

1. 請簡明扼要地闡述你如何抽取模型的輸入特徵 (feature)

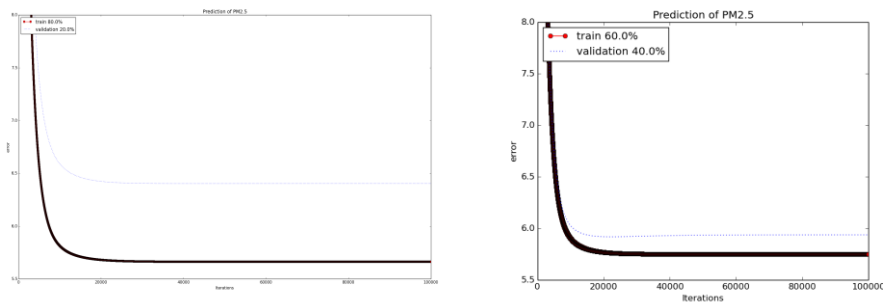
答：

參考了之前學長姐寫過的作業和其他研究論文，第一次我選擇前九小時的 **PM10** 和 **PM2.5** 為 **feature**，但是發現模型是有偏向非線性的成長。

因此，我調整最好的模型，是抽取第 2 小時到第 9 小時的 **PM2.5** 作為 **feature**，即 **feature** 有 8 個。

2. 請作圖比較不同訓練資料量對於 **PM2.5** 預測準確率的影響

答：



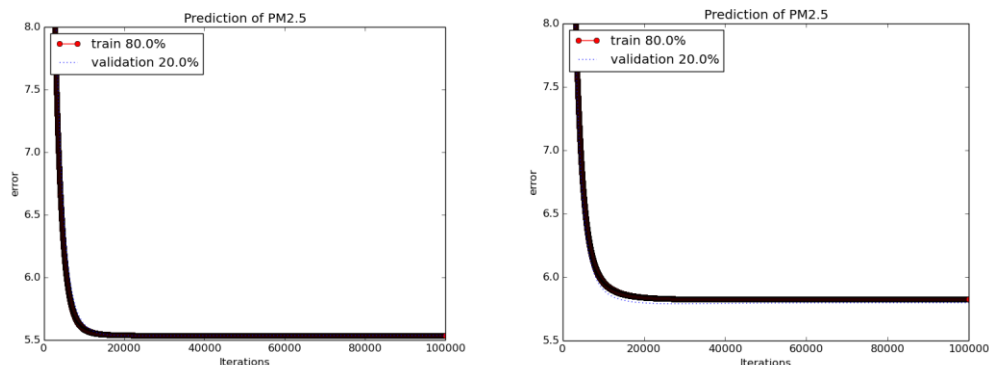
左圖為訓練資料量是原有資料量的 80%，右圖的訓練資料量為 60%。左圖的 **PM2.5** 的 training error 為 5.664、validation error 為 6.403；右圖 **PM2.5** 的 training error 為 5.749、validation error 為 5.935。

當訓練資料量比較高，自然有足夠量不同的樣本以形成更好的模型，但是 validation 資料量比較少，因此誤差更大。反過來，訓練資料量低，因此誤差高，但是 validation 資料量比較多，因此把平均誤差壓低了。

3. 請比較不同複雜度的模型對於 **PM2.5** 預測準確率的影響

答：

模型越複雜，那麼其表現是越靠近非線性。在利用 **linear regression** 中，模型越複雜，準確率也開始降低。



左圖的 feature 為前 9 小時的溫度、CO、PM10、PM2.5、雨量以及 SO2，右圖的 feature 為前 9 小時的 PM2.5。左圖的 kaggle score 為 5.83549，右圖為 5.67818。由此可見，比較少 feature 的模型（即複雜度越低），自然呈現靠近線性的預測結果。

4. 請討論正規化(regularization)對於 PM2.5 預測準確率的影響

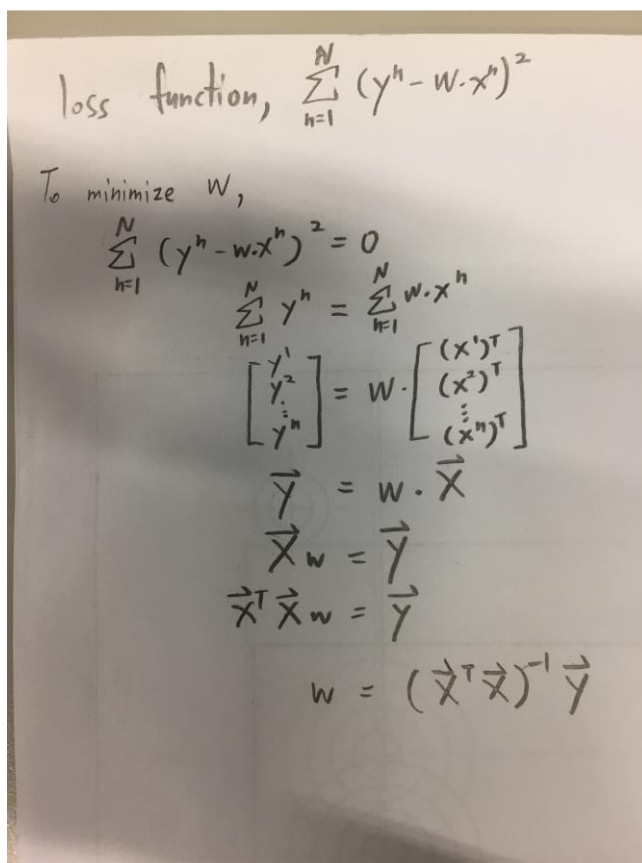
答：

Regularization 即也是調整 **learning rate**，可以減低 **overfit** 對預測準確率的負面影響。如果 **learning rate** 調整小、**database** 龐大，然後無限制 **iteration** 的次數，那麼 **PM2.5** 預測準確率會提升。

如果沒有 **regularization**，在 **overfit** 的情況下，那麼在 **training** 過程中，**training error** 會變得小，但是 **validation error** 卻會增大，即對 **PM2.5** 的預測準確率會變差。

5. 在線性回歸問題中，假設有 N 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 \mathbf{x}^n ，其標註(label)為一存量 y^n ，模型參數為一向量 \mathbf{w} (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(loss function)為 $\sum_{n=1}^N (\mathbf{x}^n \cdot \mathbf{w} - y^n)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}^1 \mathbf{x}^2 \dots \mathbf{x}^N]$ 表示，所有訓練資料的標註以向量 $\mathbf{y} = [y^1 y^2 \dots y^N]^T$ 表示，請以 \mathbf{X} 和 \mathbf{y} 表示可以最小化損失函數的向量 \mathbf{w} 。

答：



Handwritten derivation for linear regression using matrix notation:

$$\text{loss function, } \sum_{n=1}^N (y^n - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^n)^2$$

To minimize W ,

$$\sum_{n=1}^N (y^n - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^n)^2 = 0$$

$$\sum_{n=1}^N y^n = \sum_{n=1}^N \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^n$$

$$\begin{bmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \vdots \\ y^n \end{bmatrix} = \mathbf{w} \cdot \begin{bmatrix} (\mathbf{x}^1)^T \\ (\mathbf{x}^2)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{x}^n)^T \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = \mathbf{w} \cdot \vec{X}$$

$$\vec{X} \mathbf{w} = \vec{y}$$

$$\vec{X}^T \vec{X} \mathbf{w} = \vec{X}^T \vec{y}$$

$$\mathbf{w} = (\vec{X}^T \vec{X})^{-1} \vec{X}^T \vec{y}$$