimensional wheeled vehicle kinematics. Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 1994: 3079- 3084
- 5 Borenstein J. Control and kinematics design of multi-degree-of freedom mobile robots with compliant linkage. IEEE Trans.

Robotics and Automation, 1995. 21- 35

- 6 Tarokh M, McDermott G, Hayati S, Hung J. Kinematic modeling of a high mobility Mars rover. Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Detroit, Michigan, 1999. 992- 998

作者简介:

刘方湖 (1972-), 男, 博士生. 研究领域: 空间机器人。